

L2 EEA– Université Montpellier
HAE302E
TD : Matériaux diélectriques et condensateur

PROPRIETES ELECTRIQUES DES MATERIAUX
MATERIAUX ISOLANTS : PERMITTIVITE, PERTES DIELECTRIQUES

On souhaite construire un condensateur de capacité $C = 1 \mu F$.

Le diélectrique utilisé est un film de polypropylène métallisé d'épaisseur $e = 10 \mu m$ et de largeur $l = 5 \text{ cm}$. Le polypropylène est un matériau plastique (polymère), dont la constante diélectrique relative vaut 2,2, le facteur de pertes (à 50 Hz) $\tan \delta = 2 \cdot 10^{-4}$, la masse volumique 930 kg/m^3 et la rigidité diélectrique 50 kV/mm . On connaît la permittivité du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

- 1.1 Quelle est la surface de film nécessaire S ?
- 1.2 Quelle est la longueur de film nécessaire L ?
- 1.3 Donner l'expression complexe de la permittivité relative du diélectrique.
- 1.4 Calculer les éléments du schéma équivalent parallèle du condensateur à 50 Hz.
- ~~X~~ Est-il possible de modéliser le composant fonctionnant à 230 V, 50 Hz par un schéma équivalent RC *série* ? Dans l'affirmative, calculer les valeurs des éléments de ce schéma. Commenter.

Afin de réduire l'encombrement du condensateur, on enroule le film de polypropylène, divisé en deux longueurs égales, sur un *mandrin* (plein) de diamètre $D_m = 10 \text{ mm}$. On obtient ainsi un condensateur de forme cylindrique, composé de plusieurs couches diélectriques (*figure 1*).

Le rôle de la métallisation (*épaisseur* : 20 nm) est d'assurer le meilleur contact possible entre les connexions et l'isolant. Elle est en *aluminium*, de *résistivité* $2,69 \mu\Omega \cdot \text{cm}$. Les connexions électriques avec le circuit extérieur sont faites sur les côtés du condensateur (le « *schoopage* » - *figure 2*).

Le parcours du courant dans une couche diélectrique est montré par des flèches dans la *figure 3*. La largeur utile du film de polypropylène est l_u . Dans la suite de l'exercice, on considérera que les dimensions m_i et d sont très faibles devant l_u , et, par conséquent, on prendra $l_u = h = l = 5 \text{ cm}$ (largeur totale du film).

Une photo d'un condensateur ainsi réalisé est montrée dans la *figure 4*.

