

Puissance complexe

Définition

Afin de pouvoir travailler avec les notations complexes, on définit la **puissance complexe** de la façon suivante :

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \cdot \underline{u}(t) \cdot \underline{i}^*(t) \text{ où } \underline{i}^*(t) \text{ représente le conjugué de } \underline{i}(t)$$

Dans le cas général, le courant et la tension aux bornes d'un dipôle sont définis par :

$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \psi)$, sa notation complexe est donc

$$\underline{u}(t) = U_0 \exp[j(\omega t + \psi)] = \underline{U} \exp(j\psi)$$

$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \psi + \varphi)$, sa notation complexe est donc

$$\underline{i}(t) = I_0 \exp[j(\omega t + \psi + \varphi)] = \underline{I} \exp[j(\psi + \varphi)]$$

Par conséquent :

$$\Leftrightarrow \underline{P} = \frac{1}{2} \cdot U_0 \exp[j(\omega t + \psi)] \cdot I_0 \exp[-j(\omega t + \psi + \varphi)]$$

$$\Leftrightarrow \underline{P} = \frac{1}{2} \cdot U_0 \exp(j\psi) \cdot I_0 \exp[-j(\psi + \varphi)] \text{ eq. (1)}$$

En reconnaissant les expressions des amplitudes complexes \underline{U} et \underline{I} , on peut également définir la puissance complexe de la façon suivante :

$$\Leftrightarrow \underline{P} = \frac{1}{2} \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

Puissance active et réactive

Définition

En remplaçant dans l'équation (1), les valeurs efficaces de tension et de courant, on obtient :

$$\Leftrightarrow \underline{P} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{eff} \exp(j\psi) \cdot \sqrt{2} \cdot I_{eff} \exp[-j(\psi + \varphi)]$$

$$\Leftrightarrow \underline{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} \exp(-j\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \underline{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} [\cos(\varphi) - j \sin(\varphi)]$$

$$\Leftrightarrow \underline{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cos(\varphi) - j \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \sin(\varphi) = P_a - j \cdot P_r$$

On définit la **puissance active** comme : $P_a = U_{eff} \cdot I_{eff} \cos(\varphi)$, qui représente la partie réelle de la puissance complexe \underline{P} .

Elle correspond à la puissance moyenne consommée par le dipôle.

On définit également la **puissance réactive** comme : $P_r = U_{eff} \cdot I_{eff} \sin(\varphi)$, qui représente la partie imaginaire de la puissance complexe \underline{P} .

Elle correspond à la puissance échangée entre la source (le générateur) et les éléments non résistifs du dipôle, sans qu'il y ait en moyenne de consommation de puissance active sur une période T .

Théorème de Boucherot

Définition

Dans un circuit en régime harmonique, il y a **conservation de la puissance active** d'une part et **conservation de la puissance réactive** d'autre part.

La puissance active totale consommée est égale à la somme des puissances actives consommées par chaque dipôle du circuit.

La puissance réactive totale consommée est égale à la somme des puissances réactives consommées par chaque dipôle du circuit.

Stéphanie Parola - HILISIT - Université Montpellier 