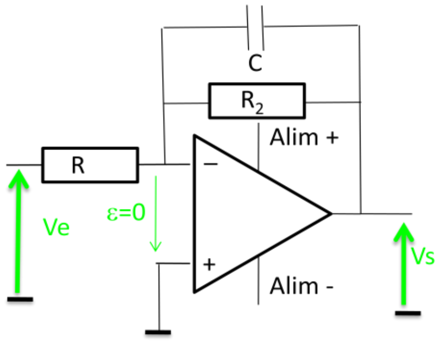



<u>Exercice 1</u>: Intégrateur :

On considère dans un premier temps le montage sans $R_2$.

Montrer que ce montage réalise une intégration de Ve :

1°) grâce aux équations différentielles

Le courant entrant dans R vaut i=Ve/R.

Ce courant ne rentre pas dans E- et charge donc C.

La tension aux bornes de C étant –Vs, le courant de charge

s'exprime par : $i=-C\frac{dVs}{dt}$

il vient $V_s(t)=-\frac{1}{RC}\int_0^t V_e(\tau)\,d\tau$

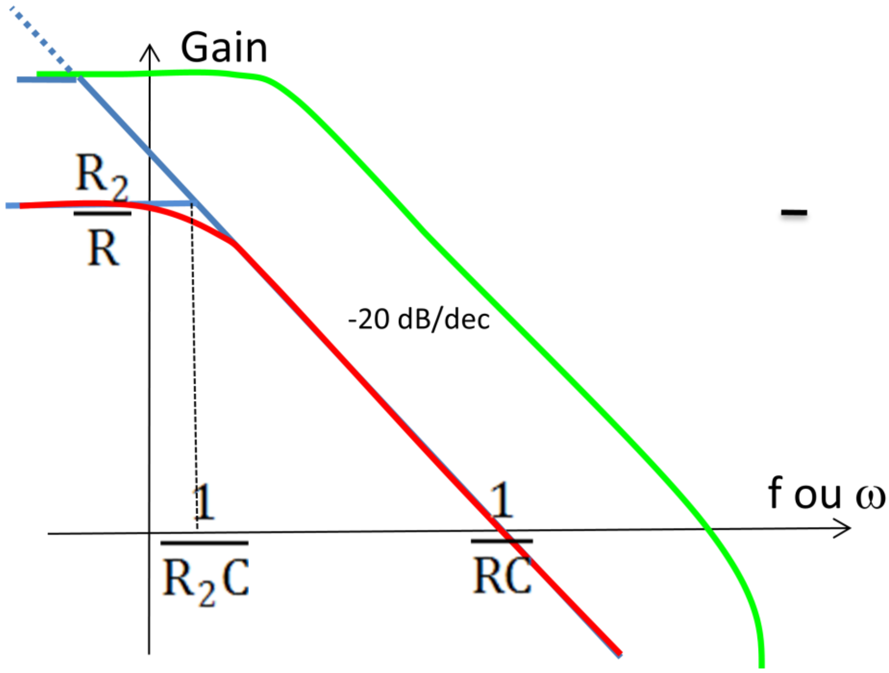
2°) à l'aide des impédances complexes.

Le montage est de type amplificateur inverseur. Son gain est $-Z_2/Z_1$ avec $Z_2=1/jC\omega$ et $Z_1=R$.

donc $\frac{V_s}{V_e}=-\frac{1}{jRC\omega}$

Au signe près, il s'agit bien d'une opération d'intégration.

3°) Tracer le diagramme de Bode (gain + phase) de Vs/Ve.




La phase de l'intégrateur (en bleu) vaut -90°. Attention, le montage étant inverseur, elle vaut ici +90°.

La limitation de la courbe verte est celle du gain en boucle ouverte de l'AOP.

4°) Introduire la résistance $R_2$ et trouver la nouvelle fonction

de transfert Vs/Ve. Tracer son diagramme de Bode. Quel est le rôle de $R_2$ ?

