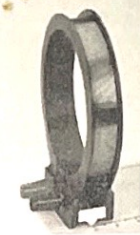
HAE302 : Partie Circuits et composants INDUCTIFS

Contrôle Continu du 18/11/2024 : Durée conseillée 45 mn, noté sur 10 pts

Tous documents interdits – Calculatrices autorisées - A composer sur 1 copie séparée

<u>On rappelle</u> : Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m.

Les 3 questions sont indépendantes



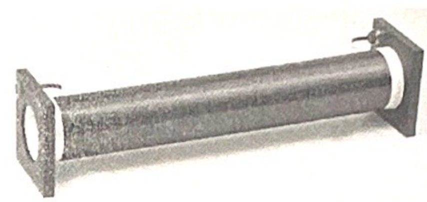
1°/ Bobine plate (2pts) : L'expression du champ B en un point P suivant l'axe d'une bobine plate de rayon R comportant N spires est donnée par la relation suivante où α est l'angle au point P permettant de repérer la bobine plate :

$$B = \frac{\mu_0\ N\, i}{2R} \sin^3 \alpha$$

a- Que devient cette expression pour un champ au centre de la bobine plate ?

b- Etablir l'expression de l'inductance L_{Bob} de cette bobine plate. Calculer L_{Bob} pour N = 1000 spires et R = 2cm

2°/ Solénoïde (2pts) : L'expression du champ B_1 sur l'axe à l'intérieur d'un solénoïde (ou bobine longue) de section S_1 (rayon R_1), de longueur ℓ_1 est donnée par la relation suivante où n_1 est le nombre de spires par unité de longueur et α et α' les angles permettant de repérer les extrémités du solénoïde :

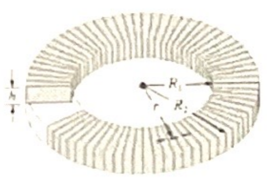


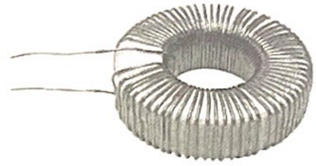
$$B_1 = \frac{\mu_0 n_1\, i}{2}(\cos\alpha + \cos\alpha\,')$$

a- Que devient cette expression dans le cas d'un solénoïde infini et dans quel cas peut-on utiliser cette relation?

b- Etablir l'expression de l'inductance L_{sol} de ce solénoïde. Calculer L_{sol} pour N_1 = 1000 spires, R_1 = 2cm, ℓ_1 = 25cm

3°/ Bobine torique (6pts) : Soit une bobine torique de section S considérée rectangulaire comportant N spires de hauteur h, de rayons interne R_1 et externe R_2 parcourue par un courant de 2A.





a- En utilisant le théorème d'Ampère, établir l'expression du champ B de ce Tore au point r entre R_1 et R_2.

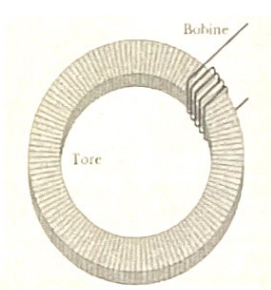
Faire un choix de sens de courant dans le bobinage torique et représenter le champ **B**.

b- Etablir l'expression de l'inductance du Tore L_{Tore}.

Calculer L_{Tore} puis le flux Φ pour N = 1000 spires, R_1 = 2cm, R_2 = 5cm, h = 3cm

c- Une Bobine comportant N' = 10 spires est enroulée sur une partie du Tore (figure ci-dessous).

- Etablir l'expression puis calculer l'inductance mutuelle M de la combinaison Tore - Bobine pour laquelle l'inducteur est le Tore et l'induit est la Bobine.
- En déduire la fem moyenne induite lorsque le courant dans le Tore est annulé en 25ms.



HAE302 : Partie Circuits et composants CAPACITIFS

Contrôle Continu du 18/11/2024 : Durée conseillée 45 mn, noté sur 10 pts

Tous documents interdits – Calculatrices autorisées - A composer sur 1 copie séparée

On rappelle que la permittivité diélectrique du vide $\varepsilon_0 = 1/(36\pi 10^9)$ F/m

Champ et potentiel électriques créés par une sphère chargée en surface (10 pts).

Soit une sphère de centre O et de rayon R, uniformément chargée en surface de densité surfacique $+\sigma$.

1°/ On donne $\sigma = 2\text{x}10^{-1}$ C/m² ; R = 5 cm. **Calculer** la charge Q de la sphère.

2°/ Déterminer en fonction de (σ, R, r, ε_0) l'expression du champ électrique $\vec{E}$ en tout point r variant de 0 à l'infini.

- **Représenter** le champ électrique $\vec{E}$ en fonction de r avec r variant de 0 à l'infini

- **Calculer** E en r = R

3°/ Déterminer en fonction de (σ, R, r, ε_0) l'expression du potentiel V créé en tout point r variant de 0 à l'infini.

On considèrera le potentiel comme nul à l'infini

- **Vérifier** la continuité de potentiel en r = R puis **calculer** V(R)

- **Représenter** le potentiel V en fonction de r avec r variant de 0 à l'infini.

4°/ Quelle est la particularité de cette distribution de charge, en particulier que vaut le courant pour $0 \leq r \leq R$?

