Unité d'enseignement HLEE 204 : Energie Electrostatique

Exercices Supplémentaires sur la Force, le champ et le potentiel électrique

Exercice 3 du TD n°2 : Forces électriques entres conducteurs sphériques ponctuels

1- La figure(a) ci-contre montre 2 conducteurs sphériques de charge positive placés sur l'axe des x. Les charges sont q_1= 1.6 nC et q_2 = 3.2 nC et la distance R = 0.02m. Déterminer grandeur et direction de la force électrostatique $\mathbf{F_{21}}$ que la charge 2 exerce sur la charge 1.

2- Déterminer grandeur et direction de la force électrostatique $\mathbf{F_{res,1}}$ que les charges 2 et 3 exercent sur la charge 1, dans le cas de la figure (b) où q_3 = -3.2nC et où la charge 3 se trouve à 3/4R de la charge 1.

3- Déterminer grandeur et direction de la force électrostatique $\mathbf{F'_{res,1}}$ que les charges 2 et 4 exercent sur la charge 1, dans le cas de la figure (c) où q_4 = -3.2nC et où la charge 4 se trouve à 3/4R de la charge 1.

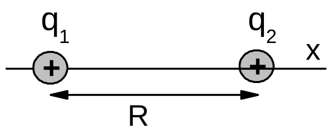


Fig. a

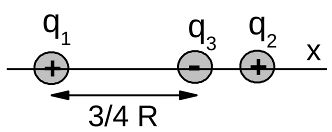


Fig. b

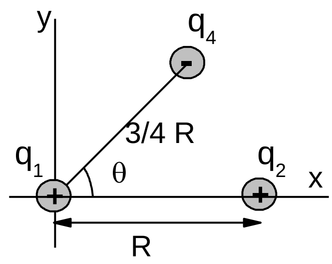
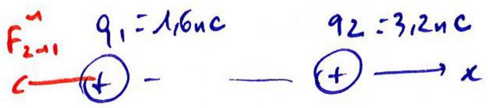


Fig. c

*1.



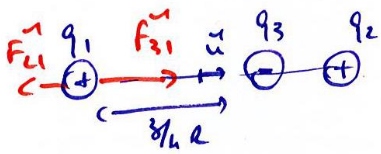
$R = 0{,}02\,m$

$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ F/m.

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\,10^{+9}$

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{R^2} = 1{,}15\,10^{-4}\,N.$$

*2.



$q_3 = -3{,}2\,nC$

$$F_{21} \text{ et } F_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{(3/4\,R)^2} = 2{,}05\,10^{-4}\,N.$$

$$\vec{F}_{Rés} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = (-1{,}15\,10^{-4} + 2{,}05\,10^{-4})\,\vec{u} = 0{,}9\,10^{-4}\,N\,\vec{u}.$$

3- Déterminer grandeur et direction de la force électrostatique $\mathbf{F'_{res,1}}$ que les charges 2 et 4 exercent sur la charge 1, dans le cas de la figure (c) où q_4 = -3.2nC et où la charge 4 se trouve à 3/4R de la charge 1.

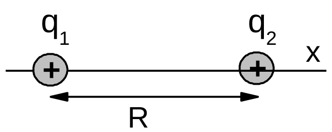


Fig. a

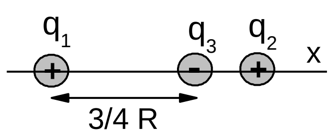


Fig. b

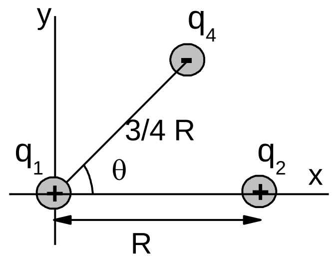
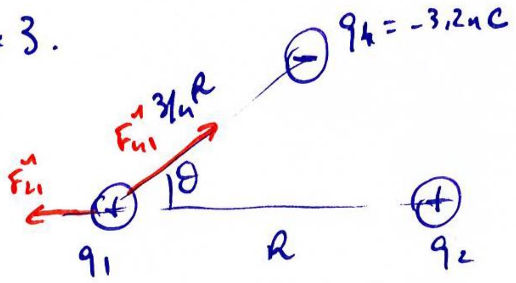


Fig. c

* 3.



