



## Práctica #5 Optimización de una prótesis de pie

Manuel Exiquio Barrera Suárez 1992101 Ernesto Axel Moreno García 1992038 Juan Ángel Hernández Antonio 1992154 Alberto Alan Ramírez Velázquez 1802607

7 de noviembre del 2022

### 1.- Objetivo.

El estudiante deberá presentar una propuesta de análisis de formas y de la programación para la ejecución de la optimización (descripción funcional) de características para la ejecución de la optimización (descripción funcional) de características de trabajo específicas que presenta la(s) ventaja(s) (mencionar ventajas).

### 2) Estado de arte

Los pies protésicos van desde los básicos (fijos), articulados (con movimiento en una o más direcciones) o de respuesta dinámica (acumulan y devuelven energía al caminar, dando una sensación de "empuje", algo muy parecido a lo que hace el pie humano). Hoy en día, los pies protésicos pueden tener resortes en la zona correspondiente a los dedos y al talón con el fin de permitir un mayor movimiento del tobillo, la regulación del talón a diversas alturas y la absorción del impacto.

Pie articulado: Consta de una quilla rígida de diferentes materiales. Lleva una articulación de un eje a nivel de la articulación anatómica del tobillo, cuya movilidad es controlada por uno o dos topes de goma de distinta densidad. Todo va recubierto de una capa de tejido elástico moldeado con la forma del pie. Precisa de un sistema de adaptación que se une al resto de la prótesis. En función y respuesta de la velocidad de la marcha y del peso corporal, los topes cambian la flexión plantar o dorsal del tobillo protésico para proporcionar el soporte adecuado. Si además lleva topes de goma laterales, permite cierto grado de inversión y eversión para adaptarse mejor ante las irregularidades del terreno. La locomoción proviene del fenómeno físico conocido como movimiento. Así, el movimiento siempre significa un cambio de posición en el espacio. Es el movimiento que permite que el sujeto (ya sea una persona o una máquina) se desplace y, además de adquirir otra posición, cambie de lugar. Es una posibilidad que sólo tienen los seres vivos y algunas máquinas o aparatos creados por el ser humano que, de todas maneras, deben contar con algún método de propulsión como motores o energía.

El conocimiento de la locomoción humana normal es la base del tratamiento sistemático y del manejo de la marcha patológica, especialmente cuando se usan prótesis y ortesis. El caminar o andar de una persona, se

define como la repetición de una serie de movimientos simultáneos, que desplazan el cuerpo sobre una línea de progresión deseada. Y al mismo tiempo una postura estable, soportando el peso corporal.

La movilidad libre de las articulaciones y el trabajo que desempeñan los músculos es importante para el éxito de esta tarea. Estos últimos deben actuar en el momento preciso y con la intensidad necesaria. La falta de ciertas acciones durante la marcha debe ser sustituida por otras, con el fin de mantener la estabilidad y la progresión deseada.

Pie no articulado: Consiste en un pie sin articulación, de tobillo sólido y talón almohadillado también conocido como SACH por sus siglas en inglés (Solid Ankle Cushion Heel), compuesto por una quilla rígida de diversos materiales que constituye el tobillo y el empeine, una cuña de material viscoelástico que puede tener diferentes densidades en el talón y un antepié elástico modelado para adquirir la forma de un pie.

La elasticidad del talón depende de las diferentes durezas de la cuña. Debido a la deformación del material elástico amortigua el impacto y disipa la energía del choque simulando cierta flexión plantar del tobillo en el apoyo del talón. Durante la fase de despegue, la flexibilidad del antepié protésico permite una adaptación al terreno ayudando al impulso del pie protésico. En la fase de apoyo simula un cierto grado de flexión plantar, produciendo una absorción de la energía del impacto que queda disipada. Durante la última fase del apoyo la flexibilidad de la punta del pie permite una adaptación de esta a la carga.

