HAE302E - Circuits et Composants Capacitifs et Inductifs

TD2 La Force Electrostatique

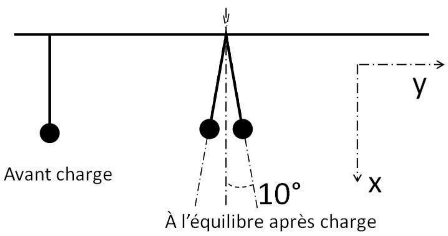
1- Etude de deux billes chargées à l'équilibre:

On considère deux billes identiques de masses 0.2 g, chacune suspendues par l'intermédiaire d'un fil isolant de longueur 20cm.
On prendra soin de travailler dans le repère orthonormé défini dans la figure ci-dessous et de respecter le sens trigonométrique en prenant l'axe des abscisses comme référence.

11- Dans l'état initial on considère les deux billes non chargées. Calculer alors les coordonnées des vecteurs associés à la tension du fil et au poids. On prendre g=9,81 m/s^2.

12- Désormais les deux billes possèdent chacune une charge électrostatique Q. Ces charges sont identiques (positive par exemple) et uniformément réparties. Les billes forment un angle de 10° par rapport à l'axe vertical.

- Faire le bilan des forces sur le système composé des billes et des fils
- Calculer la charge Q portée par chacune des billes.

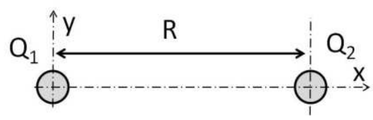


2- Compensation des forces électrostatiques

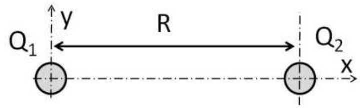
Deux corps A et B, supposés ponctuels, sont séparés par une distance d et portent chacun des charges positives, respectivement de Q_A et de $Q_B=2Q_A$. On veut montrer qu'il existe un point M unique, tel qu'un corps ponctuel, portant une charge Q négative, placée en M subit de la part de Q_A et Q_B des forces électrostatiques qui se compensent.
1. Montrer que M est nécessairement situé sur la droite (AB).
2. Montrer que M est nécessairement situé entre A et B.
3. Exprimer la distance x=AM en fonction de d. Conclure
4. Représenter sur un schéma les points A, B et M ainsi que les forces exercées par Q_A et Q_B sur Q.

3- Forces électrostatiques entre conducteurs sphériques ponctuels

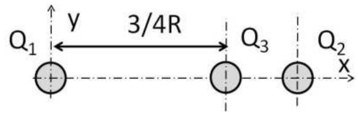
La figure ci-dessous montre deux conducteurs sphériques de charge positive placés sur l'axe des x et séparés par une distance R de 20 cm.



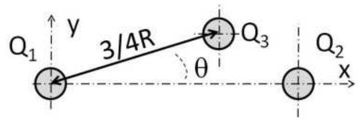
31- Les charges sont $Q_1 = 1.6$ nC et $Q_2 = 3.2$ nC. Déterminer la grandeur et la direction de la force électrostatique $\overrightarrow{F_{2,1}}$ que la charge Q_2 exerce sur la charge Q_1 .



32- Une charge Q_3 de -3.2 nC est placée entre Q_1 et Q_2 à une distance 3/4 R de Q_1 Déterminer la grandeur et la direction de la force électrostatique $\overrightarrow{F_{23,1}}$ résultante de Q_2 et Q_3 sur Q_1.



33- Même question que la précédent où Q_3 est toujours à la même distance de Q_1 mais n'est plus entre Q_1et Q_2

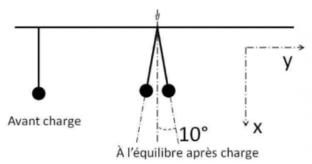


1- <u>Etude de deux billes chargées à l'équilibre</u>:

On considère deux billes identiques de masses 0.2 g, chacune suspendues par l'intermédiaire d'un fil isolant de longueur 20cm.
On prendra soin de travailler dans le repère orthonormé défini dans la figure ci-dessous et de respecter le sens trigonométrique en prenant l'axe des abscisses comme référence.

11- Dans l'état initial on considère les deux billes non chargées. Calculer alors les coordonnées des vecteurs associés à la tension du fil et au poids. On prendre g=9,81 m/s^2.

