**HAE302E - Circuits et Composants Capacitifs et Inductifs**

# *TD 3 Champ et potentiel électrostatique*

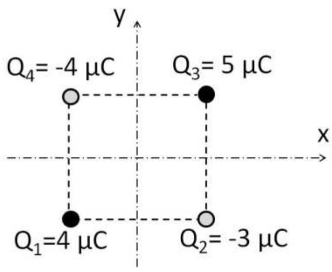
## 1- Calcul du champ et du potentiel en un point

Dans un repère orthonormé, une charge électrique Q de 5µC est placée au point (x=5cm, y=0cm).

Déterminer le vecteur champ électrique statique (ou champ électrostatique) et le potentiel électrostatique au point M (x = 2cm, y = 4cm)

## 2- Champ électrique résultant de 4 charges

On suppose 4 charges ponctuelles fixes placées sur chacun des 4 angles d'un carré de 6 cm de coté, comme le montre la Figure ci-dessous. On travaillera dans le repère orthonormé proposé.
Calculer le vecteur champ électrique au centre du carré puis la valeur du potentiel.



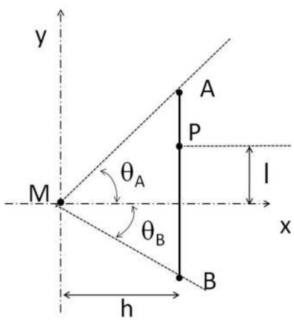

Quels repères orthonormés, facilitant les calculs, auraient pu être choisis ?

## 3- Vecteur champ électrique créé en un point par un fil

On suppose qu'un fil très fin, de longueur finie L, porte une distribution de charges linéïque, λ, uniformément répartie sur celui-ci.

Exprimer le vecteur champ électrique en un point M situé à une distance d du fil.

Que vaut le vecteur champ électrique en M si le fil est supposé de longueur infinie.



**4-** <u>Champ électrique et potentiel électrostatique créés par un disque</u>

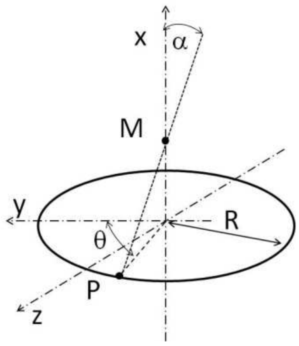
*Partie 1 : L'anneau*

Dans un premier temps on va considérer un anneau extrêmement fin, de centre O et de rayon R, d'axe Ox, uniformément chargé avec une densité linéaire de charge linéïque $\lambda$.

41- Exprimer pour tous points M de l'axe Ox le vecteur champ électrique $\overrightarrow{E(x,0,0)}$

42- Exprimer le potentiel électrostatique en M en utilisant $\overrightarrow{\mathrm{E}(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}(\mathrm{V}(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})}$

Tracer pour tous points de l'axe les fonctions $E_x(x,y,z)$ et $V(x,y,z)$.




42- Retrouver le résultant précédent en utilisant l'expression couramment utilisée pour le calcul d'un potentiel électrostatique $\mathrm{V(r)} = \frac{\mathrm{Q}}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{r}}$

*<u>Partie 2 : le disque</u>*

43- A partir de l'expression du potentiel électrostatique V(r) obtenue pour tous points de l'axe d'un anneau en déduire, toujours pour tous points de l'axe, le potentiel V(x,0,0) créé par un disque de rayon R portant une densité surfacique de charges uniforme $\sigma$.

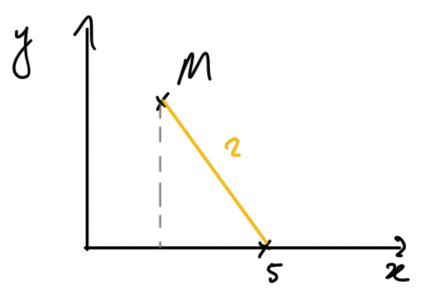
Exprimer alors le vecteur champ électrique pour ces points.

