

## Unité d'enseignement HLEE 204 : Energie Electrostatique

### Contrôle Continu n°2 d'avril 2021 : Durée 1h15

On rappelle que la permittivité diélectrique du vide  $\epsilon_0 = 1/(36\pi 10^9)$  F/m

#### Exercice 1 (10 pts) : Champ et potentiel créés par une sphère chargée en surface.

Soit une sphère de centre O et de rayon R, uniformément chargée en surface  $+\sigma$ .

**1°/ Déterminer** en fonction de  $(\sigma, R, r, \epsilon_0)$  l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  en tout point r variant de 0 à l'infini.

*On utilisera le théorème de Gauss, que l'on énoncera.*

- Représenter le champ électrique  $\vec{E}$  en tout point r variant de 0 à l'infini

**2°/ Déterminer** en fonction de  $(\sigma, R, r, \epsilon_0)$  l'expression du potentiel V créé en tout point r variant de 0 à l'infini.

*On considèrera le potentiel comme nul à l'infini*

- Vérifier la continuité de potentiel en  $r = R$

- Représenter le potentiel V en tout point r variant de 0 à l'infini.

**3°/ Quelle est la particularité de cette distribution de charge, en particulier que vaut le courant pour  $0 \leq r \leq R$  ?**

#### Exercice 2 (10pts) : Condensateur Sphérique

**1-** On considère un conducteur sphérique A chargé en surface de rayon  $R_1 = 5\text{cm}$ . Ce conducteur est isolé et porté au potentiel  $V_1$ . La permittivité diélectrique est celle du vide  $\epsilon_0$ .

- **Calculer** la charge Q portée par cette sphère si  $V_1 = 100\text{V}$ .

- **En déduire** la valeur de la capacité de ce conducteur  $C_1$ .

**2-** On entoure complètement le conducteur sphérique A par un autre conducteur sphérique creux B d'épaisseur négligeable (figure 2) initialement neutre de rayon interne  $R_2 = 10\text{ cm}$  afin de former un condensateur sphérique. On place entre les 2 conducteurs un milieu diélectrique de constante diélectrique relative  $\epsilon_r = 3.5$ .

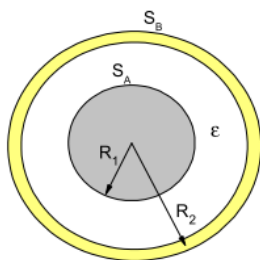


Figure 2

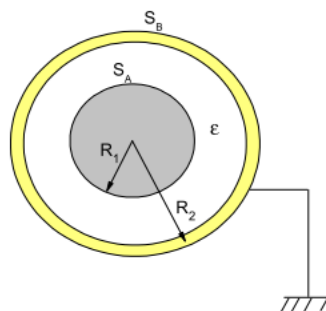


Figure 3

**Représenter** sur un schéma la nouvelle répartition de charges et les vecteurs champs électriques  $\vec{E}$ .

**3-** Par rapport à la situation précédente, le conducteur B est relié au sol (potentiel zéro) par son armature extérieure (Fig. 3).

- **Représenter** sur un schéma la nouvelle répartition de charges et les vecteurs champs électriques  $\vec{E}$ .

- **Démontrer** que la capacité de ce condensateur est égale à  $C = 4\pi\epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

- **Calculer** cette capacité C

- **Calculer** le nouveau potentiel de la sphère centrale  $V'_1$ .

- **En déduire** la valeur du potentiel interne  $V_2$  du conducteur B.

On rappelle que la permittivité diélectrique du vide  $\epsilon_0 = 1/(36\pi 10^9) \text{ F/m}$

### Exercice 1 (10 pts) : Champ et potentiel créés par une sphère chargée en surface.

Soit une sphère de centre O et de rayon R, uniformément chargée en surface  $+\sigma$ .

1°/ Déterminer en fonction de  $(\sigma, R, r, \epsilon_0)$  l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  en tout point r variant de 0 à l'infini.

On utilisera le théorème de Gauss, que l'on énoncera.

- Représenter le champ électrique  $\vec{E}$  en tout point r variant de 0 à l'infini

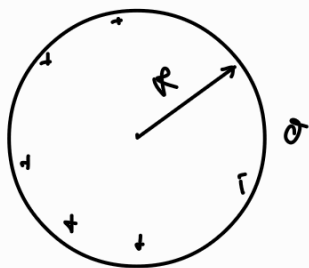
2°/ Déterminer en fonction de  $(\sigma, R, r, \epsilon_0)$  l'expression du potentiel V créé en tout point r variant de 0 à l'infini.

On considèrera le potentiel comme nul à l'infini

- Vérifier la continuité de potentiel en  $r = R$

- Représenter le potentiel V en tout point r variant de 0 à l'infini.

3°/ Quelle est la particularité de cette distribution de charge, en particulier que vaut le courant pour  $0 \leq r \leq R$  ?



$$1) \text{ Via Ampere } \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$

Pour  $r > R$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sigma \times 4\pi R^2}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2}$$

Pour  $r < R$

$$E = 0 \rightarrow Q_{\text{int}} = 0$$

$$2) \text{ Pour } E = -\text{grad } V =$$

$$V = -\int E dr \Rightarrow \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \int \frac{1}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + C \right)$$

$$\text{Pour } r \geq R \Rightarrow V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \times R + \text{cte} \rightarrow \text{On det cte} = 0$$

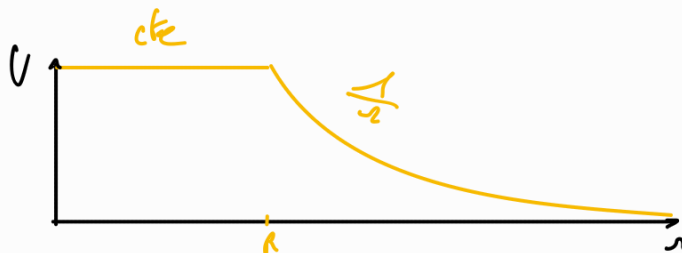
car on suppose  $\lim_{r \rightarrow +\infty} = 0$

Pour  $0 \leq r \leq R$

$$V = \text{cte} \Rightarrow \text{Par continuité avec } V = R$$

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \times R$$

Soit



3) La Distribution de charge crée comme une cage de Faraday  
de fait tout les champ  $\vec{E}$  s'annule en son sein.

$$\text{Sachant } E = \frac{I}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^2}$$

Si  $E$  est nul sur  $0 \leq r < R$

$$\text{alors } \underline{I = 0}$$

Ex 2)