12- Désormais les deux billes possèdent chacune une charge électrostatique Q. Ces charges sont identiques (positive par exemple) et uniformément réparties. Les billes forment un angle de 10° par rapport à l'axe vertical.
- Faire le bilan des forces sur le système composé des billes et des fils
- Calculer la charge Q portée par chacune des billes.



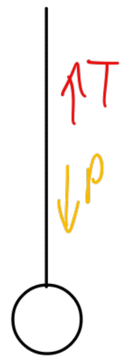
$\begin{pmatrix} mg \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} = 0$

$P = m \cdot g.$

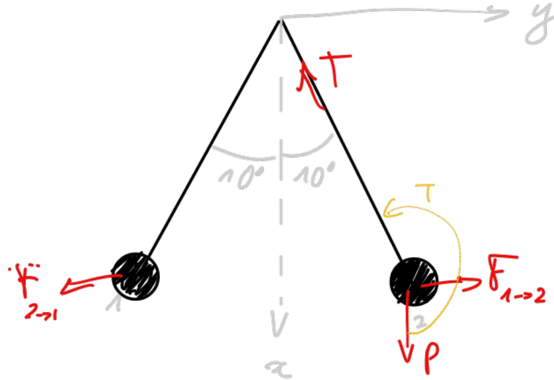
$P = 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81$

$P = 1,93 \cdot 10^{-3} N \vec{e_x}$

$T = 1,93 \cdot 10^{-3} N \, e_x$



1;2)



$\vec{\sum F} = 0 = \vec{F_e} + \vec{T} + \vec{P}$

$\vec{P} = \begin{pmatrix} m \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{T} = T \begin{pmatrix} \cos(180+10) \\ \sin(180+10) \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} -\cos(10) \\ -\sin(10) \end{pmatrix}$

$\vec{F} \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix}$

$\begin{matrix} e_x \\ e_y \end{matrix} \begin{cases} mg - T\cos(10) = 0 \\ -T\sin(10) + F = 0 \end{cases}$

$mg = T\cos(10) \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos(10)}$

$F = T\sin(10) \Rightarrow \frac{mg}{\cos 10} \times \sin(10)$

$F = mg \cdot \tan(10)$

$F = \left(\frac{mg}{\cos 10}\right) \sin 10 = mg \tan(10)$

$F = 3,46 \cdot 10^{-4} N$

$$F_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow Q = \sqrt{F \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$$

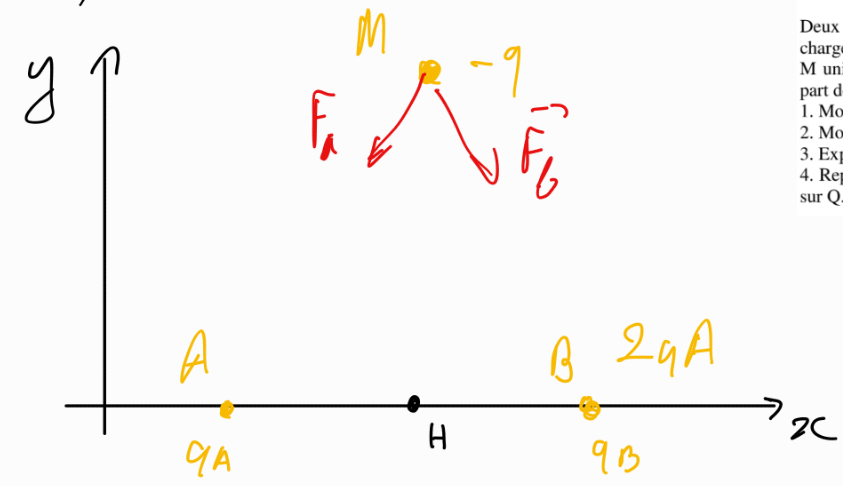
$$Q = \sqrt{\frac{1}{9\cdot 10^{9}} \cdot (6{,}95\cdot 10^{-2})(3{,}46\cdot 10^{-4})}$$

$$= \pm 1{,}36 \cdot 10^{-8}\ C$$

$$r = 2\cdot \sin(10)\cdot 0{,}2 = 6{,}95\cdot 10^{-2}\ m$$

---

2)