#### Ciclo de Marcha

El ciclo de la marcha comienza cuando el pie contacta con el suelo y termina con el siguiente contacto con el suelo del mismo pie. Los dos mayores componentes del ciclo de la marcha son: la fase de apoyo y la fase de balanceo (Figura 1). Una pierna está en fase de apoyo cuando está en contacto con el suelo y está en fase de balanceo cuando no contacta con el suelo.

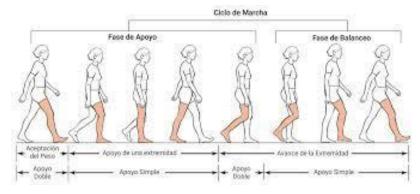


Ilustración 1 Fases en la marcha humana.

La longitud del paso completo es la distancia lineal entre los sucesivos puntos de contacto del talón del mismo pie. Longitud del paso es la distancia lineal en el plano de progresión entre los puntos de contacto de un pie y el otro pie (Figura 2).

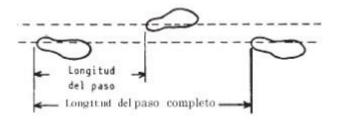
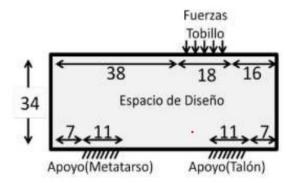


Ilustración 2 Longitud de paso

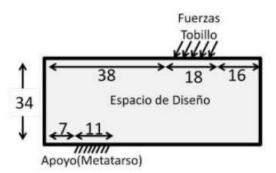
## 3) Propuesta de diseño de la geometría, alcances y limitaciones

Para la realización de esta práctica se analizará el comportamiento de un solo pie dentro de las 3 fases de la marcha humana:

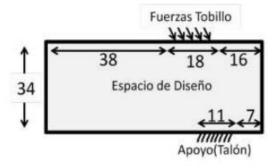
➤ Normal (El talón y área metatarsial son los apoyos, la fuerza se aplica sobre el tobillo con una fuerza de 500N).



➤ Despegue (El área metatarsial es el apoyo, la fuerza de 500N se aplica sobre el tobillo con un ángulo de 30°).



➤ Apoyo (El área del talón es el apoyo, la fuerza de 500N se aplica sobre el tobillo con un ángulo de 60°).



## 4) Pasos del desarrollo de la programación

Los 3 códigos con sus modificaciones realizadas.

