Licence EEA 2ème année

Unité d'enseignement HAE302
Circuits et Composants Capacitifs et Inductifs

Partie Circuits et Composants Capacitifs

P. CHRISTOL

VI- Propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique - Condensateur

VI-1 Equilibre électrostatique

- conducteur : corps qui contient des charges libres susceptibles de se mettre en mouvement sous l'action d'une force, d'une action extérieure donnant lieu à un courant électrique. Plusieurs cas : gradient de température (effet thermoélectrique), gradient de concentration (générateur électro-chimique), champ électromoteur d'induction (courant induit), champ électrostatique créé par une différence de potentiel (force électrostatique ($\vec{F} = q\,\vec{E}$)

- conducteur en équilibre électrostatique : lorsque les charges libres sont au repos c'est-à-dire

le champ électrique $\vec{E}$ est nul dans tout le volume d'un conducteur à l'équilibre électrostatique.

Le potentiel V est constant dans tout le volume $\Rightarrow$ la surface du conducteur est une surface équipotentielle

Remarque importante

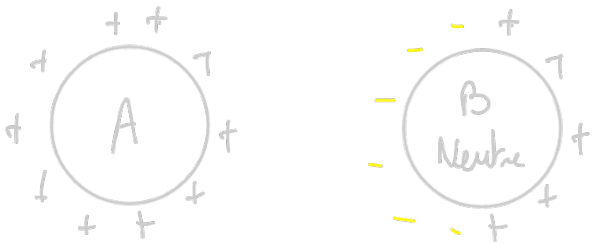
1-Dans tout élément de volume d'un conducteur chargé à l'équilibre, les charges positives et négatives se compensent.

2-Pour un conducteur chargé à l'équilibre, il n'y a que des charges en surface de densité surfacique σ. Le champ électrique $\vec{E}$ au voisinage immédiat du conducteur est normal à la surface (perpendiculaire à l'équipotentielle).

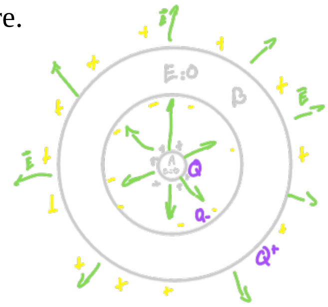
3- La terre comme conducteur à l'équilibre : La terre peut être considérée comme un énorme conducteur à l'équilibre au potentiel invariable et constant que l'on peut prendre égal à zéro.

VI-2 Influence électrostatique

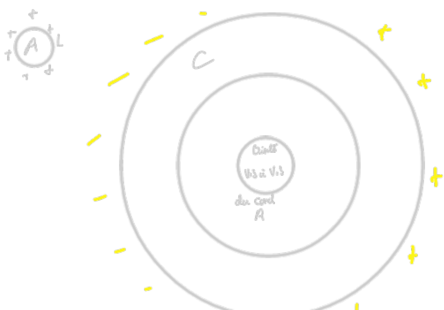
- Soit un conducteur A isolé et chargé (positif par exemple) que l'on approche d'un conducteur B isolé initialement neutre. La répartition des charges de B en surface est modifiée tout en conservant la même charge globale. B s'est chargé par **influence électrostatique.**

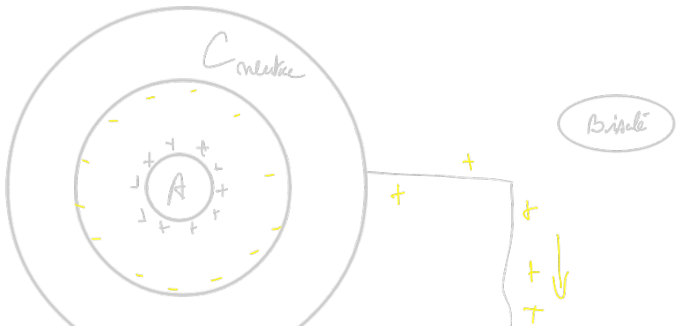


Influence totale : quand un conducteur entoure complètement un autre.



- écran électrique : Tout conducteur chargé perturbe les autres. Pour éviter cela il faut réaliser une isolation électrique.





VI-3- Condensateurs

*<u>Définition</u> : Soit un conducteur unique isolé dans l'espace. Il porte une charge Q et son potentiel est V.