2- Compensation des forces électrostatiques

Deux corps A et B, supposés ponctuels, sont séparés par une distance d et portent chacun des charges positives, respectivement de Q_A et de $Q_B=2Q_A$. On veut montrer qu'il existe un point M unique, tel qu'un corps ponctuel, portant une charge Q négative, placée en M subit de la part de Q_A et Q_B des forces électrostatiques qui se compensent.
1. Montrer que M est nécessairement situé sur la droite (AB).
2. Montrer que M est nécessairement situé entre A et B.
3. Exprimer la distance x=AM en fonction de d. Conclure
4. Représenter sur un schéma les points A, B et M ainsi que les forces exercées par Q_A et Q_B sur Q.

$$\vec{F_a} = \frac{-q q_A}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{AM}\|^2} \cdot \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} = \frac{-q q_a}{4\pi\varepsilon_0 \|AM\|^2} \cdot \vec{AM}$$

$$\vec{F_b} = \frac{-q q_B}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{BM}\|^2} \cdot \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|} = \frac{-q q_B}{4\pi\varepsilon_0 \|BM\|^3} \cdot \vec{BM}$$

$$\begin{cases} \vec{AM} = \vec{AH} + \vec{HM} \\ \vec{BM} = \vec{BH} + \vec{HM} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{F_a} = \dfrac{-q q_A}{4\pi\varepsilon_0 \|AM\|^3}(AH + HM) \\ \vec{F_b} = \dfrac{-q q_B}{4\pi\varepsilon_0 \|BM\|^3}(BH + HM) \end{cases}$$

Soit

$$\text{sur } y = \Bigg(\underbrace{\frac{-Q Q_A}{4\pi\varepsilon_0 \|AM\|^3}}_{<0} + \underbrace{\frac{-2Q Q_A}{4\pi\varepsilon_0 \|BM\|^3}}_{<0} \Bigg) \cdot \vec{HM} = \vec{0}$$

seul solution HM = 0 soit H = M

soit M sur l'axe des x

Meme raisonement sur l'axe des x

$$\frac{-Q_A Q}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{AH}\|^3}\vec{AH} + \frac{-2Q_A Q}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{BH}\|^3}\vec{BH} = \vec{O}$$

$$\frac{-\vec{AH}}{\|AH\|^3} = -\frac{2\vec{BH}}{\|BH\|^3} = \vec{O}$$

$\rightsquigarrow$ est possible si H est entre A et B

3) Donc

$\vec{AH} = \|AH\| \cdot \vec{e_x}$

$\vec{BH} = \|BH\| \cdot -\vec{e_x}$

$$\left\{ -\frac{1}{\|\vec{AH}\|^2}\vec{e_x} + \frac{(-2)}{\|\vec{BH}\|^2} - \vec{e_x} = \vec{O} \right.$$