45- Tracer pour tous points de l'axe les fonctions $E_x(x,y,z)$ et $V(x,y,z)$.

46- En déduire, pour tous points de l'espace le vecteur champ électrique créé par un plan infini de densité surfacique de charges uniforme $\sigma$.

1)

$Q = 5\mu C$




Soit le point $M\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et la charge $\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$

Soit $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}$. On a une charge positive soit

$4\pi\varepsilon_0 r$

Champs sortant de la charg.

$$r^2 = (M_y - Q_y)^2 + (M_x - Q_x)^2$$

$$(4-0)^2 + (2-5)^2$$

$$16 + 9$$

$$r^2 = 25$$

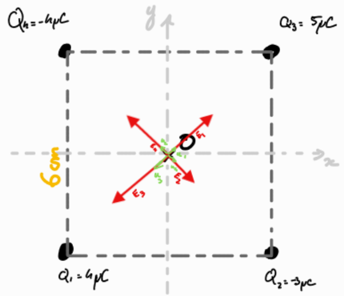
$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$E = \frac{5\times10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0 (0{,}05)^2} = 1{,}8\ 10^{7}\ N.C^{-1}$$

$$V = \frac{5\times10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0 (0{,}05)} = 9\times10^{5}\ V$$

2)




Soit le Champ E au point O

On utilise le Principe de superposition:

$$E_0 = \sum E_q \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 . r^2}\begin{pmatrix} q_1 \cos 45 + q_2 \cos 135 + q_3 . \cos 225 + q_4 . \cos 315 \\ q_1 \sin 45 + q_2 \sin 135 + q_3 \sin 225 + q_4 \sin 315 \end{pmatrix}$$

$$r = \sqrt{3^2+3^2}$$

$$r = 3\sqrt{2}\times10^{-2}$$

$$\rightarrow \frac{10^{-6}}{4\pi\left(\frac{1}{36\pi 10^9}\right)(3\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\begin{pmatrix} 4\frac{\sqrt{2}}{2} + 3\frac{\sqrt{2}}{2} - 5\frac{\sqrt{2}}{2} - 4 . \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 4\frac{\sqrt{2}}{2} - 3\frac{\sqrt{2}}{2} - 5\frac{\sqrt{2}}{2} + 4\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}\begin{matrix} u_x \\ u_y \end{matrix}$$

$$4\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E = -7071067\,\vec{u}_x$$

$$E = 7071067\ N.C^{-1}$$

$$V_{Tot} = \frac{10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0 r}(4-3+5-4) = 4{,}24 . 10^{5} V$$

$\vec{u}_r$ O $\vec{u}_\theta$  $Q_i$

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} . \vec{u}_r$  $\vec{u}_r\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

$\vec{E} = -\vec{grad}\, V$

On tourne le repere pour chaque U pour travailler en 1 Dimention

$\vec{E(r)} : \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r = \begin{pmatrix} -\partial V/\partial r \\ -\partial V/\partial\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_r \\ 0 \end{pmatrix}$

donc $V(r) = -\int E(r)dr$

$V(r) = -\int \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$

$V(r) = \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r} + cte$

On peut poser $\lim_{r\to+\infty} V(r) = 0 \rightarrow cte = 0$

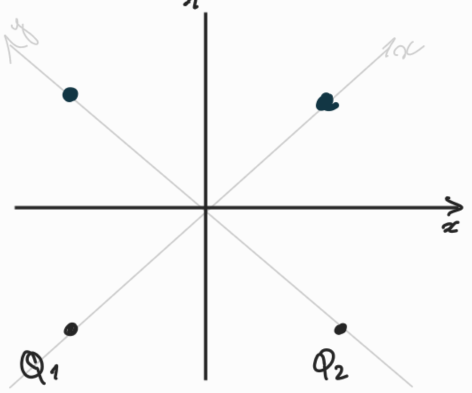
Soit la somme de tout potentielle

$V(0,0) = (4-3+5-4)\frac{9.10^9.10^{-6}}{\sqrt{18}.10^{-2}} = 424 kV$

---

On aurais pue prendre les repere dessiner en gris, cela aurais epagner les complicatiom du au

