Licence EEA 2ème année **Unité d'enseignement HAE302**

Circuits et Composants Capacitifs et Inductifs

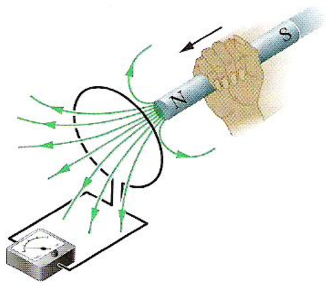
Partie Circuits et Composants Inductifs **P. CHRISTOL**

III- Induction - Inductance

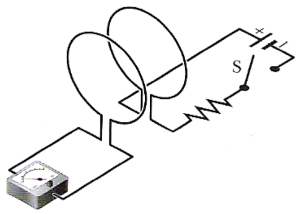
III-1 Phénomènes d'Induction

Soit une spire reliée à un ampèremètre. Aucun courant ne traverse l'appareil de mesure. 2 phénomènes permettent l'apparition d'un courant dans le circuit lorsque :

- l'on approche un aimant permanent de la boucle. De même si on déplace le circuit vis-à-vis de l'aimant fixe. Le courant est d'autant plus intense que le mouvement est rapide.
- l'on ferme ou l'on ouvre l'interrupteur d'un circuit permettant la présence d'un courant dans une spire voisine.



Un ampèremètre enregistre un courant dans la boucle de fil lorsque le barreau aimanté se déplace par rapport à la boucle.

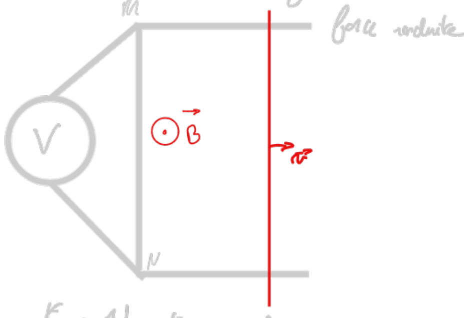


L'ampèremètre enregistre un courant dans la boucle de gauche à l'instant même où l'interrupteur S est fermé (pour établir le courant dans la boucle de droite) ou ouvert (pour couper le courant dans la boucle de droite). Aucune des boucles n'a été déplacée.

Le courant produit dans la boucle se nomme **courant induit.** Ce courant induit est engendré par une **force électromotrice (fem) induite** et le processus de production du courant induit et de la fem induite est l'**induction.**

Autre dispositif :

Si on déplace un conducteur MN à la vitesse v dans un champ magnétique **B** invariable au cours du temps, on constate en reliant ses bornes à un voltmètre qu'il se comporte comme un générateur c'est-à-dire qu'il est le siège d'une fem.

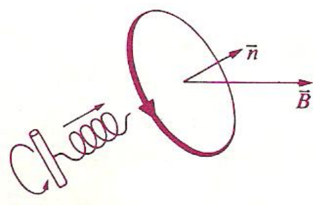


Ce phénomène est aussi de l'induction électromagnétique.
Le dispositif créant l'induction est l'inducteur, le conducteur MN est l'induit.
Les électrons libres du conducteur MN en mouvement sont soumis à la force :

III-2 Loi de Faraday sur l'induction

L'apparition du phénomène d'induction est liée au flux magnétique du champ **B** à travers une surface S.

III-2.1 Définition du flux magnétique



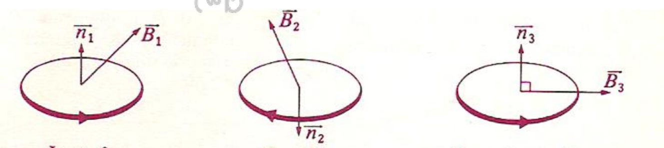
On appelle flux du champ magnétique **B** à travers la surface S d'un circuit, la grandeur algébrique $\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \vec{B}.\vec{n}\,S = B.S\cos(\vec{B}.\vec{n})$

Si N spires $\Phi = N\vec{B}.\vec{S}$ $NB\cos(\vec{B}.\vec{u})$

$\Phi = \vec{B}.\vec{S}$ — m²
weber (WB

$\Phi = \iint \vec{B}.\vec{u}\, dS$

Suivant le cas on aura :



$\Phi_1 > 0$, car $\vec{B}_1 . \vec{n}_1 > 0$ $\Phi_2 < 0$, car $\vec{B}_2 . \vec{n}_2 < 0$ $\Phi_3 = 0$, car $\vec{B}_3$ est perpendiculaire à $\vec{n}_3$

III-2.2 Définition de la fem d'induction

la FEM n'est pas une force mais plus une tension en V

Toute variation de flux Φ à travers un circuit s'accompagne de la naissance d'une fem induite, qui n'existe que pendant la variation de flux. La fem induite : $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$. avec $\Phi = \vec{B}.\vec{S} \Rightarrow B = f(t)$ et/ou $S = f(t)$

Pour avoir une fem induite, il faut donc une variation de flux Φ donc une variation soit du champ **B,** soit de la surface S.

