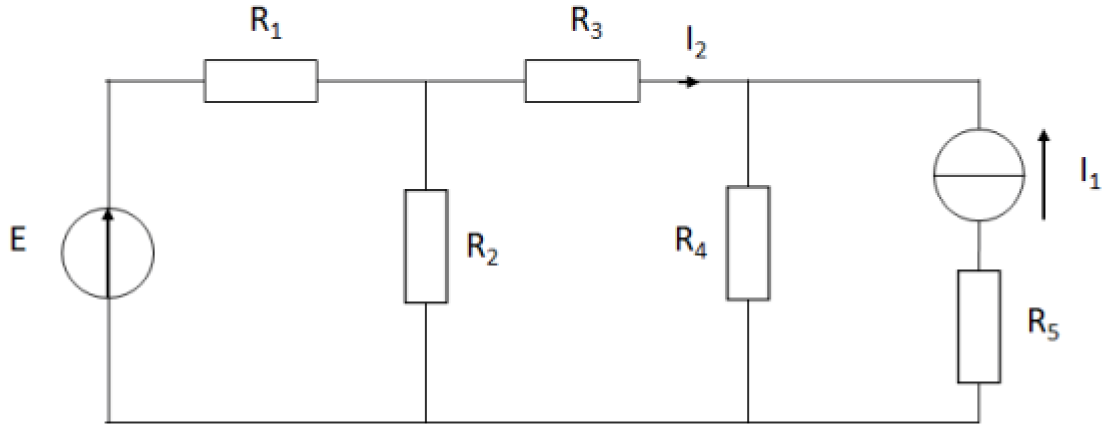
Exemple d'utilisation de la loi des nœuds en termes de potentiels

Exemple

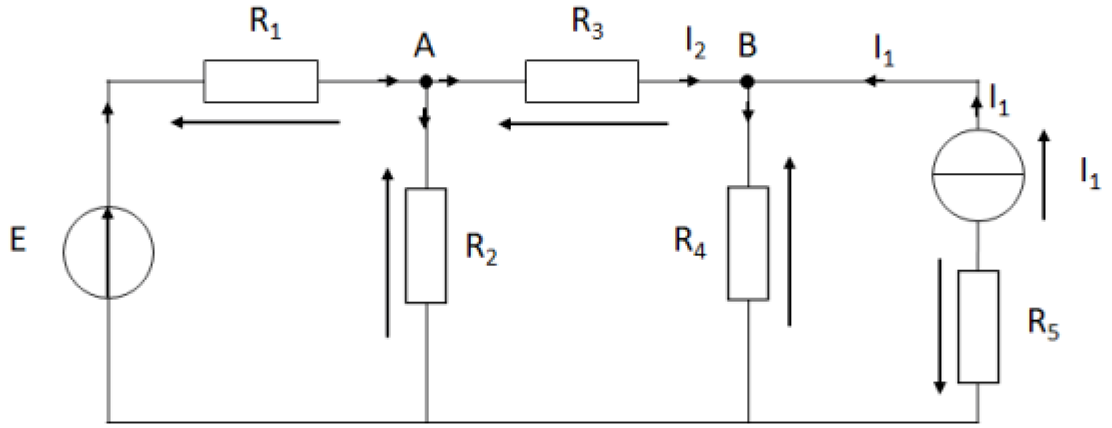
On considère le circuit suivant. Les paramètres connus sont E, R_1 , R_2 ,R_3, R_4, R_5 et I_1 .

On cherche à déterminer I_2 en utilisant la loi des nœuds en termes de potentiels en fonction des paramètres E, R_1 , R_2,R_3, R_4, R_5 et I_1.



Dans un premier temps, on détermine le nombre de nœuds indépendants. Il y a en 2, notés A et B sur le schéma ci-dessous.

Ensuite, on flèche toutes les tensions et tous les courants du circuit en respectant les conventions (voir schéma ci-dessous).



Le circuit présente deux nœuds indépendants, il y a donc 2 inconnues : les potentiels aux nœuds A et B, notés respectivement : V_A et V_B.

Nous allons utiliser la loi des nœuds en termes de potentiels à ces deux nœuds :

- en A :

$$\frac{E - V_A}{R_1} = \frac{V_A - 0}{R_2} + \frac{V_A - V_B}{R_3} \text{ eq. (1)}$$

Pour établir cette équation, nous avons utilisé la loi des nœuds : somme des courant entrant dans un nœud = somme des courants sortant dans ce même nœud.

Le courant qui traverse la résitance R_1 vaut $\dfrac{E - V_A}{R_1}$.

Le courant qui traverse la résitance R_2 vaut $\dfrac{V_A - 0}{R_2}$.

Le courant qui traverse la résitance R_3 vaut $\dfrac{V_A - V_B}{R_3}$.