Avec la résistance $R_2$, le gain en $-Z_2/Z_1$ devient :

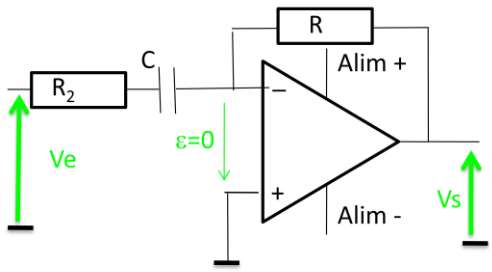
$$-\frac{\dfrac{\frac{R_2}{jC\omega}}{R_2+\frac{1}{jC\omega}}}{R}=\frac{-1}{\frac{R}{R_2}+jRC\omega}$$

Il s'agit d'un filtre passe bas avec gain $R_2/R$ dont le diagramme de bode est donné ci-dessus.

La phase passe de 0° à -90° (-180° à -270° si on tient compte du signe -) au voisinage de la fréquence de coupure $f_c=1/(2\pi R_2C)$.

$R_2$ sert à limiter le gain en boucle ouverte à $R_2/R$. De la sorte, on peut espérer voir fonctionner l'intégrateur tel quel sur par exemple des signaux carrés (on doit obtenir un triangle). Sans $R_2$, on a toutes les chances d'observer ±Vsat, l'intégrateur dérivant très facilement vers la saturation dès qu'un très léger offset apparaît en entrée.

<u>Exercice 2</u>: Dérivateur :




On considère dans un premier temps le montage sans $R_2$.

Montrer que ce montage réalise une dérivation de Ve :

1°) grâce aux équations différentielles

Le courant entrant dans R vaut i=-Vs/R.

Ce courant ne rentre pas dans E- et charge donc C.

La tension aux bornes de C étant Ve, le courant de charge

s'exprime par : $i=C\frac{dVe}{dt}$

il vient $V_s(t)=-RC\frac{dV_e}{dt}$

2°) à l'aide des impédances complexes.

Le montage est de type amplificateur inverseur. Son gain est $-Z_2/Z_1$ avec $Z_1=1/jC\omega$ et $Z_2=R$.

donc $\frac{V_s}{V_e}=-jRC\omega$

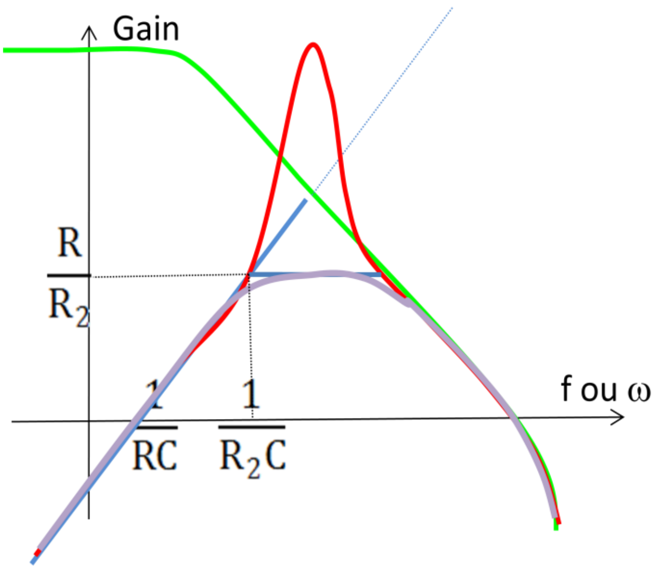
Au signe près, il s'agit bien d'une opération de dérivation.

3°) Tracer le diagramme de Bode (gain+phase) de Vs/Ve.

La courbe bleue donne le gain du dérivateur qui monte théoriquement à l'infini.

La phase est alors de +90° (mais ici -90° car le montage est inverseur).

Dans la pratique la courbe de gain en boucle ouverte de l'AOP limite le gain de manière brutale avec l'apparition d'une courbe résonnante de type passe bande d'ordre 2 (courbe rouge). La phase passe alors de +90° à -90° (-90° à -270° pour l'inverseur).




4°) Introduire la résistance $R_2$ et trouver la nouvelle fonction de transfert Vs/Ve.