#### Código del ejercicio 1

```
%%%% A 99 LINE TOPOLOGY OPTIMIZATION CODE BY OLESIGMUND, OCTOBER 1999 %%%
function topp(nelx,nely,volfrac,penal,rmin);
% INITIALIZE
x(1:nely,1:nelx) =
volfrac; loop = 0; change
= 1.; % START ITERATION
while change > 0.01 loop =
loop + 1; xold = x;
% FE-ANALYSIS
   [U]=FE(nelx,nely,x,penal);
% OBJECTIVE FUNCTION AND SENSITIVITY ANALYSIS
   [KE] = 1k; c = 0.; for
ely = 1:nely
                for elx = 1:nelx
n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely;
n2 = (nely+1)* elx +ely;
dc(ely,elx)=0.;
                        for i=1:5
            Ue = U([2*n1-1;2*n1; 2*n2-1;2*n2; 2*n2+1; 2*n2+2;
2*n1+1;2*n1+2],i);
            c = c + x(ely,elx)^penal*Ue'*KE*Ue;
dc(ely,elx) = dc(ely,elx)-penal*x(ely,elx)^(penal-1)* Ue'*KE*Ue;
end
       end end
% FILTERING OF SENSITIVITIES
[dc] = check(nelx,nely,rmin,x,dc);
```

```
% DESIGN UPDATE BY THE OPTIMALITY CRITERIA METHOD
  [x] = OC(nelx,nely,x,volfrac,dc);
  % PRINT RESULTS
  change = max(max(abs(x-xold))); disp(['It.:'
  sprintf('%4i',loop) 'Obj.:' sprintf('%10.4f',c) ...
  ' Vol.: ' sprintf('%6.3f', sum(sum(x))/(nelx*nely)) ...
  ' ch.: ' sprintf('%6.3f',change )])
  % PLOT DENSITIES colormap(gray); imagesc(-x); axis equal; axis tight;
  axis off; pause (1e-
  6);
  end
  %%%%%%%%% OPTIMALITY CRITERIA UPDATE
  %%%%%%%%% function
  [xnew] = OC(nelx, nely, x, volfrac, dc) 11 = 0; 12 =
  100000; move = 0.2; while (12-11 > 1e-4) lmid
  = 0.5*(12+11);
  xnew = max(0.001, max(x-move, min(1., min(x+move, x.*sqrt(-
  dc./lmid))))); if sum(sum(xnew)) - volfrac*nelx*nely > 0; 11 =
  lmid; else 12 = lmid; end
  end
  %%%%%%%%% MESH-INDEPENDENCY FILTER
  %%%%%%%%%% function
  [dcn]=check(nelx,nely,rmin,x,dc)
  dcn=zeros(nely,nelx); for i = 1:nelx for j =
  1:nely sum=0.0;
  for k = max(i-round(rmin),1):min(i+round(rmin),nelx)
  for 1 = max(j-round(rmin),1):min(j+round(rmin),
  nely) fac = rmin-sqrt((i-k)^2+(j-1)^2); sum =
  sum+max(0,fac);
  dcn(j,i) = dcn(j,i) +
  max(0,fac)*x(1,k)*dc(1,k); end end
  dcn(j,i) =
  dcn(j,i)/(x(j,i)*sum); end end
function [U]=FE(nelx,nely,x,penal)
[KE] = 1k;
K = sparse(2*(nelx+1)*(nely+1), 2*(nelx+1)*(nely+1));
F = sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),5); U
=sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),5); for ely = 1:nely for elx = 1:nelx
n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely; n2 = (nely+1)*elx+ely; edof = [2*n1-
1; 2*n1; 2*n2-1; 2*n2; 2*n2+1; 2*n2+2; 2*n1+1; 2*n1+2];
K(edof, edof) = K(edof, edof) +
x(ely,elx)^penal*KE; end end
% DEFINE LOADSAND SUPPORTS (HALF MBB-BEAM)
F(3222,1) = -1;
F(3782,2) = -1;
F(2662,3) = -1;
F(2942,4) = -1;
F(3502,5) = -1;
fixeddofs =
union([560:2*(nely+1):1260], [3920:2*(nely+1):4620]); alldofs =
[1:2*(nely+1)*(nelx+1)]; freedofs = setdiff(alldofs,fixeddofs);
U(freedofs,:) = K(freedofs, freedofs) \F(freedofs,:);
U(fixeddofs,:) = 0;
```

```
%%%%%%%%% ELEMENT STIFFNESS MATRIX %%%%%%% function [KE]=lk E = 1.; nu = 0.3; k=[ 1/2-nu/6 1/8+nu/8 -1/4-nu/12 -1/8+3*nu/8 ...
-1/4+nu/12 -1/8-nu/8 nu/6 1/8-3*nu/8];
KE = E/(1-nu^2)*[ k(1) k(2) k(3) k(4) k(5) k(6) k(7) k(8) k(2) k(1) k(8) k(7) k(6) k(5) k(4) k(3) k(3) k(8) k(1) k(6) k(7) k(4) k(5) k(2) k(4) k(7) k(6) k(1) k(8) k(3) k(2) k(5) k(5) k(6) k(7) k(8) k(1) k(6) k(5) k(5) k(6) k(7) k(8) k(1) k(2) k(3) k(4) k(6) k(5) k(4) k(3) k(2) k(1) k(8) k(7) k(7) k(4) k(5) k(2) k(3) k(8) k(1) k(6) k(8) k(3) k(2) k(5) k(4) k(7) k(6) k(1)];
```

