

1	2	3	4	5	Total	Nota

APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA:

JUSTIFIQUE todas sus respuestas. Todos los ejercicios valen 20 puntos.

1. Series numéricas y convergencia

a) Determine si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{n^2+1}$$

es convergente o divergente. Justifique usando un criterio adecuado.

b) Estudie la convergencia de la serie alternane:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

¿Es absolutamente convergente o condicionalmente convergente?

2. Series de potencias y radio de convergencia

a) Dada la serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n!}$$

determine su radio e intervalo de convergencia.

b) Sea

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

Calcule el radio de convergencia y determine si la serie converge en los extremos del intervalo.

3. Taylor y aproximaciones

a) Calcule el polinomio de Taylor de orden 3 centrado en $a = 0$ de la función

$$f(x) = \ln(1+x)$$

b) Use la fórmula de Lagrange para estimar el error al aproximar $\ln(1.2)$ con el polinomio de orden 3 anterior.

4. Geometría analítica en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3

- a) Encuentre la ecuación vectorial, paramétrica y cartesiana de la recta que pasa por los puntos $A = (1, 2)$ y $B = (4, 5)$ en \mathbb{R}^2 .
- b) En \mathbb{R}^3 , se dan dos planos:

$$\Pi_1 : x + 2y - z = 3 \quad \text{y} \quad \Pi_2 : 2x + 4y - 2z = 7$$

Determine si son paralelos. En caso contrario, calcule el ángulo entre ellos.

5. Funciones vectoriales y funciones reales de varias variables

- a) Sea la curva dada por

$$\vec{r}(t) = (t, \cos t, \sin t)$$

Calcule la ecuación de la recta tangente en el punto correspondiente a $t = 0$.

- b) Represente el gráfico de la función

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 4$$