Le rapport Q/V est constant et est appelé **capacité du conducteur isolé dans l'espace**

La capacité $C = Q/V$ unité coulomb/volt ou Farad (F), plutôt des sous-multiples : µF, nF et pF

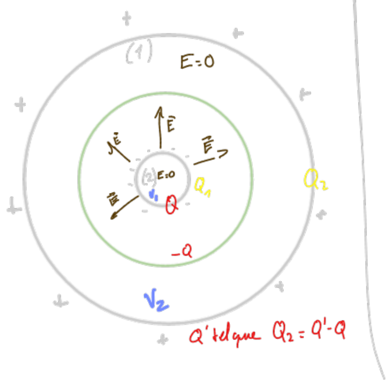
Exemple : conducteur sphérique :

*<u>Condensateur</u>

Deux conducteurs (1) et (2) de charges Q_1 et Q_2 forment un **condensateur** lorsqu'ils sont placés en position d'influence totale. Les deux conducteurs sont appelés les armatures internes (1) et externes (2). On appelle charge du condensateur, la charge de son armature interne : $Q = Q_1$

Par suite de l'influence totale, la face interne de (2) porte la charge -Q. Sa face externe porte alors la charge Q' tel que $Q_2 = -Q + Q'$.

Soient V_1 et V_2 les potentiels des 2 armatures. La capacité du condensateur $C = \dfrac{Q}{V_1 - V_2}$



cond 1 → Q_1
cond2 → Q_2
charge du Condo $Q = Q_1$

Capacité du condensateur

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

ddp avec $V_1 > V_2$

* <u>Calcul de la capacité C d'un condensateur</u>

Méthodologie :

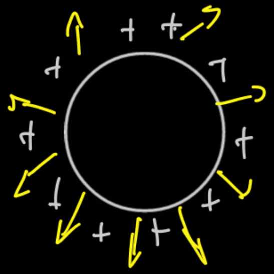
- La symétrie des conducteurs permet de calculer le champ en un point de l'espace en fonction de Q (Thm Gauss).
- Ensuite, on évalue la circulation du champ lorsque l'on passe d'une armature à l'autre : c'est-à-dire

$\oint \vec{E}.\vec{dl} = V_1 - V_2$ (ddp entre les armatures).

- Il en résulte une relation entre V_1-V_2 et Q d'où l'on déduit la capacité cherchée.

Déterminer les capacités :

a- d'un condensateur plan ; b- d'un condensateur sphérique ; c- d'un condensateur cylindrique

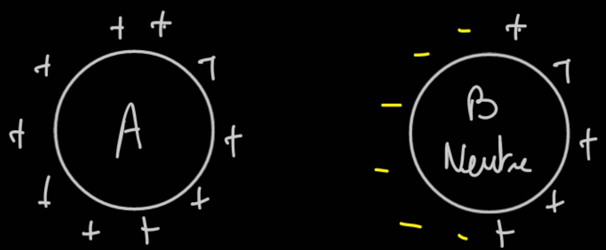


Charge de surface $Q = \sigma S$

théorème de Gauss $\Phi_{E/S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon S}$

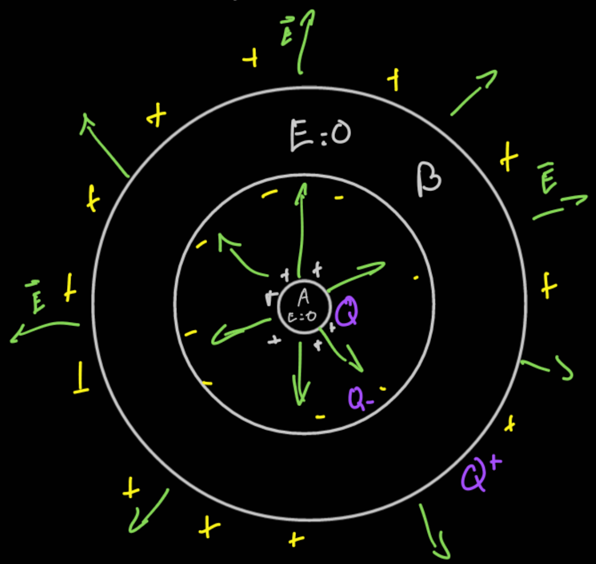
donc $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

