Licence L2- Techniques mathématiques EEA

Devoir surveillé $n^{\rm o}$ 3 - Sur 22 points

Exercice 1

(3 pts) Calculer la surface de Δ , la partie du plan \mathbb{R}^2 limitée par les paraboles d'équations $y=x^2$ et $x=y^2$.

Exercice 2

(5 pts) On souhaite calculer la valeur de l'intégrale simple : $I=\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-x^2}\,dx$. Calculer I^2 au moyen d'une intégrale double et en déduire I.

Exercice 3

(4 pts) Déterminer le volume du cône $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 \le z^2, 0 \le z \le h\}$:

Exercice 4

(3 pts) Calculer le volume de la boule de rayon $R: B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \ x^2 + y^2 + z^2 \le R^2\}$. (On rappelle que l'élément d'intégration en coordonnées sphériques est $r^2 \cos(\varphi) dr d\theta d\varphi$.)

Exercice 5

(3 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'(x) - 2y(x) = e^{2x}x^2$, avec y(0) = 0.

Exercice 6

(4 pts) Résoudre l'équation différentielle : y'' - 3y' + y = x