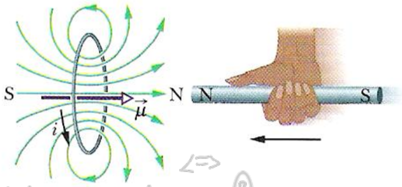
III-2.3 Courant induit - Loi de Lenz

$e = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

La fem induite génère un courant induit dont le sens est tel que ses effets s'opposent aux causes qui lui ont donné naissance.

ou ddp

$\hookrightarrow e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$



Nord s'approche => bobine produit force mod

III-2.4 Application directe des concepts du cours

1. Une bobine plate formée de 200 spires et de rayon 10 cm est placée dans une région où règne un champ magnétique **B** uniforme d'intensité 2 mT. Le vecteur **B** est initialement parallèle à la normale à la surface de cette bobine.

1.a Trouver la force électromotrice (f.e.m) moyenne d'induction dans la bobine et le sens du courant si

- le champ est doublé en 0.1 seconde,
- le champ est ensuite renversé en direction en 0.1 seconde.

1.b Ayant ramené le champ magnétique à sa valeur et à son orientation initiales, trouver la f.e.m. moyenne d'induction dans la bobine et le sens du courant si, à partir de sa position initiale, la bobine est tournée de π/2 rad en 0.1 seconde. Exprimer la f.é.m d'induction instantanée aux bornes de la bobine si celle-ci tourne dans le champ B avec une pulsation ω (principe de l'alternateur).

N = 200 spire a = 10 cm $B_i = 2\,mT$ (initiale)

$\|\vec{n}\| = 1$ $d\vec{S} = dS\,\vec{n}$

1(a) Fem moyenne d'induction $e_{moy} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$B_{final} = 2B_i$ après $\Delta t = 0{,}1s$

$\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = \iint \vec{B_f}\,d\vec{S} - \iint \vec{B_i}\,d\vec{S} = N\iint \vec{B_f}.\vec{n}\,dS - N\iint \vec{B_i}.\vec{n}\,dS$

$= N(B_f - B_i)\iint dS = (B_f - B_i)NS$

$e_{moy} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{(B_f - B_i)N}{\Delta t}S = \dfrac{(4\,mT - 2\,mT)N\pi a^2}{0{,}1}$

$\Delta\Phi = 126 \times 10^{-4}$ Wb (weber)

$e_{moy} = -126\,mV$

Courant induit

- Cas 2 -

$B_i = 4\,mT$ $B_f = 4\,mT$

$\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = N\iint \vec{B_f}.\vec{n}\,dS - N\iint \vec{B_i}.\vec{n}\,dS$

$\Delta\Phi = N[-B_f - B_i]S$

$\Delta\Phi = 200[-4\,mT - 4\,mT]\pi a^2 = -502 \times 10^{-4}$ Wb

$e_{moy\ induction} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = +502\,mV$

1.(b)

fem induite $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \vec{B}.\vec{S}$

il faut $B = f(t)$ ou/et $S = f(t)$

$\Delta t = 0{,}1s$

$B_i = 2\,mT$

$e_{moy} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -126\,mV$

Sens du courant induit

$\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = N\iint \vec{B}.\vec{n}\,dS - N\iint \vec{B}.\vec{n}\,dS$

$\Delta\Phi = -NB\iint dS = -NBS = 126 \times 10^{-4}$ Wb

fem induite $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ rotation avec la pulsation ω

$\vec{B}$ uniforme $\vec{B}.\vec{n}\,dS$ $\alpha = \omega t$

Donc $d\Phi = B\,dS\cos\omega t$

$\to$ fem $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}(B\,dS\cos\omega t) = \omega B\,dS\sin\omega t$

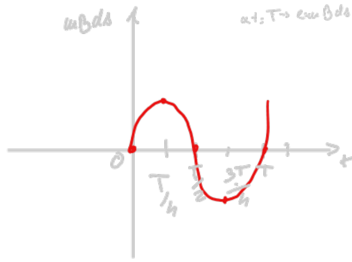
pour $t = 0 \to e = 0$ car $\sin 0 = 0$

pour $t = \frac{T}{4} \to e = \omega B\,dS\sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{4} = \omega B\,dS$

à $t = \frac{T}{2} \to e = \omega B\,dS\sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} = \omega B\,dS\sin\pi$

à $t = \frac{3T}{4} \to e = \omega B\,dS\sin\frac{2\pi}{T}\frac{3T}{4} = \omega B\,dS\sin\frac{3\pi}{2} = -\omega B\,dS$

à $t = T \to e = \omega B\,dS\sin\frac{2\pi}{T}T = 0$



III-3 Mutuelle induction

Soit 2 circuits (2 bobines par exemple) à proximité l'un de l'autre permettant de mettre en évidence l'induction mutuelle.