V-5 Influence Electrostatique



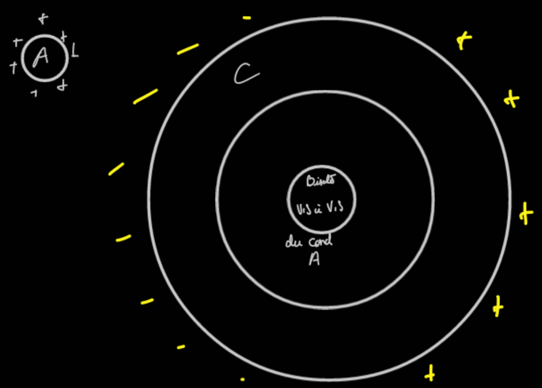
Influence totale

B neutre

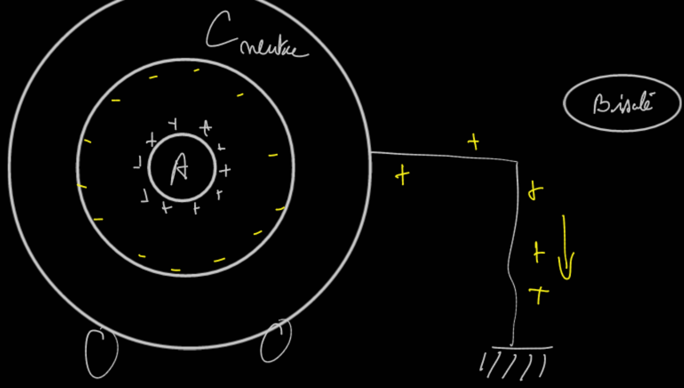


charge Q portée par A

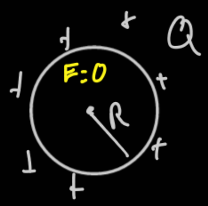
charge Q^- portée à l'intérieur de B



conducteur B à l'intérieur d'un conducteur creux C neutre



VI 3 condensateur.



$C = \frac{Q}{V}$

Farad (μF ; nF → jamais de Farad unité énorme)

$Q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$ conducteur chargé en surface Th de Gauss

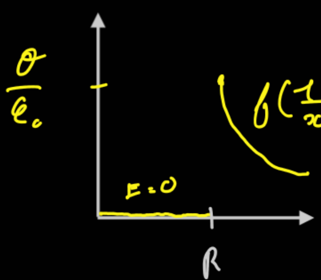
$\Phi_E = E 4\pi x^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$

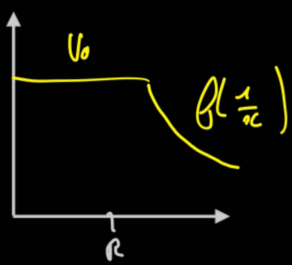
donc $E 4\pi x^2 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{x^2}$ à l'extérieur

et $V = -\int \vec{E}\, dx = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \int -\frac{1}{x^2} dx$

donc $V = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{x}$



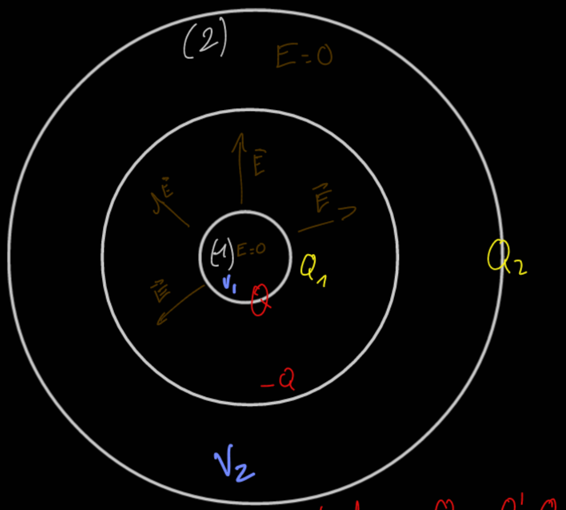


en $x = R$ $V(R) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}$ avec $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$

