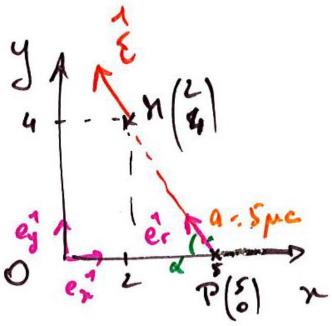
Licence EEA 1ère année

Unité d'enseignement HLEE 204
Energie Electrostatique

TD n°3 : Champ et potentiel électrostatique

Exercice 1 : Calcul du champ et du potentiel en un point.

Une charge électrique de 5µC est placée au point (x=5cm, y=0cm). Déterminer le champ électrostatique et le potentiel électrostatique au point M (x = 2cm, y = 4cm)



soit q = 5µC au pt P (x = 5cm, y = 0)

↳ champ $\vec{E}$ et V au pt M $\begin{cases} x = 2cm \\ y = 4cm \end{cases}$

charge positive ⇒ champ centrifuge (charge négative ⇒ champ centripète

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r}$$ avec $\vec{e_r} = \frac{\vec{PM}}{PM}$ et $r = PM$. $\qquad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\,10^9$

vecteur unitaire

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Déterminer $\vec{E}$: norme, direction, sens.

→ exprimer $\vec{PM}$ avec $P\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ et $M\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ → $\vec{PM}\begin{pmatrix} x_M - x_P = 2-5 = -3 \\ y_M - y_P = 4-0 = 4 \end{pmatrix}$

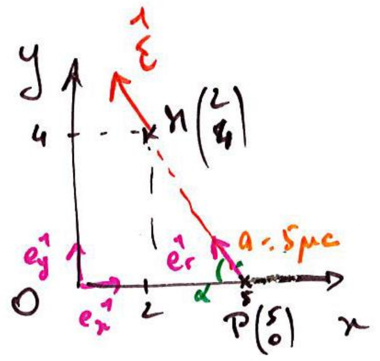
d'où $\vec{PM} = -3\vec{e_x} + 4\vec{e_y}$

et $r = \|\vec{PM}\| = \sqrt{(3)^2+(4)^2} = \sqrt{25} = 5$ cm.

$\left.\begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{x}{r} \\ \sin\alpha = \frac{y}{r} \end{array}\right\} \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$

↳ $\vec{e_r} = \frac{\vec{PM}}{PM} = -\frac{3}{5}\vec{e_x} + \frac{4}{5}\vec{e_y}$

Donc



Le champ électrique

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r} = 9\,10^9 \frac{5\,10^{-6}}{25\,10^{-4}}\vec{e_r} = \frac{9}{5}10^7\vec{e_r}$$

$$= 1.8\,10^7\vec{e_r}$$

$$= 1.8\,10^7\left(-0{,}6\,\vec{e_x} + 0{,}8\,\vec{e_y}\right) \text{ Volt/m ou N/C}$$

les coordonnées Ex et Ey : $\vec{E}\begin{vmatrix} -1{,}08\,10^7 \\ 1{,}44\,10^7 \end{vmatrix}$

et $\|\vec{E}\| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 1.8\,10^7$

Le potentiel électrique

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = 9\,10^9 \frac{5\,10^{-6}}{5\,10^{-2}}$$

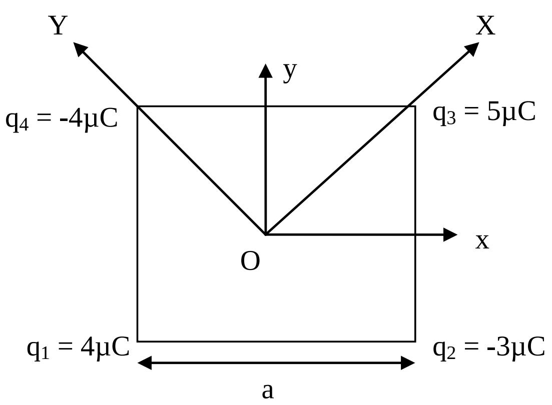
$$V = 9\,10^5 \text{ Volt.}$$

Exercice 2 : Champ créé par 4 charges au centre d'un carré.