y




valeur $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ de chaque champ E

3) $\vec{E}(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$

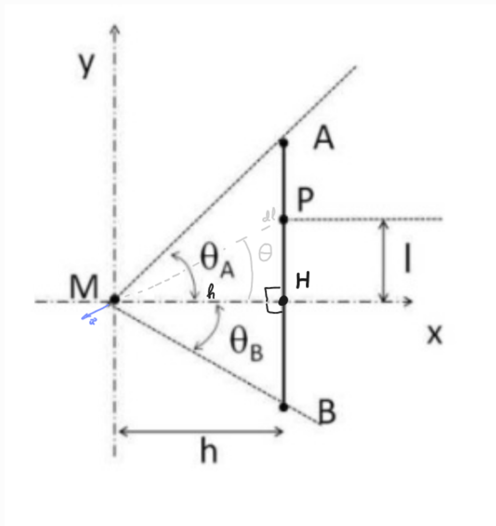
$V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$-E(r) = \dfrac{\partial V(r)}{\partial r} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$

$V = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\left\{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4\right\}$

$= \dfrac{10^{-6}}{4\pi \frac{1}{36\pi\cdot 10^{-9}} \sqrt{18}\times 10^{-2}} \left\{4-3-4+5\right\}$

$= 424\,kV$




$M\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $H = \begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{A} = \begin{pmatrix} h \\ h\,tg\,\theta_A \end{pmatrix}$ $\vec{B} = \begin{pmatrix} h \\ h\,tg\,\theta_B \end{pmatrix}$

$\vec{P} = \begin{pmatrix} h \\ h\,tg\,\theta = l \end{pmatrix}$ $\vec{PM} = \begin{pmatrix} 0-h \\ 0-h\,tg\,\theta \end{pmatrix}$

si notre fil a une charge totale $Q_T$ et sa longueur est $l$

On definit une densité de charge linéique $\lambda = \dfrac{Q_T}{l}$ si $Q_T$ est uniformement repartie

notre petit bout de fil $dl$ contient une petite quantité de charge $dQ = \lambda . dl$ qui va crée un petit bout du champ electrique $\vec{dE}$

$r = \|PM\| = \sqrt{h^2 + h^2 tg^2\theta}$
$= h\sqrt{1+tg^2\theta} = \dfrac{h}{\cos\theta}$

$\hookrightarrow$ $dl$? $l = h\,tg\,\theta$

$\dfrac{dl}{d\theta} = \dfrac{h}{\cos^2\theta} \Rightarrow dl = \dfrac{h}{\cos^2\theta}.d\theta$

$dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} = \dfrac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} = \dfrac{\lambda . dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}$

$d\vec{E} = \dfrac{\lambda \cdot \frac{h}{\cos^2\theta}\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \frac{h^2}{\cos^2\theta}}\vec{u}$ soit $\rightarrow$ $\boxed{d\vec{E} = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h}\, d\theta\, \vec{u}}$

$d\vec{E} = \dfrac{\lambda\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 h}\begin{pmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix}$

ici $\theta$ varie de $\theta_B$ à $\theta_A$

$\vec{E} = \displaystyle\int_{\theta_B}^{\theta_A} d\vec{E}$

$E_x = \dfrac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h}\displaystyle\int_{\theta_B}^{\theta_A} \cos\theta$

$$= \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h} (\sin\theta_A - \sin\theta_B)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h} \int_{-\theta_B}^{\theta_A} \sin\theta \, d\theta$$

$$= \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h} \left[\cos\theta_A - \cos(\theta_B)\right]$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h} \begin{pmatrix} \sin\theta_B - \sin\theta_A \\ \cos\theta_A - \cos\theta_B \end{pmatrix}$$

