Détail de l'étude des limites du circuit RLC quand m=1

La fonction de transfert isochrone est la suivante :

$$\Leftrightarrow \underline{H} = rac{1}{1 + jrac{2m\omega}{\omega_0} - \left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2} = rac{1}{\left(1 + jrac{\omega}{\omega_0}
ight)^2}$$

a. Diagramme du gain

$$G_{dB} = 20 \log[|\underline{H}|] = 20 \log \Biggl[\Biggl| rac{1}{\Bigl(1 + j rac{\omega}{\omega_0}\Bigr)^2} \Biggr|\Biggr]$$

$$G_{dB} = 20 \log \left[rac{1}{\left(\sqrt{1 + \left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2}
ight)^2}
ight]$$

$$G_{dB} = 20 \log \Biggl[rac{1}{1 + \left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2} \Biggr]$$

$$G_{dB} = -20 \log \Biggl[1 + \left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2 \Biggr]$$

Pour tracer G_{dB} en fonction de ω , il faut faire une étude des limites.

• lorsque ω tend vers 0 :

$$\lim_{\omega o 0} G_{dB} = \lim_{\omega o 0} -20 \log \left[1 + \left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2
ight] = -20 \log(1) = 0 \, dB$$

La première asymptote quand $\omega \to 0$ vaut 0 dB avec une pente nulle.

• lorsque ω tend vers $+\infty$:

$$\lim_{\omega o +\infty} G_{dB} = \lim_{\omega o +\infty} -20 \log \left[1 + \left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2
ight]$$

$$\Leftrightarrow \lim_{\omega o +\infty} G_{dB} = \lim_{\omega o +\infty} -20 \log \left[\left(rac{\omega}{\omega_0}
ight)^2
ight]$$

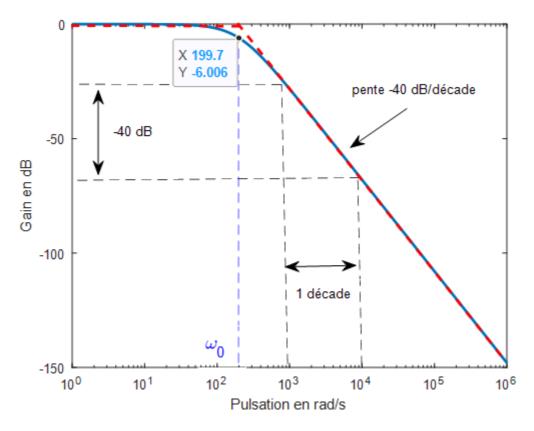
$$\Leftrightarrow \lim_{\omega o +\infty} G_{dB} = \lim_{\omega o +\infty} -40 \log \left \lfloor rac{\omega}{\omega_0}
ight
floor$$

La deuxième asymptote est donc une droite de pente -40 dB/décade.

• lorsque $\omega = \omega_0$:

$$G_{dB}(\omega_0) = -20 \log \Biggl[1 + \left(rac{\omega_0}{\omega_0}
ight)^2 \Biggr] = -20 \log(2) pprox -6 \, dB$$

Nous pouvons à présent tracer le diagramme de Bode du gain (figure ci-dessous).



2.b. Diagramme de phase

$$arphi = ext{arg}(\underline{H})$$

$$\Leftrightarrow arphi = rg \Biggl(rac{1}{\Bigl(1+jrac{\omega}{\omega_0}\Bigr)^2}\Biggr)$$

$$\Leftrightarrow arphi = -rgiggl(iggl(1+jrac{\omega}{\omega_0}iggr)^2iggr)$$

$$\Leftrightarrow arphi = -2 \cdot ext{arg}igg(1 + jrac{\omega}{\omega_0}igg)$$

$$\Leftrightarrow arphi = -2 \cdot \mathrm{arctan}igg(rac{\omega}{\omega_0}igg)$$

Pour tracer φ en fonction de ω , il faut faire une étude des limites.

lorsque ω tend vers 0 :

$$\Leftrightarrow \lim_{\omega o 0} arphi = \lim_{\omega o 0} -2 \cdot ext{arctan}igg(rac{\omega}{\omega_0}igg) = -2 \cdot ext{arctan}(0) = 0 \, rad = 0^\circ$$

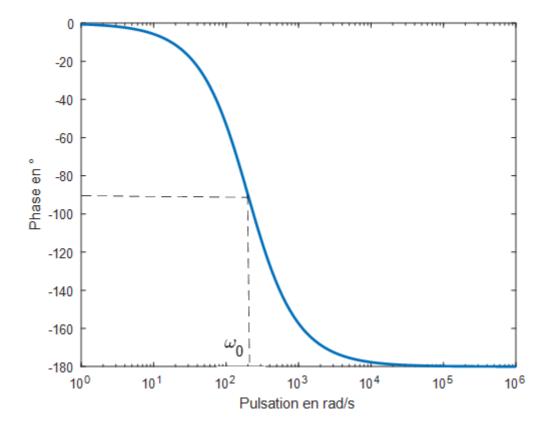
• lorsque ω tend vers $+\infty$:

$$\Leftrightarrow \lim_{\omega o + infty} arphi = \lim_{\omega o + \infty} -2 \cdot ext{arctan}igg(rac{\omega}{\omega_0}igg) = -2 \operatorname{arctan}(+\infty) = -2 \cdot rac{\pi}{2} \, rad = -180^\circ$$

• lorsque $\omega=\omega_0$:

$$arphi(\omega_0) = -2 \cdot ext{arctan}igg(rac{\omega_0}{\omega_0}igg) = -2 \cdot ext{arctan}(1) = -rac{\pi}{2} \, rad = -90^\circ$$

Nous pouvons à présent tracer le diagramme de Bode de phase (figure ci-dessous).



Simulation

Le code Octave qui permet de tracer les deux courbes est donné ci-dessous. On prendra les valeurs de composants suivantes : $R=1k\Omega$, $C=10\mu F$ et L=2.5H. Avec ces valeurs, m=1 et $\omega_0=200\,rad/s$.

```
1 >> R=1e3; C=10e-6;L=2.5;
2 >> m=R/2*sqrt(C/L)
3 >> w0=1/sqrt(L*C)
4 >> w=logspace(0,6,1000); %définit un vecteur pulsation contenant des valeurs réparties réguliè
5 >> H=1./(1+j*R*C*w -L*C*w.^2); % définition de la fonction de transfert isochrone (complexe)
6 >> GdB= 20*log10(abs(H)); % calcul du gain en dB. log10 est utilisé pour calculer le log en ba
7 >> Phi=phase(H); % calcul de la phase en rad. phase permet de calculer l'argument d'un nombre
8
9 >> % Tracé du diagramme de Bode
10 >> figure(1)
11 >> semilogx(w,GdB) %diagramme du gain
12 >> xlabel('Pulsation en rad/s')
```

```
13 >> ylabel('Gain en dB')
14
15 >> figure(2)
16 >> semilogx(w,Phi*180/pi) %diagramme de phase
17 >> xlabel('Pulsation en rad/s')
18 >> ylabel('Phase en °')
19
20 m =
21
22    1
23
24
25 w0 =
26
```

Stéphanie Parola - HILISIT - Université Montpellier (a) BY-NC-SA