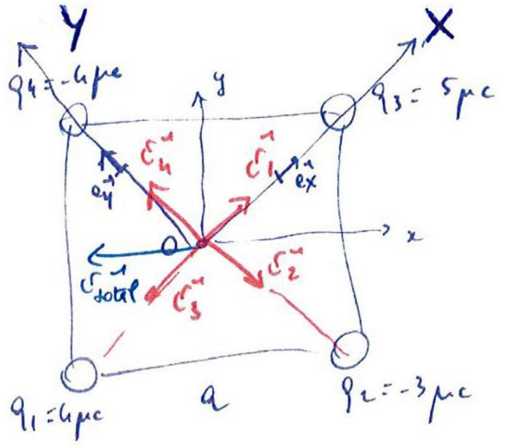
Des charges de 4μC, -3μC, 5μC, -4μC sont placées au coin d'un carré de 6 cm de coté.

1- Calculer le champ électrique au centre du carré
(*vu la géométrie du système, il est plus simple de travailler sur les axes OX et OY)*

2- Calculer le potentiel au centre du carré.



1°/ Champ électrique au centre du carré



$\vec{E} = \sum_i \vec{E_i}$

$a = 6\,cm.$

$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \vec{E_4}$

distance entre O aux charges

$\frac{a\sqrt{2}}{2} = r = 3\sqrt{2}\,10^{-2}\,m.$

Dans le repère (OXY) →

$$\vec{E_1} = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_X} = +2\,10^7\,\vec{e_X} \quad (V/m)$$

$$\vec{E_2} = -\frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_Y} = -1{,}5\,10^7\,\vec{e_Y}.$$

$$\vec{E_3} = -\frac{|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_X} = -2{,}5\,10^7\,\vec{e_X}$$

$$\vec{E_4} = +\frac{|q_4|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_Y} = +2\,10^7\,\vec{e_Y}.$$

$$\vec{E}_{total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(|q_1| - |q_3|\right)\vec{e_X} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(|q_4| - |q_2|\right)\vec{e_Y}.$$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\,10^9$

AN $\vec{E} = -0{,}5\,10^7\,\vec{e_X} + 0{,}5\,10^7\,\vec{e_Y}.$ $\quad \vec{E}\begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix}.$

E_{total} suivant l'axe (Ox) !!

$||\vec{E}|| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 7.1\,10^6\,V/m.$

2°/ Potentiel électrique au centre

$V = \sum_i V_i \quad V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \; ---$

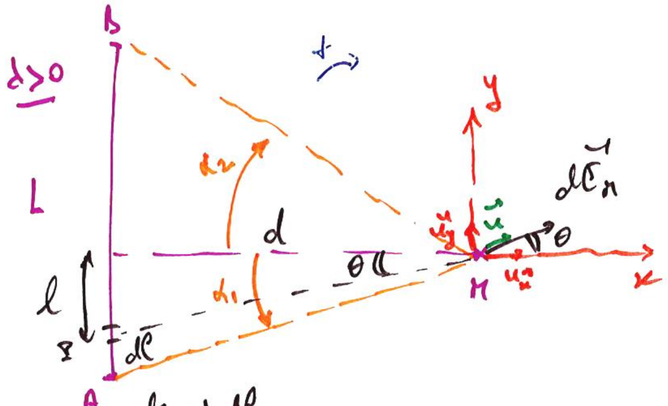
$$V_{total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[q_1 + q_2 + q_3 + q_4\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\overbrace{4 - 3 + 5 - 4}^{+2\,10^{-6}}\right]10^{-6} = 4{,}24\,10^5\,V$$

Exercice 3 : Champ créé en un point par un fil.

1- Un fil très fin, de longueur finie L, porte une distribution linéïque de charge λ, uniformément répartie. Evaluer le champ électrique en un point M situé à la distance d du fil.

2- On considère maintenant que le fil est infini. Que vaut le champ en M.

Champ créé en 1 pt par 1 fil. Fil de longueur L



densité linéique de charge λ.