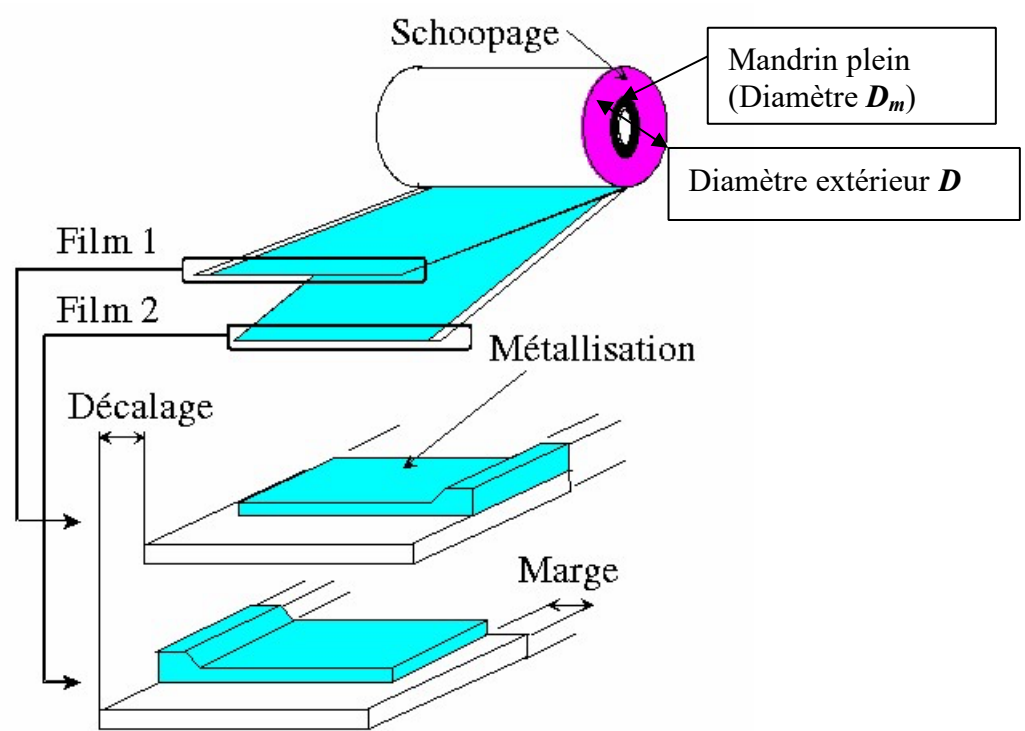


Figure 1 Fabrication du condensateur cylindrique

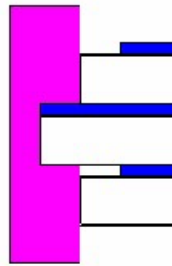


Figure 2 Connexion d'une couche en polypropylène métallisé (« schoopage »)

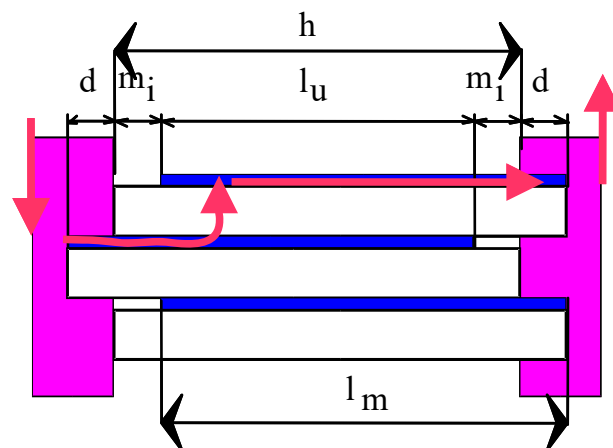


Figure 3 Chemin de passage du courant dans une couche diélectrique



Figure 4 Condensateur cylindrique

- 1.6 Si l'on néglige l'épaisseur de la métallisation, quel est le diamètre extérieur D du condensateur ainsi réalisé ?
- 1.7 Quelle est la masse du condensateur ?
- 1.8 Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il fonctionne sous tension nominale de 325 V continu ?
- 1.9 Quelle est l'énergie massique emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il fonctionne sous tension nominale ?
- 1.10 Quelle est l'énergie volumique emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il fonctionne sous tension nominale ?
- 1.11 Quelle est la tension maximale qu'on peut appliquer au condensateur sans le détruire ?
- 1.12 Proposer un schéma électrique équivalent pour le condensateur en prenant en compte les métallisations. Donner les valeurs des éléments du schéma. Commenter.

1) Quelle est la surface du film nécessaire?

On souhaite $C = 1 \mu F$

$$\text{Sachant } C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S}{e}$$

$$\text{Donc } \frac{C \times e}{\epsilon_0 \times \epsilon_r} = \frac{10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12} \times 2,2} = 0,5136 \text{ m}^2$$

$$S = L \times l \Rightarrow L = \frac{S}{l} = \frac{0,5136}{0,05} = 10,28 \text{ m}$$

3) L'expression complexe de la permittivité relative.

