HAE301E - Electronique analogique

TD/TP 4 : Régime variable

Analyse de circuits à l'aide du formalisme de Laplace

<u>Exercice 1 :</u> Réponse d'un circuit du 1^{er} ordre

On considère le circuit de la figure 1. On considère que les conditions initiales sont nulles (i.e. à t=0 le condensateur est déchargé). Le circuit est alimenté par e(t) est un échelon de tension d'amplitude E.

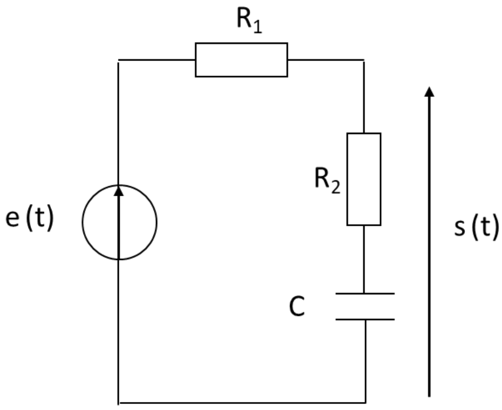


Figure 1

1) Faire le schéma du circuit dans le formalisme de Laplace avec les impédances opérationnelles.
2) Calculer S(p) et I(p) les transformées de Laplace respectives de s(t) et i(t). Ecrire S(p) et I(p) sous la forme d'une somme d'éléments simples.
3) Calculer s(t) et i(t) en utilisant la table des transformées de Laplace donnée dans l'annexe 1.
4) A l'aide de Matlab, vérifier les résultats obtenus dans la question précédente en calculant les transformées de Laplace inverse de S(p) et I(p). On s'aidera de l'annexe 2 pour la syntaxe Matlab.
5) Avec Matlab, tracer s(t) et i(t). On prendra R_1=10 Ω, R_2= 8 Ω, C= 100 µF et E=10 V. Pour cela, on définira un vecteur temps t de 0 à 5 ms contenant 500 points : t=linspace(0,5e-3,500).

Exercice 2 : Réponse d'un circuit du 2nd ordre

On considère le circuit de la figure 2. Les conditions initiales sont nulles. On prendra R=1 kΩ et C= 1 µF.

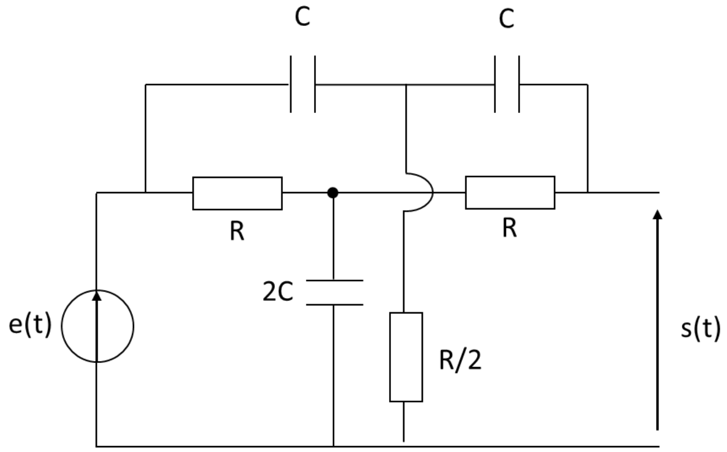


Figure 2

1) Faire le schéma équivalent du circuit dans le formalisme de Laplace avec les impédances opérationnelles.
2) Déterminer la fonction de transfert opérationnelle H(p). On mettra la fonction de transfert sous la forme canonique suivante :

$$H(p) = \frac{H_0\left[1 + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2\right]}{1 + \frac{2mp}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

   On déterminera H_0, ω_0 et m.

Nous allons à présent étudier la réponse harmonique de ce circuit.