donc $V = Q$ or $C = \frac{Q}{V}$ => $C = 4\pi \varepsilon_0 R$

$4\pi\varepsilon_0 R$

* Condensateur



Q' tel que $Q_2 = Q' - Q$

cond 1 → Q_1

cond 2 → Q_2

charge du Condo $Q = Q_1$

Capacité du condensateur

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_1 - V_2}}$$

ddp avec $V_1 > V_2$

---

* Calcule de Capacité de Condensateur

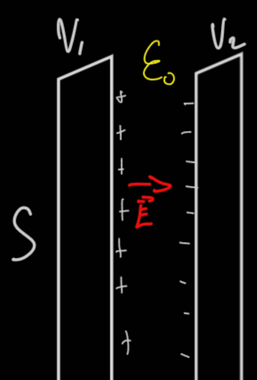
Thm de Gauss → E

$\vec{E} = -\text{grad}\, V \Rightarrow V = -\int \vec{E}\,\vec{dx}$

donc $\Delta V = -\int \vec{E}\,\vec{dx}$

donc $V_1 - V_2 = \int \vec{E}\,\vec{dx}$

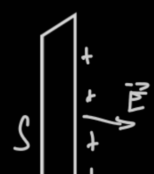
a) Condensateur Plan



$\int \vec{E}\cdot\vec{dx} = V_1 - V_2$

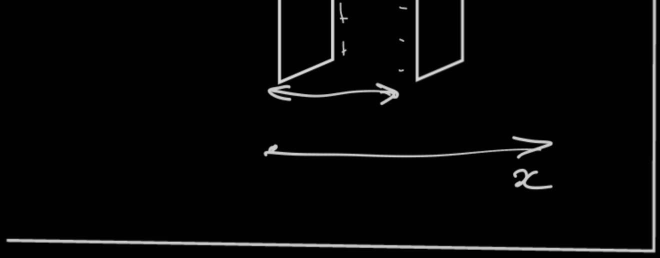
$E e = V_1 - V_2$

Champs électrique



charge en surface

$Q = \sigma S$



$\Phi_{E/S} = ES = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

donc $ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

avec $Ee = V_1 - V_2$

$\frac{\sigma e}{\varepsilon_0} = V_1 - V_2$ car $C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q\varepsilon_0}{\sigma e}$

$$C = \frac{Q\varepsilon_0}{\sigma e} \quad \text{avec } Q = \sigma S$$

$$\text{donc } C = \frac{\sigma S \varepsilon_0}{\sigma e} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

condensateur plan

$$C = f(e, S, \varepsilon_0)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ F/m$$

Si on veut ↗ la capacité C sans la modifié physiquement

on change ε_0

1 materiau dielectrique tel que

cte dielectrique relative

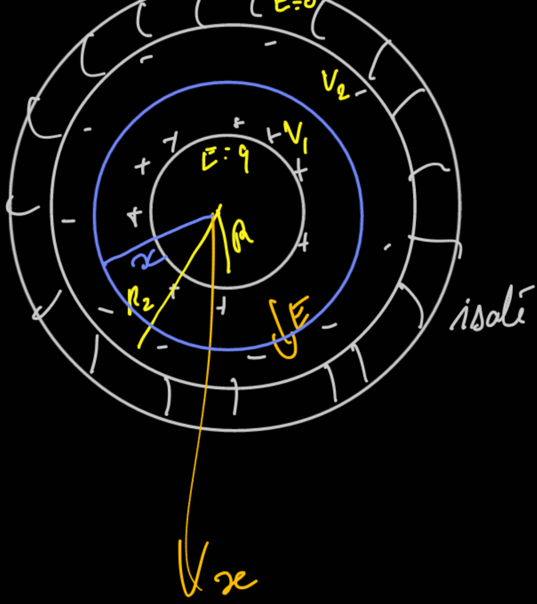
$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$

papier $\varepsilon_r = 3{,}5$
mika $\varepsilon_r = 5{,}4$
Ceramique $\varepsilon_r = 6{,}5$

b) Condensateur spherique

$\int \vec{E}\, d\vec{x} = V_1 - V_2$ avec $V_1 > V_2$ et

$C = Q$



$V_1 - V_2$

champ électrique avec le thm de Gauss

$$\oint_{E/surf} = E\,4\pi x^2 = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

donc $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ à l'intérieur du condensateur

puis $\displaystyle\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\,dx = V_1 - V_2$