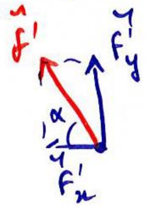
$\theta = 60°$

$$F_{41} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_4}{(3/4\,R)^2} = 2,05\,10^{-4}\,N.$$

$$\vec{F}'_{res,1} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{41}.$$

$$\begin{cases} (F'_{res,1})_x = F_{21_x} + F_{41_x} = -F_{21} + F_{41}\cos\theta = -1,25\,10^{-5}\,N. \\ (F'_{res,1})_y = F_{21_y} + F_{41_y} = 0 + F_{41}\sin\theta = 1,78\,10^{-4}\,N. \end{cases}$$

$$\vec{F}'_{res,1} \left| \begin{array}{l} -1.25\,10^{-5} \\ 1.78\,10^{-4} \end{array} \right.$$



$$tg\,\alpha = \frac{F'_y}{F'_x} = 14,23 \rightarrow \alpha = 86°$$

$$F'_{res,1} = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y} = 1.78\,10^{-4}\,N.$$

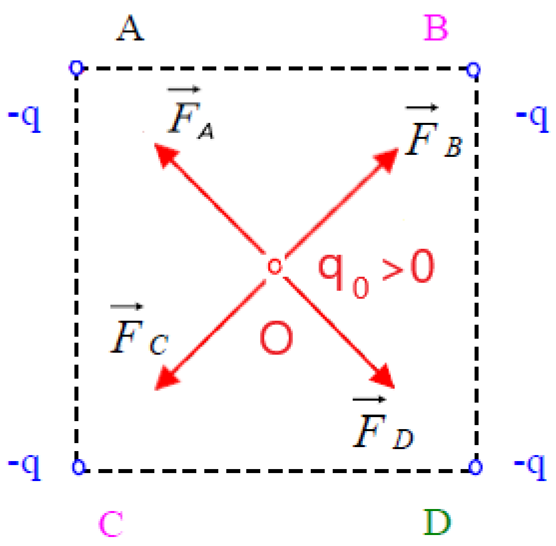
Force électrostatique crée par des charges ponctuelles identiques aux sommets d'un carré en chaque sommet du carré.

Quatre charges ponctuelles identiques –q (q > 0) sont fixées aux sommets A, B, C et D d'un carré de côté a. Une cinquième charge $q_0 > 0$ est maintenue fixe au centre O du carré.

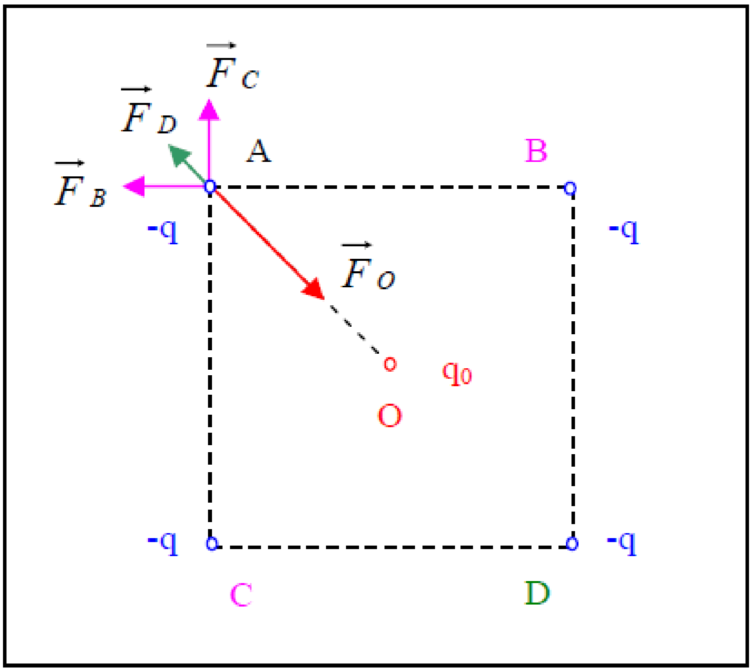
Déterminer la valeur de q_0 en fonction de q pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle.