$dq = \lambda\, dl$ $\quad \lambda > 0$

$d\vec{E}_M$: champ créé en M par le pt P.

$$d\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{PM^2}\vec{u}_{P\to M} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dl}{PM^2}\vec{u}_{P\to M}$$

$dq = \lambda\, dl$ au pt P

Champ total au pt M $\quad \vec{E}_M = \int_A^B d\vec{E}_M$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{l}{d} \to l = d\operatorname{tg}\theta \to dl = \frac{d}{\cos^2\theta}d\theta$$

$$\cos\theta = \frac{d}{PM} \longrightarrow PM = \frac{d}{\cos\theta}$$

$$d\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dl}{PM^2}\vec{u} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\frac{\cancel{d}}{\cancel{\cos^2\theta}}d\theta\frac{\cancel{\cos^2\theta}}{d^{\cancel{2}}}\vec{u}_{P\to M}$$

d'où $\boxed{d\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d}\lambda\, d\theta\, \vec{u}_{P\to M}}$

(*) Repère $(xMy) \longrightarrow \vec{u} = \cos\theta\, \vec{u}_x + \sin\theta\, \vec{u}_y$

d'où $d\vec{E}_M = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\cos\theta\, d\theta\, \vec{u}_x + \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\sin\theta\, d\theta\, \vec{u}_y = dE_x\vec{u}_x + dE_y\vec{u}_y$

et $\vec{E}_M = E_x\vec{u}_x + E_y\vec{u}_y$ avec $E_x = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} dE_x$ et $E_y = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} dE_y$ $\qquad \vec{E}\,\Big|\,\begin{matrix}E_x\\E_y\end{matrix}$ déterminer E_x et E_y.

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\Big[\sin\theta\Big]_{-\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\Big[\sin\alpha_2 - \sin(-\alpha_1)\Big]$$

$\sin(-\alpha_1) = -\sin\alpha_1$ fct impaire

soit $\boxed{E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(\sin\alpha_2 + \sin\alpha_1\right)}$ (1).

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\Big[-\cos\theta\Big]_{-\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\Big[-\cos\alpha_2 - (-\cos(-\alpha_1))\Big]$$

$\cos(-\alpha_1) = \cos\alpha_1$ (fct paire).

soit $\boxed{E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}\left[\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right]}$ (2).

Cas particuliers

1. pt M sur la médiatrice du fil $\rightarrow |\alpha_1| = |\alpha_2| = \alpha_0$

$$\Rightarrow E_y = 0$$

et $$\boxed{\vec{E}_M = E_x \vec{u}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d} \, 2 \sin\alpha_0 \, \vec{u}_x}$$

2. Fil infini $\rightarrow$ soit M se rapproche du fil et $d \ll L$

soit M fixe et $L \rightarrow \infty$

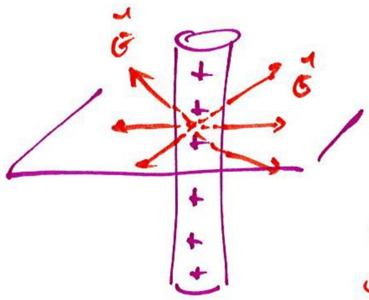
$|\alpha_1| \rightarrow \pi/2$

$|\alpha_2| \rightarrow \pi/2$ $\rightarrow E_y = 0$ et $E_x = 2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d} \lambda \sin \pi/2$

d'où $$\boxed{\vec{E}_M = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 d} \lambda \, \vec{u}_x}$$

Fil infini au pt M à la distance d du fil

$$\boxed{\vec{E}_M = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} \vec{u}_x}$$ dirigé suivant $\vec{Ox}$.



champ $\vec{E}$ radial

orienté vers l'extérieur si charge > 0

orienté vers le fil si charge < 0.

Exercice 4 : Champ et potentiel créé par un anneau (fait en cours).

On considère un anneau extrêmement fin, de centre O et de rayon R, d'axe Ox, uniformément chargé avec une densité linéaire de charge λ.

1- Déterminer directement en un point M de l'axe Ox :
  - a- Le champ électrique E(x)
  - b- Le potentiel électrostatique V(x)

2- Vérifier que : $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V$

3- Représenter E(x) et V(x)

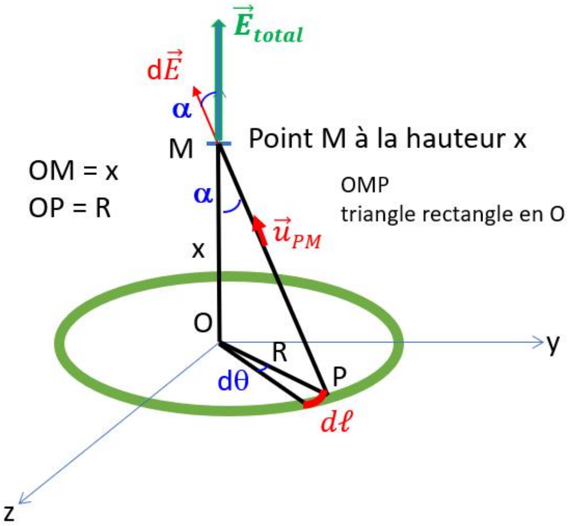
4- A partir des expressions du potentiel électrique créé par un anneau, en déduire le potentiel puis le champ électrique créés par un disque de rayon R portant une densité surfacique de charges uniforme σ