#### Código del ejercicio 2

```
%%%% A 99 LINE TOPOLOGY OPTIMIZATION CODE BY OLESIGMUND, OCTOBER 1999 %%%
function topp(nelx,nely,volfrac,penal,rmin);
% INITIALIZE
x(1:nely,1:nelx) =
volfrac; loop = 0; change
= 1.; % START ITERATION
while change > 0.01 loop =
loop + 1; xold = x;
% FE-ANALYSIS
   [U]=FE(nelx,nely,x,penal);
% OBJECTIVE FUNCTION AND SENSITIVITY ANALYSIS
  [KE] = 1k; c = 0.; for
                 for elx = 1:nelx
ely = 1:nely
n1 = (nely+1) * (elx-1) + ely;
n2 = (nely+1) * elx +ely;
                         for i=1:5
dc(ely,elx)=0.;
            Ue = U([2*n1-1;2*n1; 2*n2-1;2*n2; 2*n2+1; 2*n2+2;
2*n1+1;2*n1+2],i);
```

```
c = c + x(ely,elx)^penal*Ue'*KE*Ue;
 dc(ely,elx) = dc(ely,elx)-penal*x(ely,elx)^(penal-1)* Ue'*KE*Ue;
 end end end
 % FILTERING OF SENSITIVITIES
 [dc] = check(nelx,nely,rmin,x,dc);
 % DESIGN UPDATE BY THE OPTIMALITY CRITERIA METHOD
 [x] = OC(nelx, nely, x, volfrac, dc);
 % PRINT RESULTS
 change = max(max(abs(x-xold))); disp(['It.:'
 sprintf('%4i',loop) 'Obj.:' sprintf('%10.4f',c) ...
  Vol.: ' sprintf('%6.3f', sum(sum(x))/(nelx*nely)) ...
 ' ch.: ' sprintf('%6.3f', change )])
 % PLOT DENSITIES colormap(gray); imagesc(-x); axis equal; axis tight;
 axis off; pause (1e-
 6);
 end
 %%%%%%%%% OPTIMALITY CRITERIA UPDATE
 %%%%%%%% function
 [xnew] = OC(nelx, nely, x, volfrac, dc) 11 = 0; 12 =
 100000; move = 0.2; while (12-11 > 1e-4) lmid
 = 0.5*(12+11);
xnew = max(0.001, max(x-move, min(1., min(x+move, x.*sqrt(-
dc./lmid))))); if sum(sum(xnew)) - volfrac*nelx*nely > 0; 11 =
lmid; else 12 = lmid; end end
function [dcn]=check(nelx,nely,rmin,x,dc)
dcn=zeros(nely,nelx); for i = 1:nelx for j = 1:nely
sum=0.0;
for k = max(i-round(rmin),1):min(i+round(rmin),nelx)
for 1 = max(j-round(rmin),1):min(j+round(rmin),
nely) fac = rmin-sqrt((i-k)^2+(j-1)^2); sum =
sum+max(0,fac);
dcn(j,i) = dcn(j,i) +
max(0,fac)*x(1,k)*dc(1,k); end end
dcn(j,i) =
dcn(j,i)/(x(j,i)*sum); end end
%%%%%%%%% FE-ANALYSIS %%%%%%%%%%%%%%
function [U]=FE(nelx,nely,x,penal)
[KE] = lk;
K = sparse(2*(nelx+1)*(nely+1), 2*(nelx+1)*(nely+1));
F = sparse(2*(nelv+1)*(nelx+1),5); U
=sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),5); for ely = 1:nely for elx = 1:nelx
n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely; n2 = (nely+1)*elx +ely; edof = [2*n1-
1; 2*n1; 2*n2-1; 2*n2; 2*n2+1;2*n2+2;2*n1+1; 2*n1+2];
K(edof, edof) = K(edof, edof) +
x(ely,elx)^penal*KE; end end
```