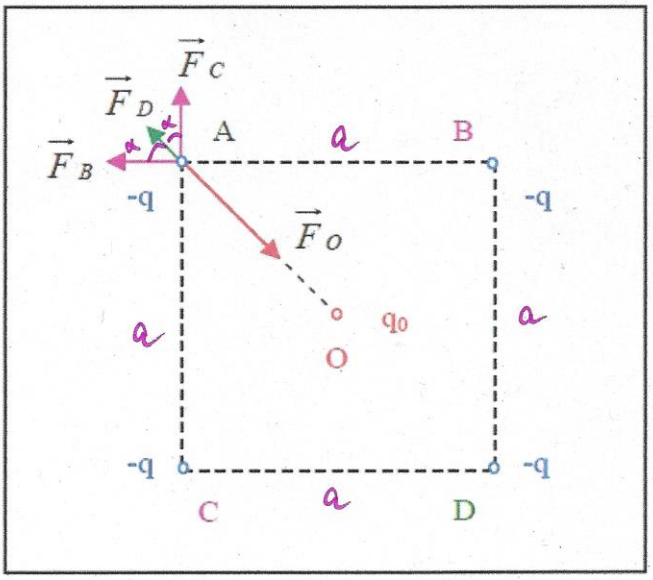
Réponse :

La force électrostatique $F(O)$ exercée par les quatre charges identiques –q sur la charge q0 est nulle quelle que soit la valeur de q0.



Il reste à évaluer la force totale exercée sur chacune des charges $-q$, par exemple la charge placée en A (figure ci-après).





diagonale du carré

$AB^2 + BD^2 = AD^2$

$\Rightarrow 2a^2 = AD^2$

$\rightarrow AD = a\sqrt{2}$

$\alpha = 45°$.

$$\vec{F}(A) = \sum_{i=1}^{4} \vec{F_i} = \vec{F_B} + \vec{F_C} + \vec{F_D} + \vec{F_O}$$

avec $\vec{F_B} = \dfrac{|-q||-q|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\,\vec{u_{BA}}$; $\vec{F_C} = \dfrac{|-q||-q|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\,\vec{u_{CA}}$; $\vec{F_D} = \dfrac{|-q||-q|}{4\pi\varepsilon_0 (a\sqrt{2})^2}\,\vec{u_{DA}}$

et $\vec{F_O} = \dfrac{|-q|(q_0)}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}\,\vec{u_{AO}}$ $\vec{u_{BA}}$; $\vec{u_{CA}}$; $\vec{u_{DA}}$ et $\vec{u_{AO}}$ vecteurs unitaires

et $\vec{u_{DA}} = \vec{u_{OA}} = -\vec{u_{AO}}$

$\|\vec{F_B}\| = \|\vec{F_C}\|$ donc $\vec{F}(A)$ suivant $\vec{u_{OA}}$ $\Rightarrow$ projection $\vec{u_{BA}}$ et $\vec{u_{CA}}$ suivant $\vec{u_{OA}}$

$\cos\alpha = \dfrac{X}{\|\vec{u_{BA}}\|} = \dfrac{X}{\|\vec{u_{CA}}\|} = \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ donc $X = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\|\vec{u_{BA}}\| = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\|\vec{u_{CA}}\|$

donc $\vec{F}(A) = \dfrac{qq}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{2}\right]\vec{u_{OA}} - \dfrac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 \frac{a^2\cancel{2}}{\cancel{4}2}}\,\vec{u_{OA}}$

$$\vec{F}(A) = \left\{\frac{qq}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right] - \frac{2qq_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\right\}\vec{u_{OA}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)q - 2q_0\right]\vec{u_{OA}}$$