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon'_r \frac{S}{e}$$

$$\epsilon_r^* = \epsilon'_r - j\epsilon''_r$$

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''_r}{\epsilon'_r}$$

$$\text{d'où } \epsilon_r^* = \epsilon'_r - j\epsilon''_r = \underline{2,2 - j4,4 \cdot 10^{-4}}$$

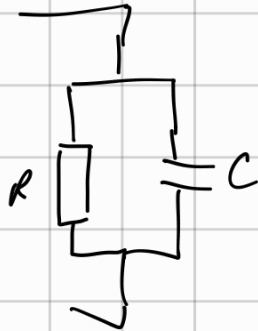
$$\epsilon'_r = \epsilon_r = 2,2$$

$$\begin{aligned} \epsilon''_r &= \tan \delta \times \epsilon'_r = 2 \cdot 10^{-4} \times 2,2 \\ &= 4,4 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \epsilon^* = 2,2 - j \frac{1}{\omega \cdot 1028 \times 10^{-6}} = 2,2 - \frac{j}{\omega \times 0,001028}$$

1,4) Les éléments diélectrique du schéma équivalent parallèle à 50 Hz

Soit



$$\text{Soit } \tan \delta = 2 \cdot 10^{-4} \text{ à } f = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi$$

$$\text{et } \tan \delta = \frac{1}{\omega R C}$$

tan δ en parallèle
résistance de fuite.

$$\text{Soit } R = \frac{1}{\tan \delta \times \omega \times C} = 15,9 \times 10^6$$



$$Z_p = Z_s$$

$$Y_p = \frac{1}{R_p} + j\omega C_p$$

$$Z_p = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + j\omega C_p} = R_s - j \frac{1}{\omega C_s}$$

Pas à faire

$$Z_s = R_s + \frac{1}{j\omega C_s}$$

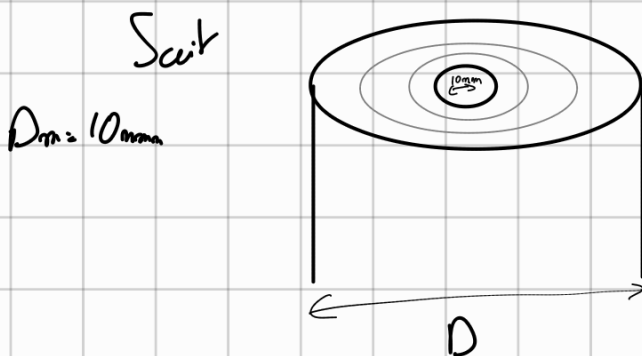
$$\frac{R_p}{1 + j\omega R_p C_p} = R_p \frac{(1 - j\omega R_p C_p)}{1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2}$$

$$= \frac{1}{1 + R_p^2 C_p^2 \omega^2} (R_p - j R_p^2 C_{pm})$$

$$R_s = \frac{R_p}{1 + R_p^2 C_p^2 \omega^2} \rightarrow R_s = ?$$

$$\frac{1}{C_{sm}} = \frac{R_p^2 C_{pm}}{1 + R_p^2 C_p^2 \omega^2} \rightarrow C_s = ?$$

1.7) Si l'on néglige la métallisation.



Scit

$$S_{pp} = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{D_m}{2} \right)^2$$

$$V = S \times l = L \times l \times e$$

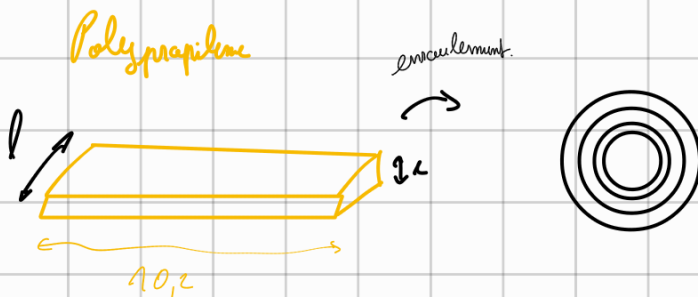
$$\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi D_m^2}{4} = L \times e$$

$$\frac{\pi D^2}{4} = L \times e + \frac{\pi D_m^2}{4}$$

$$D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times (L \times e + \frac{\pi D_m^2}{4})}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 L e}{\pi} + D_m^2}$$

$$D \approx 15 \text{ mm}$$



1,6) Soit l'épaisseur en ignorant la métallisation On cherche la masse du Condo.