---

Cas particuliers $\theta_A = \theta_B$

$\theta_A > 0$

$\theta_B < 0$

$$\vec{E} = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h} \begin{pmatrix} 2\sin\theta_A \\ 0 \end{pmatrix}$$

fil $\infty$ $\theta_A = \pi/2$

$\theta_B = -\pi/2$

$$E = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**4- <u>Champ électrique et potentiel électrostatique créés par un disque</u>**

*Partie 1 : L'anneau*

Dans un premier temps on va considérer un anneau extrêmement fin, de centre O et de rayon R, d'axe Ox, uniformément chargé avec une densité linéaire de charge linéïque λ.

41- Exprimer pour tous points M de l'axe Ox le vecteur champ électrique $\overrightarrow{E(x,0,0)}$

42- Exprimer le potentiel électrostatique en M en utilisant $\overrightarrow{E(x,y,z)} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}(V(x,y,z))}$

Tracer pour tous points de l'axe les fonctions $E_x(x,y,z)$ et $V(x,y,z)$.


4,1) Soit $dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$ avec $dq = \lambda dl$

$r^2 = R^2 + x^2$

$dl = R \cdot d\theta$

$\cos\alpha = \frac{x}{r}$

Par symétrie on peut dire que sur l'axe $O_x$ on a

$\vec{E} = \int d\vec{E} \cdot \cos\alpha \Rightarrow \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dl}{r^2} \Leftrightarrow \int \frac{R \cdot d\theta}{(R^2+x^2)} \cdot \cos\alpha$

$\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}$

$\Leftrightarrow \int R \, d\theta$

$$\Leftrightarrow \int \frac{\quad}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda R . x}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta \, \vec{u}_x = \frac{\lambda R x}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \, 2\pi \Leftrightarrow \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}}$$

b) Soit $E = -\overrightarrow{grad}\, V$ avec $\vec{E} = \dfrac{\lambda R x}{2\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}}$

Soit $V = \vec{E} \times -\overrightarrow{grad}^{-1}$ soit l'opération inverse : intégration :

$$V = -\int \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \, dx$$ on n'intègre pas en y et z car composante nul

?

$$V = \frac{-\lambda R}{2\varepsilon_0} \int \frac{x}{(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(x^2+R)^{1/2}}$$

Tracer les fonctions :

$E = f(x)$ avec $x$ position suivant l'axe des $Ox$

$$E = \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \cdot \vec{e}_x$$

$x = 0 \Rightarrow E = 0$

$x = +\infty \Rightarrow E = 0$

soit trouver le Max $\rightarrow \dfrac{\partial E}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} (R^2+x^2)^{-3/2} + \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0} \left[ -\frac{3}{\cancel{2}} (R^2+x^2)^{-5/2} . \cancel{2}x \right]$$

$$= \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} (R^2+x^2)^{-3/2} - \frac{\lambda R 3x^2}{2\varepsilon_0} (R^2+x^2)^{-5/2}$$

$$= \cancel{\frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}} \left( (R^2+x^2)^{-3/2} - \frac{3x^2}{(R^2+x^2)^{5/2}} \right) = 0$$

$$(R^2+x^2)^{-3/2} - \frac{3x^2}{(R^2+x^2)^{5/2}} = 0$$

$$(R^2+x^2)^{-3/2} \times (R^2+x^2)^{5/2} - 3x^2 = 0 \times (R^2+x^2)^{5/2}$$

$$(R^2+x^2)^{2/2} - 3x^2 = 0$$

$$R^2 + x^2 - 3x^2 = 0$$

$$-2x^2 = -R^2$$

$$x^2 = \frac{R}{2}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{R}{2}}$$