La résistance $R_2$ filtre cette résonnance. Le gain devient :

$$-\frac{R}{R_2+\frac{1}{jC\omega}} = -\frac{jRC\omega}{1+jR_2C\omega}$$

Il s'agit d'un passe haut de gain $R/R_2$ et de fréquence de coupure $f_C = 1/(2\pi R_2 C)$.

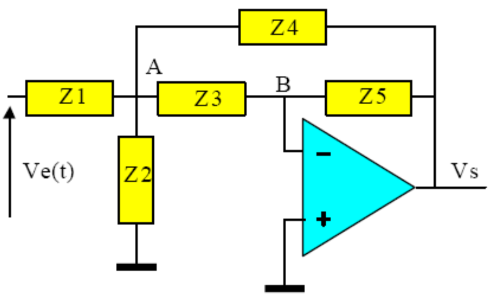
Le gain est encore limité par la réponse de l'AOP, mais de façon plus douce.

La phase passe de 90° à 0° dans la bande passante et atteint -90° dans la coupure HF (-90°/-180°/-270° pour l'inverseur).

Tracer son diagramme de Bode. Quel est le rôle de $R_2$.

$R_2$ sert à filtrer les oscillations dues à la résonnance. En effet, la dérivée d'un carré doit donner des diracs. Sans $R_2$ ceux-ci sont très oscillants. Avec $R_2$, ils apparaissent comme des impulsions de 1$^{er}$ ordre.

Ainsi, ils ressemblent plus à l'idée qu'on se fait d'un dirac (impulsion rectangulaire). On peut cependant critiquer le choix de mettre $R_2$. En effet, l'impulsion oscillante du 2ème ordre obtenue sans $R_2$ est elle aussi un dirac (toute fonction d'aire finie dont la durée tende vers zéro). Sa dynamique est meilleure que celle du dirac filtré. Utilisé par exemple dans un correcteur PID en automatique, il donnera de meilleurs résultats (rapidité) que le montage filtré.




Exercice 3: Filtre à structure de Rauch :

1°) Montrer que $V_A = -\frac{Z_3}{Z_5} V_S$.

En effet, les courants dans $Z_3$ et $Z_5$ sont les mêmes donc

$V_A/Z_3 = -V_S/Z_5$ et donc $V_A = -\frac{Z_3}{Z_5} V_S$

2°) Appliquer Millman au point A.

$$V_A\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4}\right) = \frac{V_e}{Z_1}+\frac{V_S}{Z_4}$$

3°) Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-1}{\frac{Z_3}{Z_5}+\frac{Z_1}{Z_5}+\frac{Z_1}{Z_4}+\frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_5}+\frac{Z_1 Z_3}{Z_4 Z_5}}$$

$-\frac{Z_3}{Z_5}V_s\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4}\right)=\frac{V_e}{Z_1}+\frac{V_s}{Z_4}$ d'où $-\frac{Z_3}{Z_5}V_s\left(\frac{Z_2Z_3Z_4+Z_1Z_3Z_4+Z_1Z_2Z_4+Z_1Z_2Z_3}{Z_1Z_2Z_3Z_4}\right)=\frac{V_e}{Z_1}+\frac{V_s}{Z_4}$

soit $-V_s\left(\frac{Z_2Z_3Z_4+Z_1Z_3Z_4+Z_1Z_2Z_4+Z_1Z_2Z_3}{Z_2Z_4Z_5}+\frac{Z_1}{Z_4}\right)=V_e$ $-V_s\left(\frac{Z_3}{Z_5}+\frac{Z_1Z_3}{Z_2Z_5}+\frac{Z_1}{Z_5}+\frac{Z_1Z_3}{Z_4Z_5}+\frac{Z_1}{Z_4}\right)=V_e$ et finalement :

$$\frac{V_s}{V_e}=\frac{-1}{\frac{Z_3}{Z_5}+\frac{Z_1}{Z_5}+\frac{Z_1}{Z_4}+\frac{Z_1Z_3}{Z_2Z_5}+\frac{Z_1Z_3}{Z_4Z_5}}$$

4°) On considère le cas où $Z_1=Z_3=Z_4=R$, $Z_2=1/jC_2\omega$, $Z_5=1/jC_5\omega$,

Écrire la fonction de transfert en utilisant les variables réduites :

$$\omega_0^2=\frac{1}{R^2C_2C_5} \qquad \frac{1}{Q}=3\sqrt{\frac{C_2}{C_5}} \qquad x=\frac{\omega}{\omega_0}$$

Étudiez le cas $C_5=4{,}5C_2$.