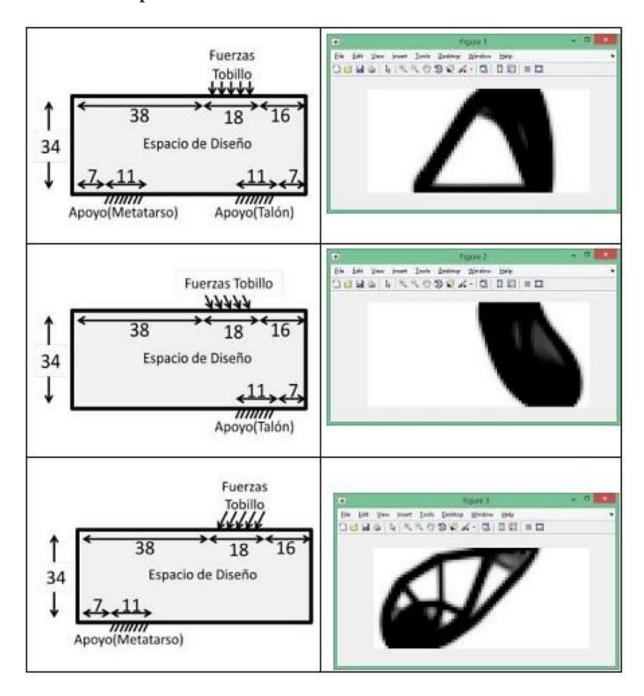
```
% DEFINE LOADSAND SUPPORTS (HALF MBB-BEAM)
 F(3222,1) = -1;
F(3782,2) = -1;
F(2662,3) = -1;
 F(2942,4) = -1; F(3502,5) = -1;
fixeddofs = [3920:2*(nely+1):4620];
alldofs = [1:2*(nely+1)*(nelx+1)];
freedofs =
setdiff(alldofs,fixeddofs);
% SOLVING 127
U(freedofs,:) = K(freedofs, freedofs) \F(freedofs,:);
U(fixeddofs,:) = 0;
%%%%%%%% ELEMENT STIFFNESS MATRIX %%%%%%
function [KE]=1k E = 1.; nu = 0.3; k=[ 1/2-
nu/6 1/8+nu/8 -1/4-nu/12 -1/8+3*nu/8 ...
-1/4+nu/12 -1/8-nu/8 nu/6 1/8-3*nu/8];
KE = E/(1-nu^2) * [k(1) k(2) k(3) k(4) k(5) k(6) k(7)
k(8) k(2) k(1) k(8) k(7) k(6) k(5) k(4) k(3) k(3) k(8)
k(1) k(6) k(7) k(4) k(5) k(2) k(4) k(7) k(6) k(1) k(8)
k(3) k(2) k(5) k(5) k(6) k(7) k(8) k(1) k(2) k(3) k(4)
k(6) k(5) k(4) k(3) k(2) k(1) k(8) k(7) k(7) k(4) k(5)
k(2) k(3) k(8) k(1) k(6)
k(8) k(3) k(2) k(5) k(4) k(7) k(6) k(1)];
```