La Force est nulle en A si $\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)q - 2q_0 = 0 \longrightarrow q_0 = q\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{4}\right]$

$$\boxed{q_0 = 0{,}957\,q.}$$

Exercixe examen mai 2020 (10 pts)

Soit 3 charges Q1 = 1µC (1x10^{-6}C), Q2 = 2µC et Q3 = -3µC, au sommet du triangle équilatéral de côté a = 5 cm (figure ci-dessous)

1- Représenter les 3 vecteurs champs électriques ($\overrightarrow{E1}$, $\overrightarrow{E2}$, $\overrightarrow{E3}$) créés par ces 3 charges au point O, point de concours des 3 médiatrices.

2- Déterminer :

a- les composantes en x et en y de la résultante du vecteur champ $\vec{E}$ total créé en O par les 3 charges.

b- la direction du champ électrique total, c'est-à-dire l'angle α avec l'axe Ox

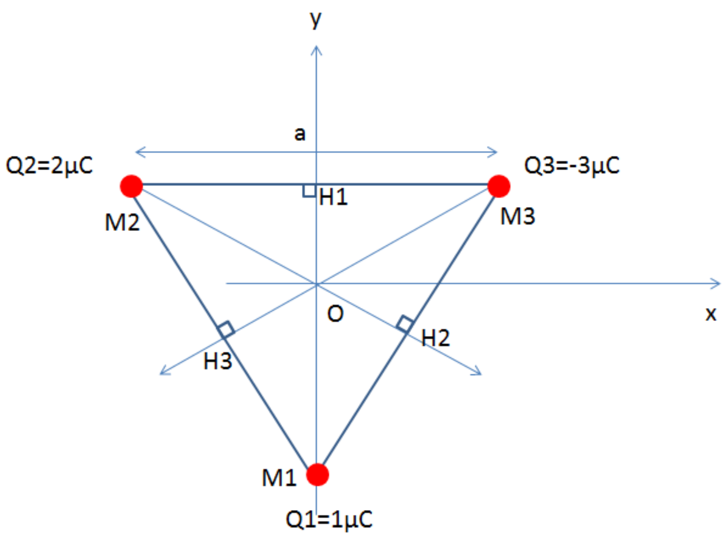
c- l'intensité de ce champ électrique.

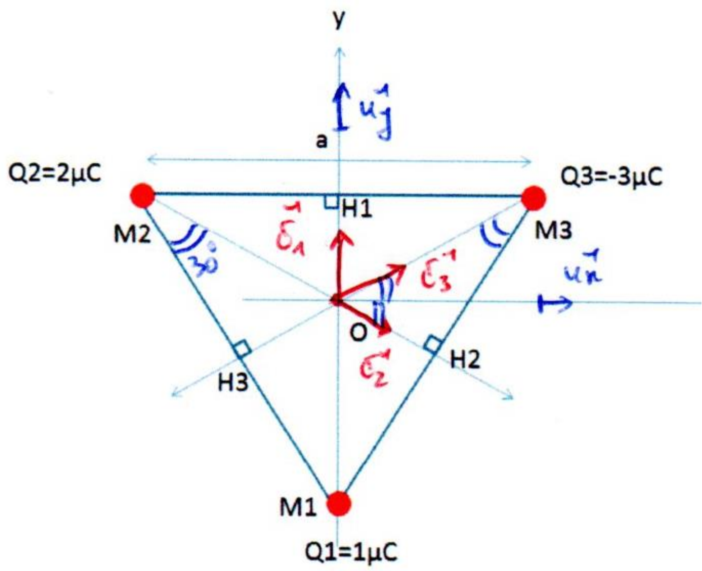
Rappel : le point O est tel que $OM_i = 2/3 M_iH_i$;