On obtient :

$$\frac{V_s}{V_e}=\frac{-1}{jRC_5\omega+jRC_5\omega+1-R^2C_2C_5\omega^2+jRC_5\omega}=\frac{-1}{1+3jRC_5\omega-R^2C_2C_5\omega^2}$$

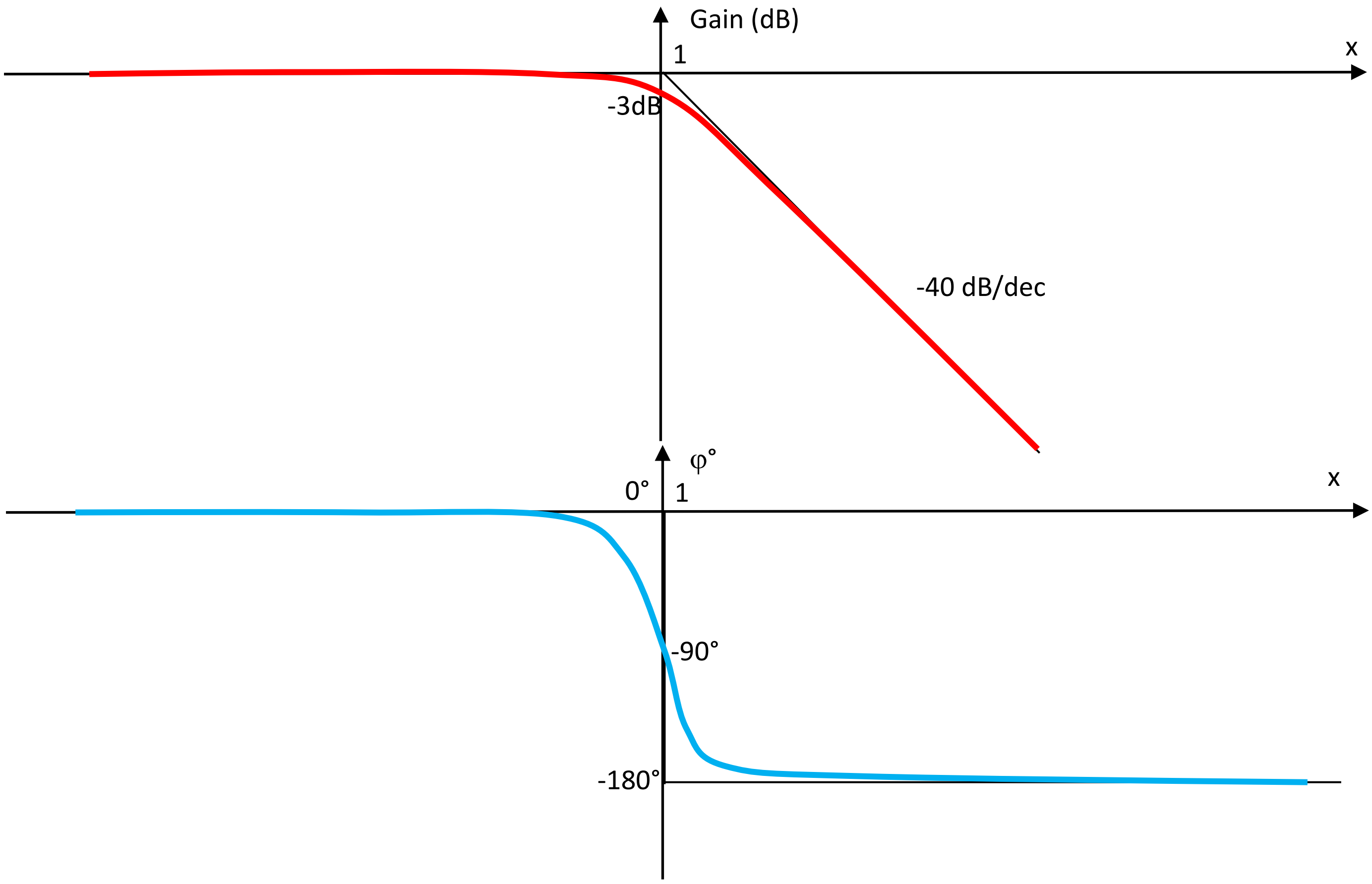
On pose $\omega_0^2=\frac{1}{R^2C_2C_5}$ $\frac{1}{Q}=3\sqrt{\frac{C_2}{C_5}}$ et $x=\frac{\omega}{\omega_0}$