#### Código del ejercicio 3

```
%%%% A 99 LINE TOPOLOGY OPTIMIZATION CODE BY OLESIGMUND, OCTOBER 1999 %%%
 function topp (nelx, nely, volfrac, penal, rmin);
% INITIALIZE
x(1:nely,1:nelx) =
volfrac; loop = 0; change
= 1.; % START ITERATION
while change > 0.01 loop =
loop + 1; xold = x;
% FE-ANALYSIS
     [U]=FE(nelx,nely,x,penal);
% OBJECTIVE FUNCTION AND SENSITIVITY ANALYSIS
     [KE] = 1k;
                    c = 0.; for
elv = 1:nelv
                    for elx = 1:nelx
n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely;
n2 = (nely+1) * elx +ely;
dc(ely,elx)=0.;
                            for i=1:5
              Ue = U([2*n1-1;2*n1; 2*n2-1;2*n2; 2*n2+1; 2*n2+2;
2*n1+1;2*n1+2],i);
              c = c + x(ely,elx)^penal*Ue'*KE*Ue;
dc(ely,elx) = dc(ely,elx)-penal*x(ely,elx)^(penal-1)* Ue'*KE*Ue;
         end end
end
% FILTERING OF SENSITIVITIES
[dc] = check(nelx,nely,rmin,x,dc);
% DESIGN UPDATE BY THE OPTIMALITY CRITERIA METHOD
[x] = OC(nelx,nely,x,volfrac,dc);
% PRINT RESULTS
change = max(max(abs(x-xold))); disp(['It.:'
sprintf('%4i',loop) 'Obj.:' sprintf('%10.4f',c) ...
' Vol.: ' sprintf('%6.3f', sum(sum(x))/(nelx*nely)) ...
' ch.: ' sprintf('%6.3f',change )])
% PLOT DENSITIES colormap(gray); imagesc(-x); axis equal; axis tight;
axis off; pause (1e-
6);
end
%%%%%%%%% OPTIMALITY CRITERIA UPDATE
%%%%%%%% function
[xnew] = OC(nelx, nely, x, volfrac, dc) 11 = 0; 12 =
100000; move = 0.2; while (12-11 > 1e-4) lmid
= 0.5*(12+11);
xnew = max(0.001, max(x-move, min(1., min(x+move, x.*sqrt(-
dc./lmid))))); if sum(sum(xnew)) - volfrac*nelx*nely > 0; 11 =
lmid; else 12 = lmid; end end
```

```
function [dcn]=check(nelx,nely,rmin,x,dc)
dcn=zeros(nely,nelx); for i = 1:nelx for j = 1:nely
sum=0.0;
for k = max(i-round(rmin),1):min(i+round(rmin),nelx)
for 1 = max(j-round(rmin),1):min(j+round(rmin),
nely) fac = rmin-sqrt((i-k)^2+(j-1)^2); sum =
sum+max(0,fac);
dcn(j,i) = dcn(j,i) +
\max(0, fac) *x(1,k) *dc(1,k); end end
dcn(j,i) =
dcn(j,i)/(x(j,i)*sum); end end
function [U]=FE(nelx,nely,x,penal)
[KE] = 1k;
K = sparse(2*(nelx+1)*(nely+1), 2*(nelx+1)*(nely+1));
F = sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),5); U
=sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),5); for ely = 1:nely for elx = 1:nelx
n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely; n2 = (nely+1)* elx +ely; edof = [2*n1-
1; 2*n1; 2*n2-1; 2*n2; 2*n2+1; 2*n2+2; 2*n1+1; 2*n1+2];
K(edof, edof) = K(edof, edof) +
x(ely,elx)^penal*KE; end end
% DEFINE LOADSAND SUPPORTS (HALF MBB-BEAM)
 F(3222,1) = -1;
F(3782,2) = -1;
F(2662,3) = -1;
F(2942,4) = -1;
               F(3502,5) = -1;
fixeddofs = [560:2*(nely+1):1260];
alldofs = [1:2*(nely+1)*(nelx+1)];
freedofs =
setdiff(alldofs,fixeddofs);
% SOLVING 127
U(freedofs,:) = K(freedofs, freedofs) \F(freedofs,:);
U(fixeddofs,:) = 0;
%%%%%%%% ELEMENT STIFFNESS MATRIX %%%%%%%
function [KE]=1k E = 1.; nu = 0.3; k=[ 1/2-
nu/6 1/8+nu/8 -1/4-nu/12 -1/8+3*nu/8 ...
-1/4+nu/12 -1/8-nu/8 nu/6 1/8-3*nu/8];
KE = E/(1-nu^2)*[k(1) k(2) k(3) k(4) k(5) k(6) k(7)
k(8) k(2) k(1) k(8) k(7) k(6) k(5) k(4) k(3) k(3) k(8)
k(1) k(6) k(7) k(4) k(5) k(2) k(4) k(7) k(6) k(1) k(8)
k(3) k(2) k(5) k(5) k(6) k(7) k(8) k(1) k(2) k(3) k(4)
k(6) k(5) k(4) k(3) k(2) k(1) k(8) k(7) k(7) k(4) k(5)
k(2) k(3) k(8) k(1) k(6)
k(8) k(3) k(2) k(5) k(4) k(7) k(6) k(1);
```