sinon on factorise direct par $(x^2+R^2)^{-5/2}$

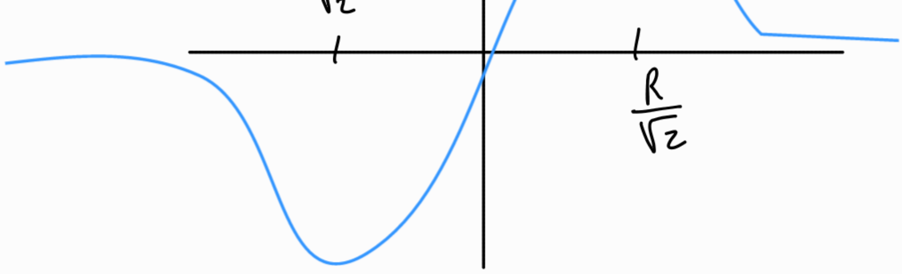
$$\underbrace{\cancel{\frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} (R^2+x^2)^{-5/2}}}_{\text{ne peuvent pas être } = 0} \left[ (R^2+x^2)^{2/2} + (-3x^2) \right]$$

$$R^2 + x^2 - 3x^2 = 0$$

$$-2x^2 = -R^2$$

$$= \frac{R^2}{2}$$

$$x = \frac{R}{\sqrt{2}}$$




Pour $V = f(x)$

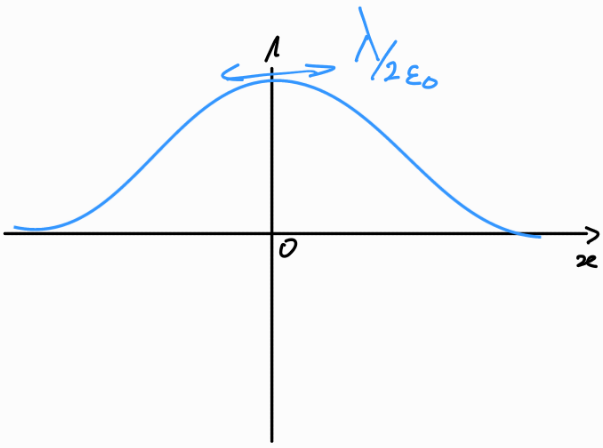
$$V(x) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\left(x^2+R^2\right)^{-1/2}$$

$x = 0 \Rightarrow \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\frac{1}{R}$

$x \to +\infty \Rightarrow 0$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$0 = \frac{-\lambda R x}{2\varepsilon_0}\left(x^2+R^2\right)^{-3/2} \Rightarrow x = 0$$

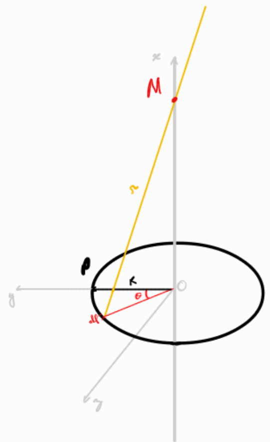



42- Retrouver le résultant précédent en utilisant l'expression couramment utilisée pour le calcul d'un potentiel électrostatique $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

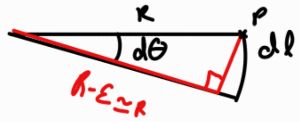
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \therefore \quad V = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{1/2}}$$

# Varienke

4)




un petit bout de fil $dl$ contient une petite charge $dq$ qui crée une petite quantité de $d\vec{E}$ du champ $\vec{E}$




On rappelle que $d\theta$ très petit donc ε est en effet négligeable par rapport à R

$\tan(d\theta) = \dfrac{dl}{R-\varepsilon} \simeq \dfrac{dl}{R}$

$\sin(d\theta) = \dfrac{dl}{R}$

$\cos(d\theta) = \dfrac{R\varepsilon}{R} \simeq 1 \Rightarrow d\theta \simeq 0$

$dl = R\sin(d\theta)$

$dl \simeq R\,d\theta$

donc $dQ = \lambda dl \simeq \lambda R\,d\theta$

$d\vec{E} = \dfrac{\lambda R\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\vec{u}$

on cherche $r$ :