1)

a) Au centre de la bobine plate on a $\alpha = 90°$

Soit $B = \frac{\mu_0 N i}{2R} \cdot \sin^3 90$

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2R}$$

b) $\Phi = \iint B \cdot dS = L \cdot i$

$$\Phi = \frac{\mu_0 N i}{2R} \cdot \pi r^2$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{2R} \pi R^2 = \frac{\mu_0 N^2}{2} \pi R = 3,947 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

2° Solenoide

a) Dans le cas d'un solenoide ∞ :

$$B = \mu_0 i n \left(\frac{\cos \alpha + \cos \alpha'}{2} \right) \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \alpha' = 0 \end{array} \right.$$

$$= \mu_0 i n \left(\frac{1+1}{2} \right)$$

$$= \mu_0 i n$$

Cette formule peut s'appliquer pour un fil ∞

b) Soit $\Phi = Li = \iint B \cdot dS$

$$\Phi = \mu_0 i n N \pi R^2$$

$$L = \mu_0 n N \cdot \pi R^2 \qquad \text{ou } n = \frac{N}{l}$$

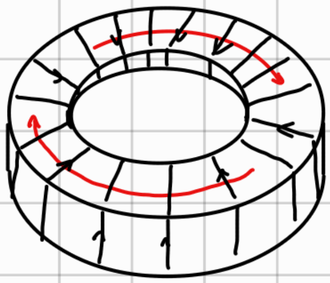
$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot \pi R^2$$

$$L = 6.36 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

3)

a) Soit le thm d'Ampère : $\oint B \cdot dl = \mu_0 I_{int}$

$$B = \frac{\mu_0 I_{int}}{2\pi r} \times N$$



b) $\Phi = \iint B \cdot dS = L i$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_{int}}{2\pi} N h \cdot N \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_{int} N^2 h}{2\pi} \cdot [\ln(r)]_{R_1}^{R_2}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_{int} N^2 h}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$L = 0{,}0054 \ H$

$\underline{L = 5{,}4 \ mH}$

c) Soit $M_{\text{Tore} \to \text{Bobine}} = \dfrac{\Phi_{\text{Tore} \to \text{Bobine}}}{I}$

$= \dfrac{\mu_0 \, N . N' h}{2\pi} \cdot \ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)$ ← meme surface

$M_{T \to b} = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} . 1000 . 10 . 0{,}03 .}{2\pi} \ln\left(\dfrac{0{,}05}{0{,}02}\right)$

$M = 5{,}5 \cdot 10^{-3} \ H$

$\underline{= 5{,}5 \ mH}$

$fem = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \dfrac{-(0 - 5{,}5 \cdot 10^{-3} \times 2)}{25 \cdot 10^{-3}}$

$fem = \underline{4{,}4 \ mV}$

1) $Q = 4\pi R^2 \times \sigma$

$= 2\times10^{-1} \times 4\pi \times 0{,}05^2$

$= 0{,}00628$

$= 6{,}28 \text{ mC}$

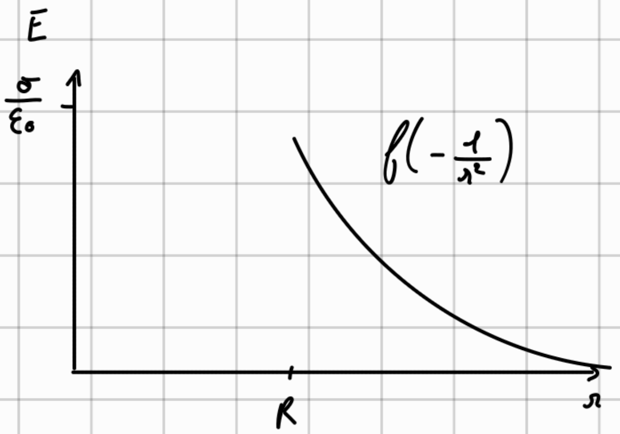
2) Soit via le thm de Gauss : $\oiint E \cdot dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

pour $r < R$

$E = 0$ car $Q_{int} = 0$

pour $r > R$

$E = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0 \times 4\pi r^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R^2 \times \frac{1}{r^2}$



Pour $E(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times \frac{R^2}{R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

3) $E = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$

$V = -\int E(r)$

pour $r \geq R$

$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot R^2 \int -\frac{1}{r^2}$

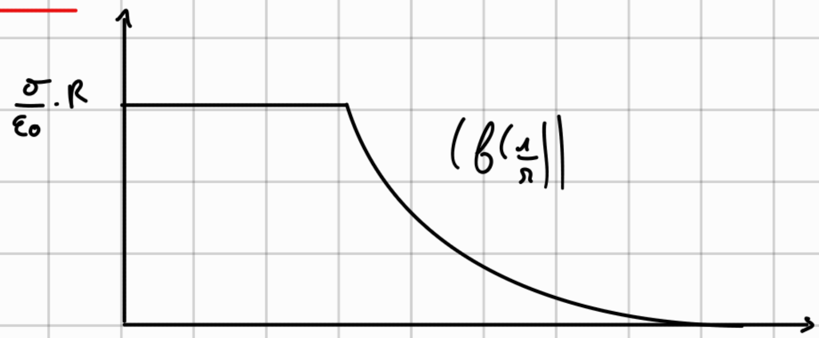
$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{R^2}{r} + cte$ avec $cte = 0$ $\lim_{r \to +\infty} (V(r)) = 0$

$V(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot R = 1,13 \cdot 10^9 \, V$

pour $r \leq R$

$V = cte$ Par continuité, on a : $\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot R = cte$

$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot R$



4) Cette distribution de charge en surface crée une cage de Faraday pour $r < R$

de fait le courant est en absence de source interne de 0 a R : $I = 0$