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\,dx = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{x^2}\,dx = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] = V_1 \cdot V_2$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right] = V_1 - V_2$$

$$\boxed{\text{donc } C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

Rq

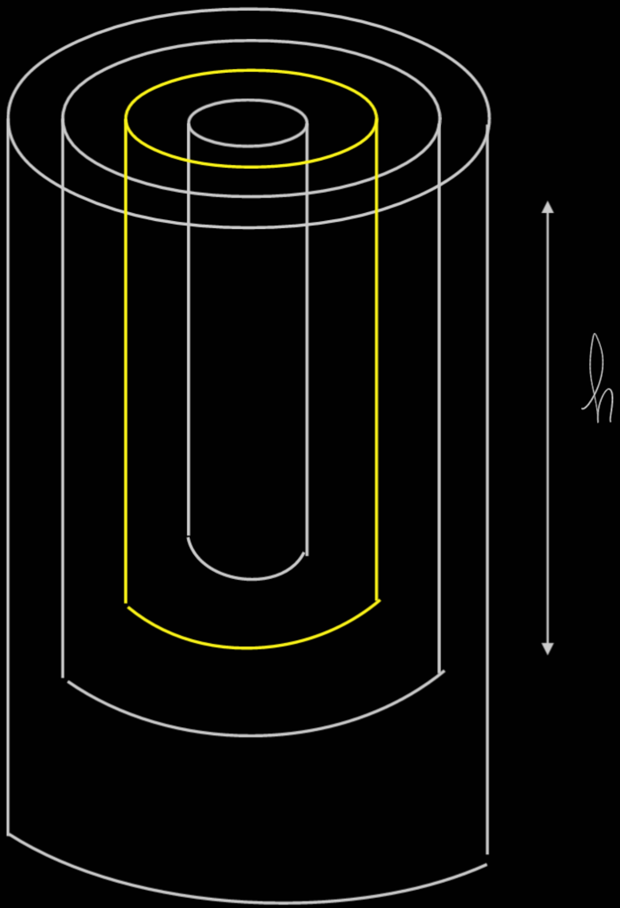
$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 \cancel{R_2}}{\cancel{R_2}\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)}$$

qd $R_2 \to \infty \Rightarrow C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$

capacité d'un conducteur de rayon R_1

$R_2 \Rightarrow \infty$

c) Condensateur cylindrique



$$\int \vec{E}\, d\vec{x} = V_1 - V_2 \text{ et } C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

$$\Phi_{E/surf} = E\, 2\pi x h = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

donc $E_{int} = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h x}$

$$\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\, d\vec{x} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h x}\, dx$$

$$\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h} \cdot \ln(R_2) - \ln(R_1)$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h} \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Avec $C = \dfrac{Q}{V_1 - V_2}$

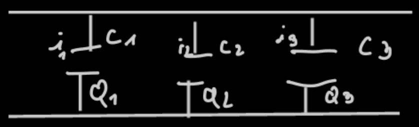
$$\frac{Q}{V_1 - V_2} = 2\pi\varepsilon_0 \frac{h}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

VI-4 Association de Condensateurs

↳ Capacité equivalente C_{equ}

a) condensateur en //

3 condensateurs C_1, C_2, C_3.



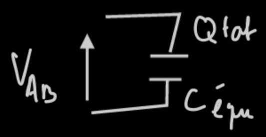
$i = i_1 + i_2 + i_3 \qquad i = \frac{dq}{dt} \qquad Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$V_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_3}{C_3}$

$\hookrightarrow Q_{tot} = V_{AB} C_1 + V_{AB} C_2 + V_{AB} C_3$

$= V_{AB}(C_1 + C_2 + C_3)$

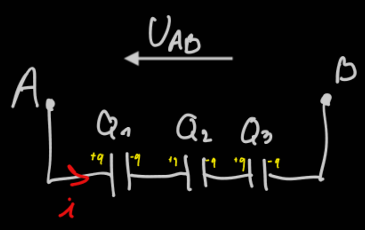
// montage equivalent



donc $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$

En // $C_{equ} = \sum_i C_i$

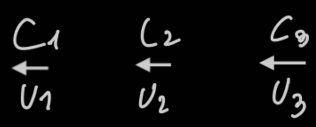
b) Montage en serie



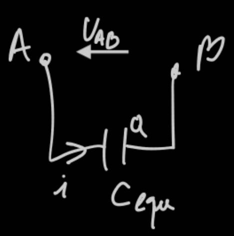
$U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3$

$\boxed{\text{i est identique}}$

$\hookrightarrow$ meme charge $\quad i = \frac{dq}{dt}$



$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$



$V_{AB} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$

$= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = \frac{Q}{C_{equ}}$

$\hookrightarrow$ En serie : $\frac{1}{C_{equ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

En serie $\frac{1}{C_{equ}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$