- En B :

$$\frac{V_A - V_B}{R_3} + I_1 = \frac{V_B - 0}{R_4} \text{ eq. (2)}$$

Nous avons à présent déterminé les deux équations indépendantes (équations (1) et (2)) qui régissent le circuit. Pour résoudre ce système de deux équations linéaires, on peut procéder par substitution (méthode que nous allons utiliser ici) ou à l'aide du formalisme matriciel (méthode de résolution qui sera détaillée dans la suite de ce chapitre).

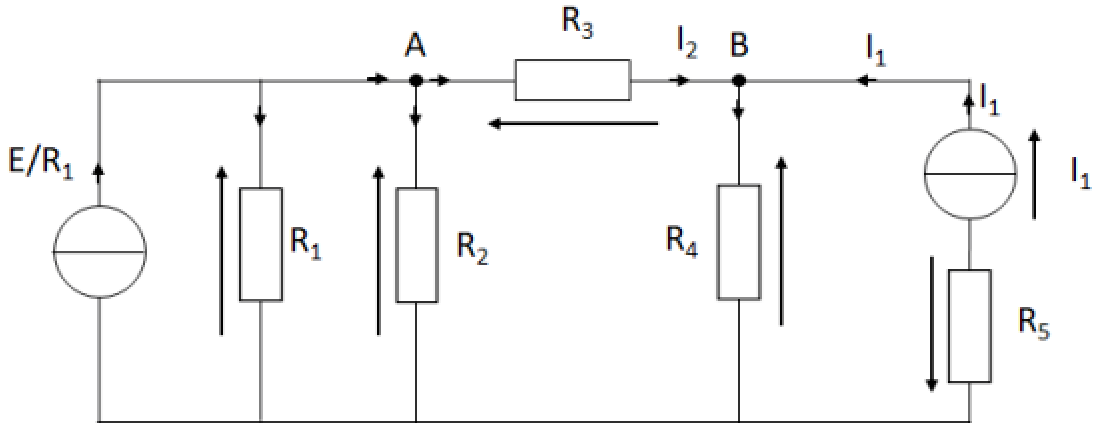
Le détail des calculs pour de ces deux méthodes est donné ici. Au final, on obtient le résultat suivant :

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right) - \dfrac{1}{R_3^2}} \cdot \left[\left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right) \cdot \dfrac{E}{R_1} + \dfrac{I_1}{R_3}\right] \\ V_B = \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right) - \dfrac{1}{R_3^2}} \cdot \left[\dfrac{E}{R_1 \cdot R_3} + \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) \cdot I_1\right] \end{cases}$$

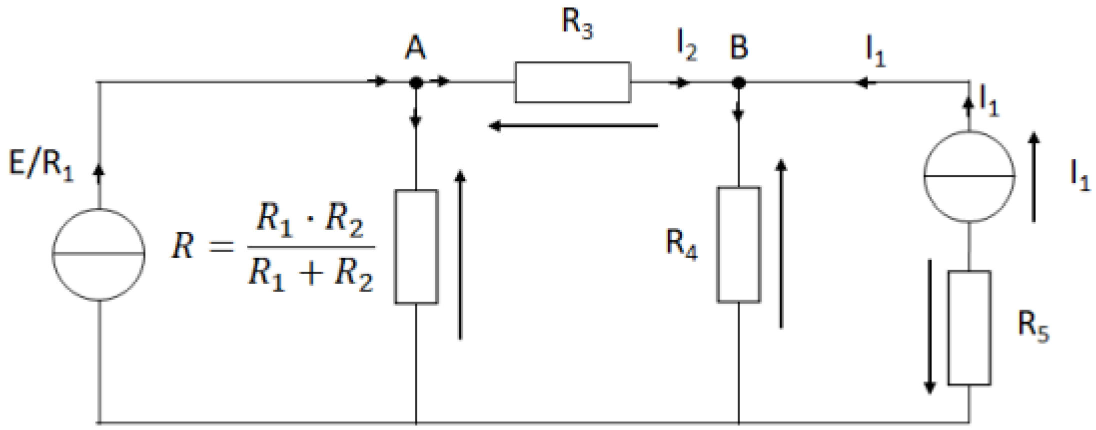
Remarque

Dans l'exemple précédent, si l'on souhaite appliquer la méthode complète donnée ici. On peut utiliser une transformation de Thévenin / Norton pour réduire le nombre de nœuds indépendants à 1.

La transformation de Thévenin / Norton appliquée au générateur de Thévenin composé du générateur de tension E et de la résistance R_1 donne le schéma équivalent suivant :



On peut encore simplifier le circuit en regroupant les résistances R_1 et R_2 :



On peut continuer la simplification du circuit en refaisant une transformation Norton/Thévenin qui permettra d'obtenir la résistance R en série avec la résistance R_3 (on notera $R_6 = R + R_3$), puis refaire une transformation Thévenin/Norton pour regrouper les résistances R_6 et R_4 qui seront en parallèle. A l'issue de ces transformations et simplifications, il ne restera qu'une seule maille dans notre circuit, ce qui permettra une résolution "à la main" encore plus aisée.

Stéphanie Parola