- Dans le premier cas (a) , il y a un courant i_1 dans la bobine 1 (ayant N_1 spires) produit par la pile du circuit extérieur. Ce courant i_1 créé un champ $\mathbf{B_1}$, en particulier au voisinage de la bobine 2 qui est soumise au flux du champ magnétique $\mathbf{B_1}$:

$$\Phi_{1\to 2} = B_1 N_2 S_2 = M_{12} \times i_1$$

où M_{12} est le coefficient d'inductance mutuelle (fonction de la forme et de la position relative des 2 circuits).

L'inducteur est le circuit 1 ; l'induit est la bobine 2

Si on fait varier i_1 en fonction du temps, on peut exprimer la fem induite e_2 au niveau du circuit 2

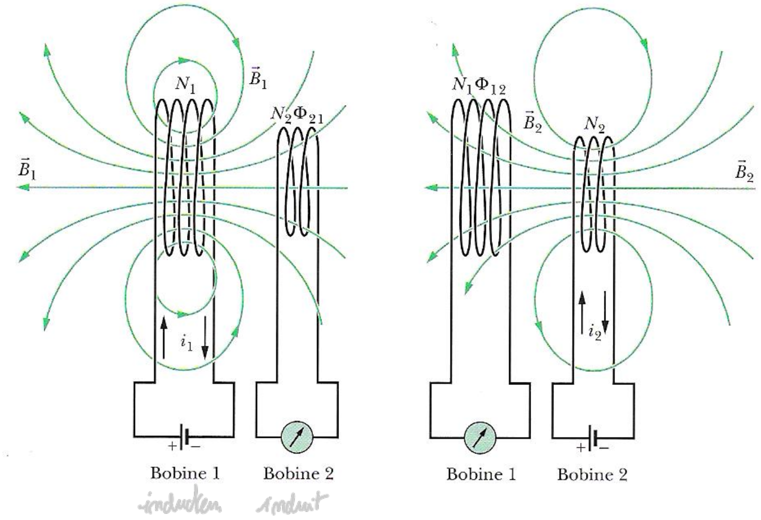
$$e_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{di_1}{dt}$$ et 1 courant induit i_2

- de même, dans le second cas où l'on inverse le rôle des 2 bobines (circuit 1 induit et circuit 2 inducteur), on aura :

$$\Phi_{2\to 1} = \mathbf{B_2} N_1 \mathbf{S_1} = M_{21}\, i_2 \qquad \text{et} \qquad e_1 = -M_{21}\frac{di_2}{dt}$$ et 1 courant induit i_1

Rq : On montre que $M_{12} = M_{21} = M$ (unité le Henry H). On aura donc $\Phi_{1\to 2} = M\, i_1$ et $\Phi_{2\to 1} = M\, i_2$

Ainsi que : $e_2 = -M\dfrac{di_1}{dt}$; $e_1 = -M\dfrac{di_2}{dt}$



Rq : si les 2 bobines sont identique
$\Rightarrow M_{21} = M_{12}$
Henry (H)

III-4 Auto-induction et Inductance

Il y aura auto-induction quand inducteur et induit sont identiques. C'est toujours le cas pour des bobines ou des solénoïdes parcourus par des courant i et qui sont le siège d'un flux magnétique à travers leur section créé par la présence de leur propre champ **B**.

Pour une bobine on aura : $\Phi = L\, i$ et donc la fem induite $e = -L\dfrac{di}{dt}$

quand auto induction
$M = L$ (inductance)

où L est le coefficient de mutuelle inductance (ou inductance) exprimée en Henry (H)

Déterminez les expressions des coefficients d'auto-induction (**inductance L**) d'une bobine (N spires, section S), d'un solénoïde (N spires, section S, longueur λ).

$\Phi_{1\to 1}$

Approximation : champs au centre de la bobine $B = N\dfrac{\mu_0 i}{2r}$

$\Phi_{11} = BNS = N\dfrac{\mu_0 i}{2r} NS$

$M = L$ — inductance

$\Phi = L i$

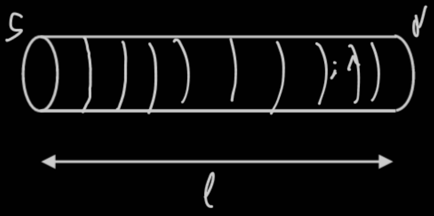
$\Phi = \dfrac{\mu_0 N^2}{2r}\pi r^2 i = L i$

fem induite $e = -L\dfrac{di}{dt}$

* coef d'auto induction ou inductance L d'une bobine

$L_{bob} = \dfrac{\mu_0 N^2}{2}\pi r$

* Inductance d'un solenoide



$n = \frac{N}{l}$ spire/m

Aprossimazione solenoide infinito $\rightarrow B = \mu_0 n i = \mu_0 \frac{N}{l} i$

$$\Phi_{11} = B N S = \mu_0 \frac{N^2}{l} S i = L_{sol} i \rightarrow L_{sol} = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$$

area $S = \pi r^2$