On considère un anneau extrêmement fin, de centre O et de rayon R, d'axe Ox, uniformément chargé avec une densité ~~linéaire~~ de charge λ. homogène

2- Déterminer directement en un point M de l'axe Ox :

a- Le champ électrique E(x)

b- Le potentiel électrostatique V(x)



Charge élémentaire

$dq = \lambda\, d\ell.$

$s = r\theta.$

λ densité linéique de charge

$\rightarrow d\ell = r\,d\theta.$

$d\ell = R\,d\theta.$

$\hookrightarrow dq = \lambda R\,d\theta.$

Au pt P, arc de cercle $d\ell \Rightarrow dq \Rightarrow d\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R\,d\theta}{PM^2}\vec{u}_{P\to M}$

or $PM^2 = x^2+R^2$

$$\rightarrow d\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R\,d\theta}{(x^2+R^2)}\vec{u}_{P\to M}$$

Projection suivant $Ox \rightarrow d\vec{E}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R\,d\theta}{(x^2+R^2)}\cos\alpha\;\vec{u}_x.$

avec $\cos\alpha = \frac{x}{PM} = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$ d'où $\left[\, d\vec{E}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R x\,d\theta}{(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{u}_x\right.$

Tous les $d\ell \rightarrow d\vec{E}_x$ suivant Ox pour $\int_0^{2\pi} d\theta.$

$$\Rightarrow \vec{E}_{Total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda R\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta\;\vec{u}_x = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,2\pi\;\vec{u}_x.$$

donc $\boxed{\vec{E}_{Total} = \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}}$ $\rightarrow x\rightarrow\infty \Rightarrow E\rightarrow 0$

b) $dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM} = \frac{\lambda R\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}} \Rightarrow V = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}\,2\pi$

d'où $\boxed{V = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}}$ $x\rightarrow\infty \Rightarrow V\rightarrow 0$

2- Vérifier que : $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V$
3- Représenter E(x) et V(x)

2) Vérifier que $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V \Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$

$$V = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{1/2}} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-1/2}$$

$(f^n)' = n f' f^{n-1} \rightarrow \frac{d}{dx}(x^2+R^2)^{-1/2} = -\frac{1}{2}(x^2+R^2)^{-3/2}\, 2x$

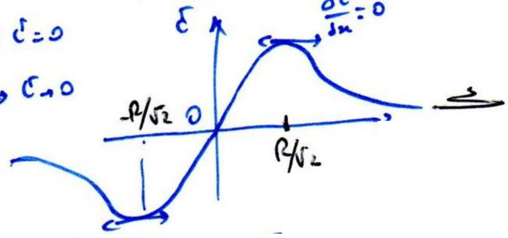
d'où $\left[E_x = + \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-3/2} \right.$

3) Représenter $E = f(x)$ avec x positif suivant l'axe Ox.

$$\vec{E}(x) = \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-3/2}\, \vec{e_x}$$

$x = 0 \Rightarrow E = 0$

$x \to \infty \Rightarrow E \to 0$



$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-3/2} + \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{3}{2}(x^2+R^2)^{-5/2}\, 2x\right]$$

$$= \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-5/2}\left[(x^2+R^2) + (-3x^2)\right]$$

$$= \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-5/2}\left[R^2 - 2x^2\right] \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \text{ pour } x = \mp \frac{R}{\sqrt{2}}$$

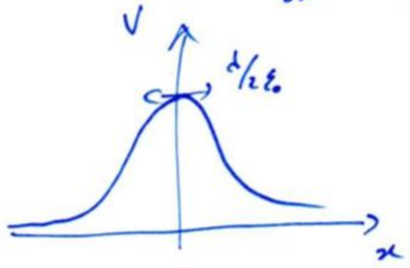
Représenter $V = f(x)$

$$V(x) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-1/2}$$

$x \to \infty \Rightarrow V \to 0$

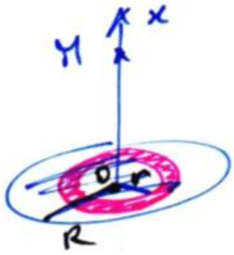
$x = 0 \rightarrow V(x=0) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{R^2}} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$

$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-3/2} \rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = 0$ pour $x = 0$.