$$\text{Soit } V = \pi \times \frac{D^2}{4} \cdot h = 8,83 \cdot 10^{-6} \quad \text{avec } D = \frac{\pi \cdot (15 \times 10^{-3})^2}{4} \cdot 0,05$$

$$V \times \rho = \text{masse} = 8,22 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

$$\text{Soit } E = W \quad \text{Soit } W = \frac{1}{2} C V^2$$

$$\text{Soit } W = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times (325)^2$$

$$\rightarrow W = 5,281 \times 10^{-2} \text{ J}$$

Soit l'énergie massique.

$$E_{\text{mass}} = \frac{W}{m} = 6,46 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Soit l'énergie volumique

$$E_v = \frac{W}{V} = 6009 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Or } V = \pi \cdot 7,5 \times 10^{-6} \times 0,05 \\ V = 8,82 \times 10^{-6}$$

1,12) Tension maximale que l'on peut appliquer.
Soit la rigidité diélectrique = 5 kV/mm

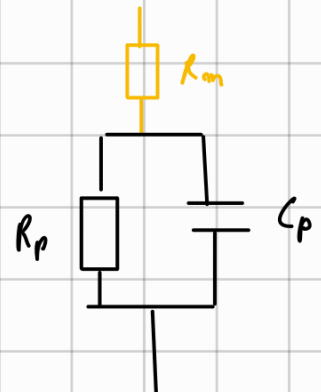
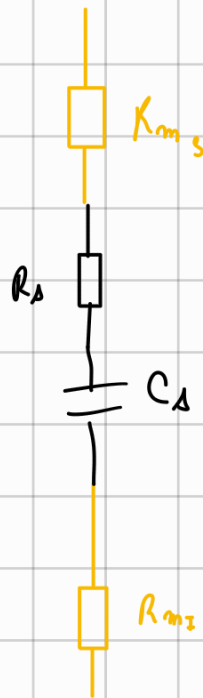
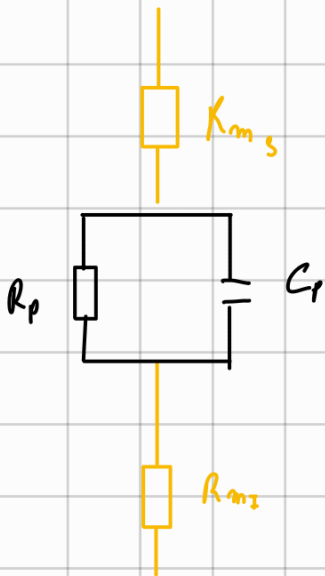
$$E_c = \frac{U_c}{e} \quad \text{soit}$$

$$U_c = E_c \times e$$

$$U_c = 50 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-6}$$

$$U_c = 500 \text{ V} \quad \leftarrow \text{Tension de Claquage}$$

1,3) Soit une résistance et un condensateur



formule de courants

$$R_m = \rho \frac{l}{S} = 2,69 \times 10^{-6} \times 10^{-2} \times \frac{2 \times 20 \cdot 10^{-9}}{0,514}$$

$$= \frac{40 \times 2,69 \times 10^{-17}}{0,514}$$

$$= 2,11 \times 10^{-15} \Omega$$

$$R_m \ll R_p$$

Pas à faire :

$$R_s = \frac{R_p}{1 + R_p^2 C_p^2 \omega^2} = 0,637 \, \Omega$$

R_s est petit
et R_p est grand
pour un C réel

$$C_s = C_p + \frac{1}{C_p R_p^2 \omega^2}$$

d'où $(C_s \neq C_p)$