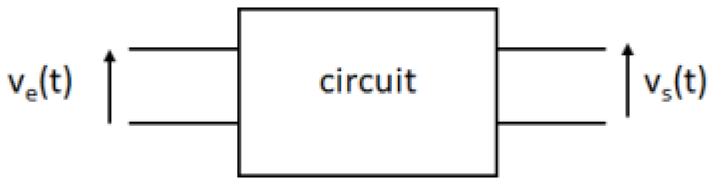
Fonction de transfert

Le schéma ci-dessous illustre un circuit avec en entrée une tension $v_e(t)$ et en sortie un tension $v_s(t)$. Leurs amplitudes complexes sont respectivement $\underline{V_e}$ et $\underline{V_s}$.



Fondamental

On définit la **fonction de transfert isochrone** $\underline{H}$ comme étant le rapport suivant :

$\underline{H} = \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ où $\underline{V_e}$ et $\underline{V_s}$ sont respectivement les tensions complexes d'entrée et de sortie.

Cette fonction est à priori complexe, on peut donc la mettre sous la forme : $\underline{H} = G(\omega)\exp[j\varphi(\omega)]$

où $G(\omega)$ est appelé le **gain** du circuit, il est également défini comme le module de la fonction de transfert $\underline{H}$: $G(\omega) = |\underline{H}| = \left|\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right|$

et φ est appelée la **phase**, elle correspond au déphasage de $v_s(t)$ par rapport à $v_e(t)$:
$\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}) = \arg(\underline{V_s}) - \arg(\underline{V_e})$

Le gain est en général donné en décibel (dB) :
$G_{dB} = 20 \cdot \log(G(\omega)) = 20 \cdot \log\left(\left|\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right|\right) = 20\log(|\underline{V_s}|) - 20\log(|\underline{V_e}|)$

Exemple

En régime harmonique, on considère un circuit dont la fonction de transfert est notée $\underline{H}$. On envoie en entrée un signal sinusoïdal $v_e(t) = 2 \cdot \sin(\omega t)$. A la fréquence de 1 kHz, le gain est de -3 dB et le déphasage du signal de sortie est de +90 ° (+ $\pi/2$ rad) par rapport au signal d'entrée. Donner l'expression du signal de sortie $v_s(t)$ à la fréquence de 1 kHz.

On donne : $10 \cdot \log(2) = 3$

On note $\underline{v_e(t)} = \underline{V_e}\exp(j\omega t)$ la notation complexe de $v_e(t) = V_{e,0}\sin(\omega t)$ avec $V_{e,0} = 2\,V$. Ici $v_e(t)$ est pris comme signal de référence, son déphasage est considéré comme nul, on remarque que $\underline{V_e} = V_{e,0}$.

Le signal de sortie est donc sous la forme $v_s(t) = V_{s,0}\sin(\omega t + \varphi)$. Sa notation complexe est donc : $\underline{v_s(t)} = \underline{V_s}\exp(\omega t)$ avec $\underline{V_s} = V_{s,0}\exp(j\varphi)$

φ est donné dans l'énoncé : $\varphi = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow v_s(t) = V_{s,0}\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$

Il ne reste plus qu'à déterminer la valeur de $V_{s,0}$. Pour cela, on utilise l'information donnée sur le gain :

$$G_{dB} = -3\,dB \Leftrightarrow 20 \cdot \log\left(\left|\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}\right|\right) = -3\,dB = -10 \cdot \log(2)$$

$$\Leftrightarrow 20\log\left(\frac{V_{s,0}}{V_{e,0}}\right) = -10\log(2)$$

$$\Leftrightarrow 20\log\left(\frac{V_{s,0}}{V_{e,0}}\right) = 10\log\left(\frac{1}{2}\right) = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_{s,0}}{V_{e,0}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow V_{s,0} = \frac{V_{e,0}}{\sqrt{2}}$$

Par ailleurs, $V_{e,0} = 2\,V$:

$$\Leftrightarrow V_{s,0} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,V$$

Au final, on trouve : $v_s(t) = \sqrt{2}\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$

Remarque

Le régime harmonique étant un cas particulier du régime variable. Il est possible de passer de la fonction de transfert opérationnelle $H(p)$ à la fonction de transfert isochrone $\underline{H}$ en faisant un changement de variable $p \rightarrow j\omega$ où p est la variable de Laplace et ω est la pulsation du régime harmonique.