## 5) Resultados de la optimización



## 6) Conclusiones.

## Alberto Alan Ramírez Velázquez 1802607

A lo largo de este reporte pudimos hacer uso de razón y nos percatamos que se puede usar Matlab para generar un análisis de elemento finito para objetos de ámbito simple y que se pueden usar para diferentes casos, además de generar un buen soporte que nos ayudará mucho en este caso. A partir de lo que aprendimos, nos damos cuenta de que los softwares de hoy en día nos apoyan mucho con cálculos e impresiones que nos facilitan el poder generar nuevas ideas e ir más rápido en nuestras investigaciones. Así

mismo, es importante destacar que la movilidad libre de las articulaciones y el trabajo que desempeñan los músculos es importante para lograr el mejor diseño posible. La falta de ciertas acciones debe ser sustituida por otras, con el fin de mantener la estabilidad y la progresión. El uso de estas herramientas nos permite analizar nuestro diseño desde diferentes perspectivas.

#### Ernesto Axel Moreno García 1992038

En conclusión con esta quinta práctica en donde pudimos investigar e implementar la optimización topológica de una prótesis de pie dónde analizamos su geometría e hicimos una propuesta de diseño con los alcances y limitaciones que está podría tener. Mediante MATLAB llevamos a cabo el código de la programación dónde obtuvimos la optimización de la prótesis con un análisis de elemento finito y nos dimos cuenta de que está es otra forma de evaluar el desempeño de nuestra propuesta de diseño. Nuestro diseño se basó en un planteamiento de 3 tipos de posiciones dependiendo de la acción y posición de nuestro pie, vimos como variaba los esfuerzos dependiendo de cada posición de nuestro pie.

### Manuel Exiquio Barrera Suárez 1992101

En esta actividad aplicamos los conocimientos ya adquiridos durante la investigación para llevar a cabo una optimización topológica de una prótesis de pie y generamos una propuesta de diseño con las limitaciones que este debe de tener. Generamos el código en matlab para llevar a cabo el diseño generado en base al planteamiento.

## Juan Ángel Hernández Antonio 1992154

A lo largo de este reporte pudimos comprender el uso del software Matlab para generar un análisis de elemento finito para objetos de ámbito simple y que se pueden usar para múltiples casos, además de generar un buen soporte que nos ayudará mucho en este caso. A partir de lo que aprendimos, nos damos cuenta de que los software de hoy en día nos apoyan mucho con cálculos e impresiones que nos facilitan el poder generar nuevas ideas e ir más rápido en las investigaciones. Así mismo, es importante destacar que la movilidad libre de las articulaciones y el trabajo que desempeñan los músculos es importante para lograr el mejor diseño posible.

# Bibliografía

- 1. 99 Line Topology Optimization Code O. Sigmund, Department of Solid Mechanics, Building 404, Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby, Denmark.
- 2. Lucía, C. (2020, diciembre 16). *La optimización topológica en la impresión 3D*. 3Dnatives. https://www.3dnatives.com/es/optimizacion-topologica-10012017/ *Optimización Topológica*. (s/f). Catec.aero. Recuperado el 17 de octubre de 2022, de http://www.catec.aero/es/materiales-y-procesos/l%C3%ADnea-de-investigaci%C3%B3n/optimizaci%C3%B3n-topol%C3%B3gica