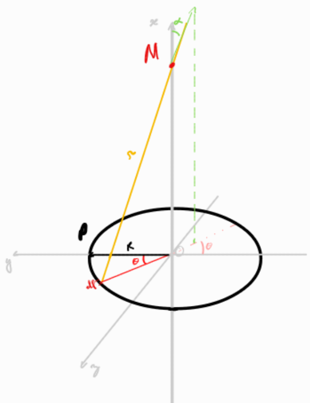
$\sin\alpha = \dfrac{R}{r}$

$r = \dfrac{R}{\sin\alpha}$

Soit $d\vec{E} = \dfrac{\lambda R\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\alpha^2$

$d\vec{E} = \dfrac{\lambda \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\,d\theta\cdot\vec{u}$

Par projection pour le $\vec{u}$




$\vec{u}\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\ \cos(\theta+\pi)\\ \sin\alpha\ \sin(\theta+\pi)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ -\sin(\alpha)\cos(\theta)\\ -\sin(\alpha)\cdot\sin(\theta)\end{pmatrix}$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda \sin^2\alpha\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ -\sin(\alpha)\cos\theta\\ -\sin(\alpha)\sin(\theta)\end{pmatrix}$$

On a α une constante pour x donnée

et θ varie de 0 à $2\pi$

Suivant $\vec{u_x}$

$$E_x = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda \sin^2\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\alpha \, d\theta$$

$$\frac{\lambda \sin^2\alpha \cdot \cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi} d\theta$$

$$" \quad [\theta]_0^{2\pi}$$

$$E_x(\alpha) = \frac{\lambda \sin^2\alpha \cos\alpha}{2\varepsilon_0 R}$$

Suivant $\vec{u_y}$

$$E_y = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda - \sin\alpha \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\frac{\lambda \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi} -\cos\theta$$

$$\frac{\lambda \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[-\sin\theta\right]_0^{2\pi}$$

$$\frac{\lambda \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R} \times 0$$

$$= 0$$

Suivant $\vec{u_z}$

$$E_z = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda - \sin\alpha \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\frac{\lambda \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi} -\sin\theta$$

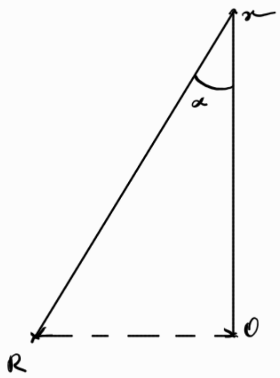
$$\frac{\lambda \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[\underbrace{\cos 2\pi - \cos 0}_{0}\right]$$

$$0$$

$= 0$

Soit $\vec{E} = \begin{pmatrix} \dfrac{\lambda \sin^2\alpha \cos\alpha}{2 \varepsilon_0 R} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

---




$\sin\alpha = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$

$\cos\alpha = \dfrac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$

$$\text{Soit } E_{(x)}(x) = \frac{\lambda x R^2}{2\varepsilon_0 R \,(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\iff \frac{\lambda x R}{2\varepsilon_0} \cdot (R^2+x^2)^{-3/2}$$

Pour $V$ -> sachant $E = -\operatorname{grad} V$

$\int E = \int \dfrac{\lambda x R}{2\varepsilon_0}(R^2+x^2)^{-3/2}$ -> $\dfrac{-\lambda R}{-2\varepsilon_0}\dfrac{2}{2}x\,(R^2+x^2)^{-3/2}$

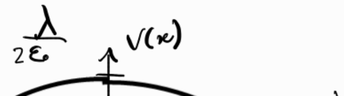
$$\int E(x)\,dx = \frac{-\lambda R}{\varepsilon_0}\,\frac{1}{2}\,(R^2+x^2)^{-1/2} + Cte$$