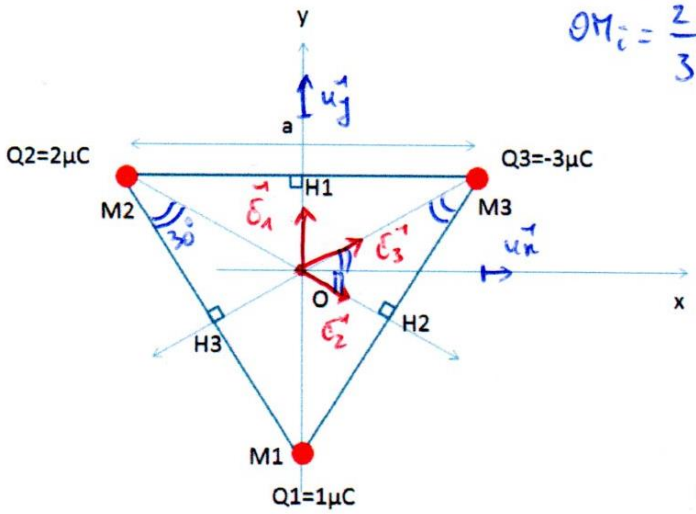
l'angle au sommet d'un triangle équilatéral est de 60°

3- Calculer le potentiel V au point O ; Calculer le potentiel V' au point M_2.

4- On place maintenant en O une charge Q de -5µC libre de se déplacer. Représenter et calculer la force électrostatique exercée par le système [Q1, Q2, Q3] sur Q.







$$OM_i = \frac{2}{3} M_i H_i \qquad a = 5cm. \qquad \left[\varepsilon_0 = 8,84\, 10^{-12} F/m. \right.$$

$$\vec{E_1} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 (OM_1)^2} \vec{u_y} = 1,08\, 10^7 \,(V/m)\, \vec{u_y}$$

$$\vec{E_2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (OM_2)^2} \cos 30\, \vec{u_x} - \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (OM_2)^2} \sin 30\, \vec{u_y}.$$

$$\vec{E_2} = 1,86\, 10^7 u_x - 1,08\, 10^7 \vec{u_y}.$$

$$\vec{E_3} = \frac{|Q_3|}{4\pi\varepsilon_0 (OM_3)^2} \cos 30\, \vec{u_x} + \frac{|Q_3|}{4\pi\varepsilon_0 (OM_3)^2} \sin 30\, \vec{u_y}$$

$$\vec{E_3} = 2,78\, 10^7 \vec{u_x} + 1,6\, 10^7 \vec{u_y}.$$

$$\left[\vec{E}_{total} = 4,64\, 10^7 \vec{u_x} + 1,6\, 10^7 \vec{u_y}. \right.$$

$$tg\,\alpha = \frac{1,6}{4,64} \Rightarrow \alpha = 19° \qquad \left[E_{total} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 4,9\, 10^7\, V/m. \right.$$

3- Calculer le potentiel V au point O ; Calculer le potentiel V' au point M_2.

$$V_{en\,O} = \sum_i V_i = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 OM_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 OM_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 OM_3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r} \left[q_1 + q_2 + q_3 \right] = 0 \text{ car } q_1+q_2+q_3 = 0$$

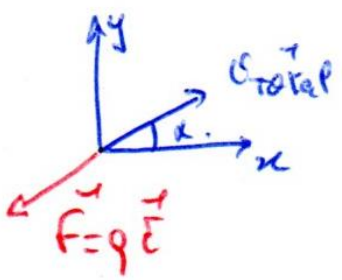
Potentiel en M_2

$$V_{en\,M_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a} \left[q_1 + q_3 \right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a} (-2\, 10^{-6}) = -360\, kV$$

4- On place maintenant en O une charge Q de -5µC libre de se déplacer. Représenter et calculer la force électrostatique exercée par le système [Q1, Q2, Q3] sur Q.

$$\vec{F} = q\, \vec{E}_{total}$$

$$q = -5\mu C$$



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$F = 240 N.$$