4- A partir des expressions du potentiel électrique créé par un anneau, en déduire le potentiel puis le champ électrique créés par un disque de rayon R portant une densité surfacique de charges uniforme σ

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$



le disque ≡ engendré par 1 fil circulaire de rayon r et d'épaisseur dr quand r varie de 0 à R

Au rayon R : charge portée par la ligne : $Q = l\lambda = 2\pi R\lambda$.

Au rayon r : charge élémentaire portée par l'anneau d'épaisseur dr : $dQ = dS\,\sigma$

avec $dS = l\,dr = 2\pi r\,dr$

donc $dQ = 2\pi r\,dr\,\sigma$.

On a donc la correspondance Q # dQ

$$2\pi r\lambda \longleftrightarrow 2\pi r\,dr\,\sigma$$

soit $\lambda \longleftrightarrow \sigma dr$.

d'où :

$$* \ V = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{1/2}} \longleftrightarrow dV = \frac{\sigma r\,dr}{2\varepsilon_0 (x^2+r^2)^{1/2}}$$

$$(f^n)' = nf'f^{n-1}$$

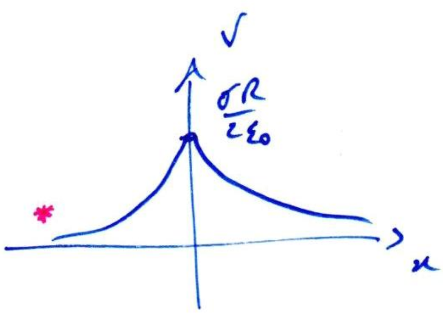
et $V = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\displaystyle\int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{1/2}}$

dérivée de $(x^2+r^2)^{1/2} = \frac{1}{2}\,2r\,(x^2+r^2)^{-1/2}$

donc $\dfrac{r}{(x^2+r^2)^{1/2}}$ a pour primitive $(x^2+r^2)^{1/2}$

soit $V = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[(x^2+r^2)^{1/2}\right]_0^R = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[(x^2+R^2)^{1/2} - x\right]$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[(x^2+R^2)^{1/2} - |x|\right].$$



pour $x = 0 \rightarrow V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$

pour $x \rightarrow \infty \rightarrow V \rightarrow 0$

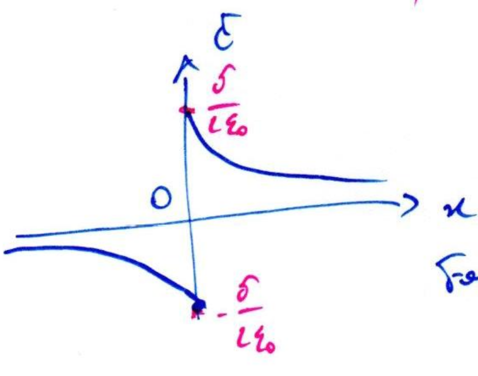
* champ électrique : $\vec{\mathcal{E}} = -\vec{\mathrm{grad}}\, V = -\frac{\partial V}{\partial x}\,\vec{u}_x$.

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((x^2+R^2)^{1/2} - |x|\right)\right].$$

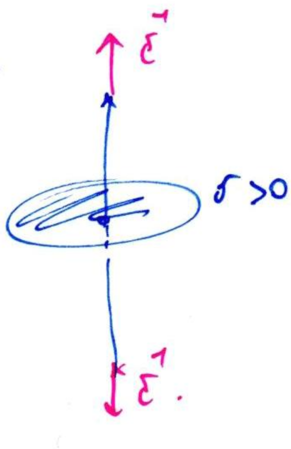
$$= -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[2x\,\frac{1}{2}(x^2+R^2)^{-1/2} - 1\right]$$

$$= -\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[(x^2+R^2)^{-1/2} - \frac{1}{|x|}\right] = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{|x|} - \frac{1}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right]$$

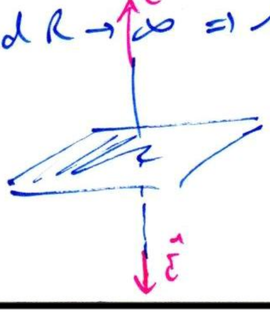
pour $x = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{\sigma \cancel{x}}{2\varepsilon_0 \cancel{x}} - \frac{\sigma x}{(x^2+R^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.