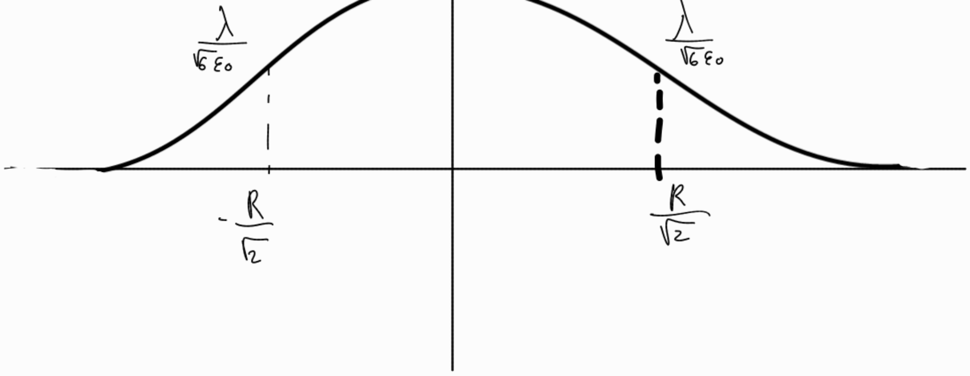
d'où

$V(x) = \dfrac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(R^2+x^2)^{-1/2} + cte$ => cte $= 0$ car à l'infini on hypothèse que $V = 0$

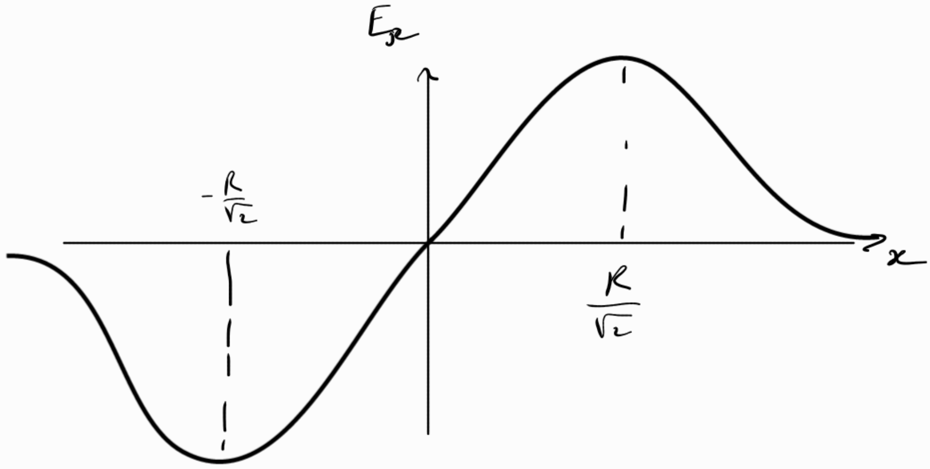
$\lim_{x\to+\infty} V(x) = 0$

Traçons $V(x)$






Pour $E(x) = -\dfrac{\partial V}{\partial x}$




*Partie 2 : le disque*

43- A partir de l'expression du potentiel électrostatique V(r) obtenue pour tous points de l'axe d'un anneau en déduire, toujours pour tous points de l'axe, le potentiel V(x,0,0) créé par un disque de rayon R portant une densité surfacique de charges uniforme σ.

Exprimer alors le vecteur champ électrique pour ces points.

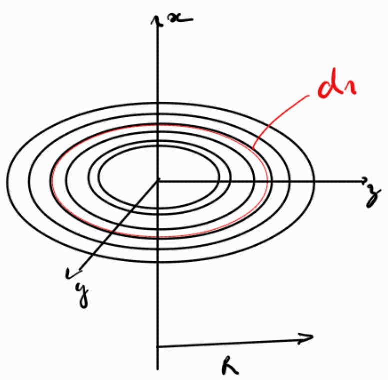
45- Tracer pour tous points de l'axe les fonctions $E_x$(x,y,z) et V(x,y,z).

46- En déduire, pour tous points de l'espace le vecteur champ électrique créé par un plan infini de densité surfacique de charges uniforme σ.