$$\frac{V_s}{V_e}=\frac{-1}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$$

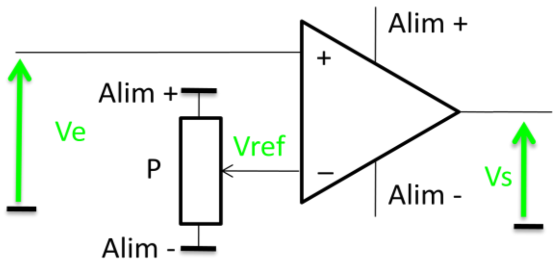
Le cas $C_5=4{,}5C_2$ donne $Q=0{,}707$

or $Q=1/2m$ donc $m=0{,}707$ Ce cas est bien connu, il s'agit du filtre passe bas de Butterworth d'ordre 2.

Au signe près le diagramme de Bode est le suivant :



Exercice 4: Comparateur :

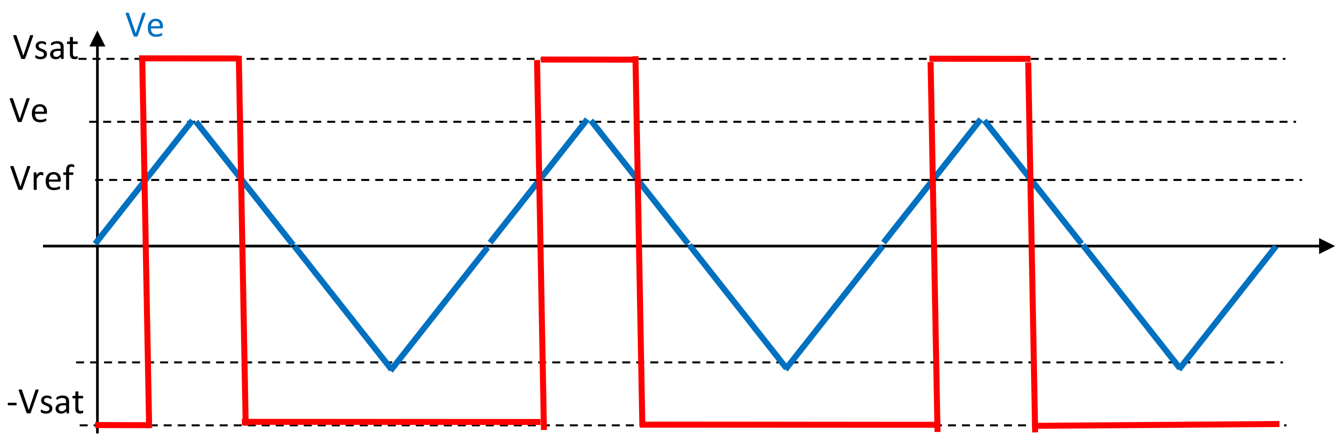



1°) Quelles sont les valeurs possibles de Vs ?

L'ampli op n'est pas contre réactionné donc Vs=±Vsat

En effet, Ve ne peut être exactement égal à Vref et le gain de l'AOP est infini.

2°) Tracer le chronogramme de Vs, sachant que l'amplitude de Ve vaut 2Vref, et Vref=Vsat/3.




3°) Tracer la caractéristique entrée/sortie du montage.