$$-\frac{1}{\|\vec{AH}\|^2} + \frac{2}{\|\vec{BH}\|^2} = 0$$

$2\|\vec{AH}\|^2 - \|BH\| = 0$

$\|\vec{AH}\| - \|\vec{BH}\| = d$

$\|BH\| = d - \|\vec{AH}\|$

$-2\|\vec{HA}\|^2 + (d - AH)^2 = 0$

posons $\|HA\| = x$

$-2x^2 + (d-x)^2 = 0$

$-2x^2 + d^2 - 2dx + x^2 = 0$

$x^2 + 2dx - d^2 = 0$

$\Delta = (2d)^2 + 4d^2 = 8d^2$

$$x = \frac{-2d \pm \sqrt{8d^2}}{2}$$

$$= \frac{-2d + 2d\sqrt{2}}{2} = -d + d\sqrt{2}$$

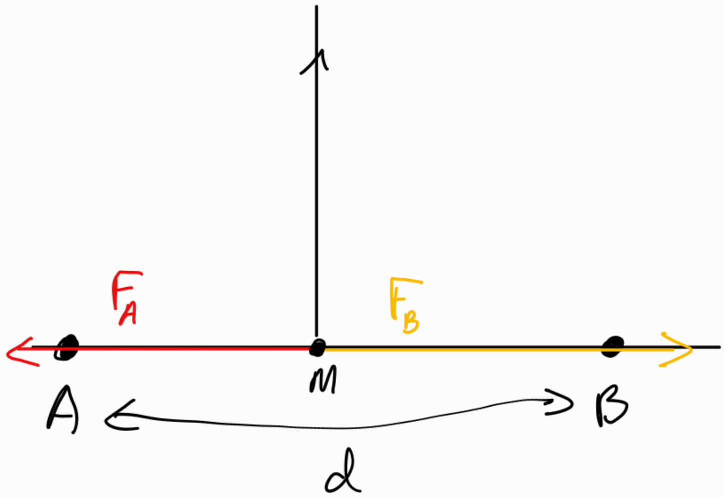
$= d(\sqrt{2} - 1)$

$\|AH\| = 0{,}41 d$

$\|BH\| = 0{,}59 d$

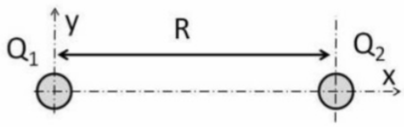
$$F_a = \frac{-QQ_A}{4\pi\varepsilon_0 (0{,}41\,d)^2} \cdot \underbrace{\frac{\vec{AH}}{\|\vec{AH}\|}}_{\vec{e_x}}$$

$$F_b = \frac{-2QQ_A}{4\pi\varepsilon_0 (0{,}59\,d)^2} \cdot \underbrace{\frac{\vec{BH}}{\|\vec{BH}\|}}_{-\vec{e_x}}$$

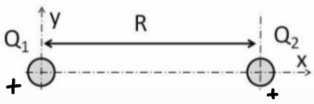


3- Forces électrostatiques entre conducteurs sphériques ponctuels

La figure ci-dessous montre deux conducteurs sphériques de charge positive placés sur l'axe des x et séparés par une distance R de 20 cm.



31- Les charges sont Q_1= 1.6 nC et Q_2 = 3.2 nC. Déterminer la grandeur et la direction de la force électrostatique $\overrightarrow{F_{2,1}}$ que la charge Q_2 exerce sur la charge Q_1 .



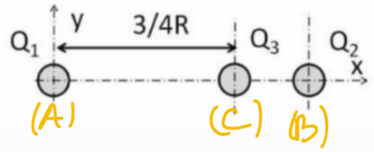
$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{R^2} \cdot \underbrace{\frac{\vec{BA}}{\|\vec{BA}\|}}_{-\vec{e_x}}$$

$$= \frac{1{,}6\cdot 10^{-9} \cdot 3{,}2\,10^{-9} \cdot 9\cdot 10^{9}}{(0{,}2)^2} (-\vec{e_x})$$

$$= -1{,}15 \cdot 10^{-6}\,\vec{e_x}$$

en exam on peut mettre direct $-\vec{e_x}$, bien sur si on a la valeurs des charge sinon avec vecteur.

32- Une charge Q_3 de -3.2 nC est placée entre Q_1 et Q_2 à une distance 3/4 R de Q_1 Déterminer la grandeur et la direction de la force électrostatique $\overrightarrow{F_{23,1}}$ résultante de Q_2 et Q_3 sur Q_1.

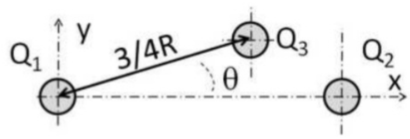


$$\vec{F}_{31} = \frac{Q_3 Q_1}{4\pi\varepsilon_0 (\frac{3}{4}R)^2} \cdot \frac{\vec{CA}}{\|\vec{CA}\|} = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0 (\frac{3}{4}R)^3} \cdot -\vec{e_x} = \frac{1{,}6\cdot10^{-9}(-3{,}2\cdot10^{-9})\,9\cdot10^{9}}{(\frac{3}{4}\,0{,}2)^2} \cdot -\vec{e_x}$$

$$= 2{,}04\cdot10^{-6}\,\vec{e_x} \text{ N}$$

Total $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 8{,}9\cdot10^{-7}\,\vec{e_x}$ N

33- Même question que la précédent où Q_3 est toujours à la même distance de Q_1 mais n'est plus entre Q_1et Q_2



$$\frac{\vec{CA}}{\|\vec{CA}\|} = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\pi) \\ \sin(\theta+\pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_{31} = \frac{Q_3 Q_1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot (\frac{3}{4}R)} \cdot \begin{pmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$= \frac{(1{,}6\cdot10^{-9})(-3{,}2\times10^{-9})\;9\cdot10^{9}}{(\frac{3}{4}\times0{,}2)^2} \begin{pmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix} = 2{,}04\cdot10^{-6} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$