Decomposition en anneau

$$V(x) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

disque $\dfrac{C}{m^2}$




Charge d'un anneau de largeur dr

$dQ = ds \cdot Q$

$dQ \simeq 2\pi r \cdot dr\, \sigma$

on dit $2\pi r$ car il est presque le meme via dr

r = rayon de l'anneau

↳ Cette petite quantité dQ crée une petite partie du potentiel au point x

$$dV(x) = \frac{\sigma\, 2\pi r\, dr}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{x^2+r^2}\right)} \rightarrow V(x) = \int_0^R \frac{\sigma\, 2\pi r}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{x^2+r^2}\right)}\, dr$$

$$V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r}{\sqrt{x^2+r^2}}\, dr \quad \Big| \rightarrow \frac{1}{2}\, 2x\,(x^2+r^2)^{-1/2}$$

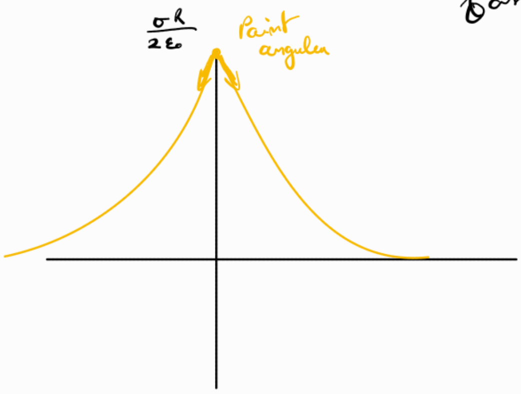
$$V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \times \left[\sqrt{x^2+r^2}\right]_0^R$$

$$V(0) = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

$$\lim_{x \to +\infty} V(x) = 0^+$$

$$\lim_{x \to -\infty} V(x) = 0^+$$

On ne trace pas encore car on ne sait pas la forme qu'il aurait sur les tang




Remontons au champs $E$.

$$\vec{E}(x) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{2}\,2x\,(x^2+R^2)^{-1/2} - \frac{1}{2}\,2x\,(x^2)^{-1/2}\right\}\vec{u}_x$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\underbrace{\frac{x}{\sqrt{x^2}}}_{\substack{\text{si } x>0 \Rightarrow =1 \\ \text{si } x<0 \Rightarrow =-1}}\underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{x^2}}}-1\right)}_{Ty<0}\vec{u}_x$$

$sgn(x)$ = fonction signe

- $sgn(x) = 1$ si $x > 0$
- $sgn(x) = -1$ si $x < 0$
- $sgn(x) = 0$ si $x = 0$

$$\rightarrow \quad E(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,sgn(x)\left\{1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{x^2}}}\right.$$

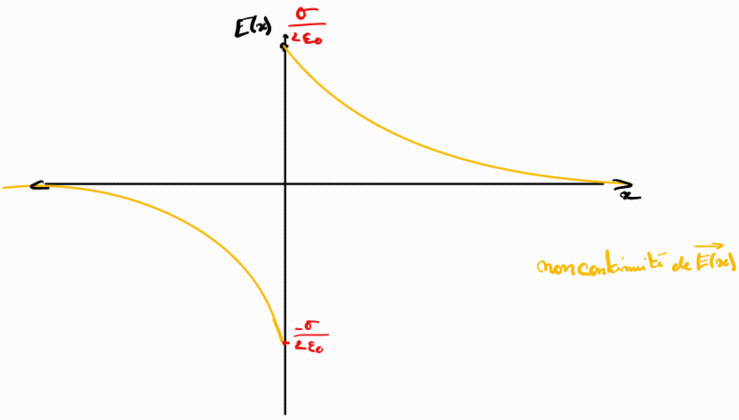
Soit

$$\lim_{\to +\infty} E(x) = 0^+$$

$$\lim_{\to -\infty} E(x) = 0^-$$

$$\lim_{\to 0^+} E(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\lim_{\to 0^-} E(x) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$




Soit pour un plan $\infty$ $\rightarrow$ $R \to +\infty$

Soit

$$\lim E(x) = sgn(x)\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$R \to +\infty$