Forte discontinuité en $x = 0$.

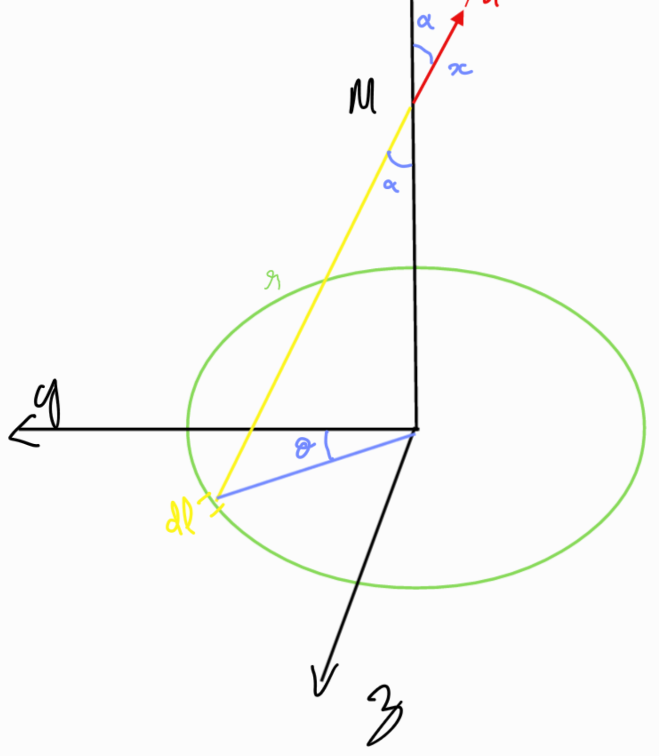


Plan infini : qd $R \rightarrow \infty \Rightarrow$ 1 plan



$$\mathcal{E} = \text{cte} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad !!$$

$x \uparrow \vec{u}\,/dt$ $\qquad$ $dF = \quad dQ \qquad \vec{u}$



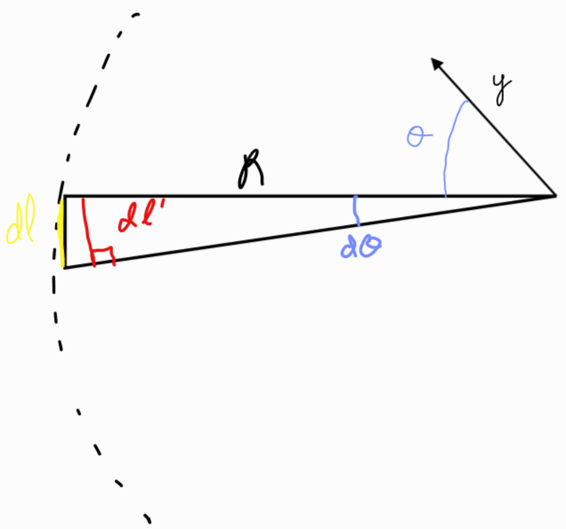
$$\frac{\quad}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}$$

$$= \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\,\vec{u} \rightarrow \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}$$

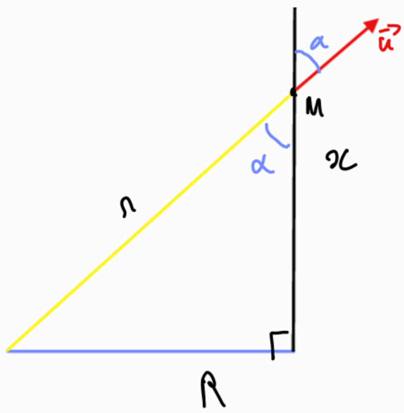
θ

$$\hookrightarrow \vec{dE} = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{\sin^2\alpha}}\,\vec{u}$$