3) A l'aide de Matlab et du formalisme de Laplace, déterminer à réponse à différents signaux d'entrée :
   i. $e_1(t) = cos(2\pi \cdot 20 \cdot t) \cdot u(t)$
   ii. $e_2(t) = cos(2\pi \cdot 170 \cdot t) \cdot u(t)$
   iii. $e_3(t) = cos(2\pi \cdot 10^4 \cdot t) \cdot u(t)$

   On trouve que les signaux de sortie sont sous la forme $s(t) = a \cdot cos(2\pi \cdot f \cdot t\ +\ \varphi) \cdot u(t)$
4) Tracer le diagramme de Bode de ce circuit. On s'aidera de l'annexe 3. A quel type de filtre correspond ce circuit ?
5) Utiliser le diagramme de Bode pour estimer a et φ pour les trois signaux d'entrée.

Annexe 1 : Table des transformées de Laplace

f(t) pour t>0 ⇔	F(p)
δ *(impulsion)*	1
1 *(échelon unité)*	$\frac{1}{p}$
t *(rampe)*	$\frac{1}{p^2}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-a.t}$	$\frac{1}{p+a}$
$\frac{1}{T}e^{-t/T}$	$\frac{1}{1+T.p}$
$t^n.e^{-a.t}$	$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
$\cos(\omega.t)$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$\sin(\omega.t)$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$e^{-at}.\cos(\omega.t)$	$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at}.\sin(\omega.t)$	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$

Annexe 2 : Exemples de l'utilisation de fonctions Matlab

Déclaration de variables symboliques	`>> syms x y;`

Dérivation	`>> syms x y;`
	`>> f = sin(x)^2 + cos(y)^2;`
	`>> diff(f, y, 2) % Dérivée seconde de f en fonction de y`
	
	`ans =`
	`2*sin(y)^2 - 2*cos(y)^2`

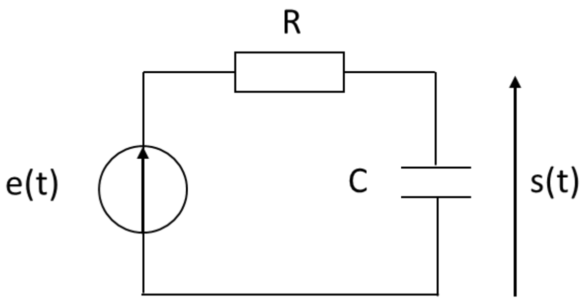
Transformée de Laplace et
 	
Laplace inverse
	`>> syms t a p;`
	`>> f = exp(-a*t);`
	`>> F=laplace(f,t,p)`
	
	`F =`
	`1/(a + p)`
	
	`>> f=ilaplace(F,p,t)`

	f = 1/exp(a*t)
Substitution des variables symboliques par des nombres (i.e. variables numériques)	>> syms a b; >> f=subs(a + b, a, 4) f = b + 4
Tracé d'une courbe	% x et y sont des variables numériques >> plot(x,y) % trace y et fonction de x
Fonction Heaviside (fonction échelon unité)	>> syms t >> heaviside(t)

<u>Annexe 3 :</u> Exemple de tracé du diagramme de Bode à l'aide de Matlab.

Dans cet exemple, on considère la fonction de transfert d'un circuit RC :

$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1+jRC\omega}$ avec R=1 kΩ et C=1 µF.




```
clear all
close all

% déclaration des variables
R=1e3; %ohm
C=1e-6; %F
w=logspace(0,6,1000) ; % déclaration d'un vecteur pulsation [10⁰, 10⁶] contenant 1000 points

% fonction de transfert
H=1./(1+1i*R*C*w);

% Gain (dB)
G=20*log10(abs(H));

% Phase(°)
Phi=angle(H)*180/pi;

% Tracé du diagramme de Bode
figure(1)
semilogx(w,G)
xlabel('Pulsation (rad/s)')
ylabel('Gain (dB)')

figure(2)
semilogx(w, Phi)
xlabel('Pulsation (rad/s)')
ylabel('Phase (°)')
```