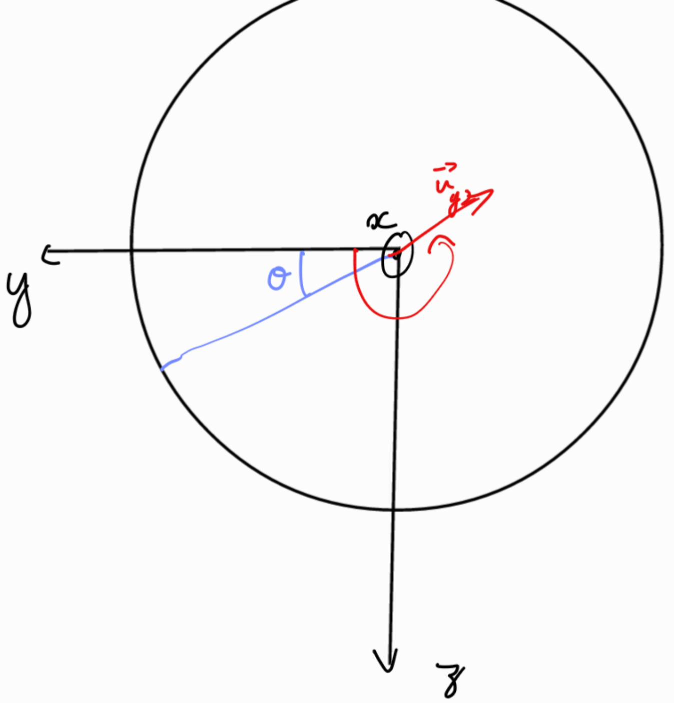
$$\vec{dE} = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{\sin^2\alpha}} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha\cos\theta \\ -\sin\alpha\sin\theta \end{pmatrix}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } dl \text{ est très petit } dl \simeq dl' \\ \sin(d\theta) = \dfrac{dl'}{R} \simeq \dfrac{dl}{R} \simeq d\theta \\ \cos(d\theta) = \dfrac{R-\varepsilon}{R} \simeq \dfrac{R}{R} = 1 \\ \tan(d\theta) = \dfrac{dl}{R} \simeq d\theta \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} r^2 = x + R^2 \\ \sin\alpha = \dfrac{R}{r} = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \\ \cos\alpha = \dfrac{x}{r} = \dfrac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} \\ \tan\alpha = \dfrac{R}{x} \end{array} \right.$$



On définie $\vec{u}$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \, \cos(\theta + \pi) \\ \sin\alpha \, \sin(\theta + \pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \cos\theta \\ -\sin\alpha \sin\theta \end{pmatrix}$$

On peut travailler aussi en fixant → r θ ou α

Soit M est fixé → x ou r ou α sont donné (cf ⊕ pt 3

la variable θ qui varie de 0 à 2π

Soit on doit faire 3 integration en fonction des 3 élément qui constitue E

$$\boxed{\vec{E} = \begin{pmatrix} \dfrac{\lambda R \cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{\sin^2\alpha}} \displaystyle\int_0^{2\pi} d\theta = \dfrac{\lambda \sin^2\alpha \cos\alpha}{2\varepsilon_0 R} \\ -\dfrac{\lambda R \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{\sin^2\alpha}} \displaystyle\int_0^{2\pi} \cos\theta \, d\theta = 0 \\ -\dfrac{\lambda R \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{\sin^2\alpha}} \displaystyle\int_0^{2\pi} \sin\theta \, d\theta = 0 \end{pmatrix}}$$

cf (pt 1)

$E_x(x) = \lambda \cdot R^2 \quad x \quad -3$

$$\frac{\lambda \frac{\cdots}{R^2+x^2} \times \frac{\cdots}{\sqrt{R^2+x^2}}}{2\varepsilon_0 R} = \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0}\left(R^2+x^2\right)^{-3/2}$$

$$E_y(x) = 0$$

$$E_z(x) = 0$$

La plus grosse difficulté est de savoir quelle paramètre sont corellés (les quelle sont fonction de lesquelles) car il faut en mettre un seule en fonction

$$\vec{E} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\, V = \begin{cases} -\dfrac{\partial V}{\partial x} \\ -\dfrac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ -\dfrac{\partial V}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$E_x(x) = \frac{\lambda \frac{R^2}{R^2+x^2} \times \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}}{2\varepsilon_0 R} = \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0}\left(R^2+x^2\right)^{-3/2} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{2}\,(-2)\left(\frac{-1}{2}\right)2x\left(R^2+x^2\right)^{-3/2}$$

V sur l'axe est independant de y et z

$$\boxed{V(x) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}} + cte}$$

potentiel sur l'axe

cte $= 0\,V$ pour que $V(\infty) = 0V$

4.3

→ ou methode plus simple mais on ne detect pas les probleme de signe

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2\pi R\lambda}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{R\lambda}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$$

Voir plus haut 3° représenter V et E