Enumere todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

• Ejercicio 1

- (a) Construya el polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x) = \sqrt{x+1}$ alrededor de x = 0.
- (b) Use el polinomio de Taylor obtenido en (a) para aproximar $\sqrt{1.25}$.
- (c) De una estimación del error cometido en (b) usando la fórmula del resto.
- Ejercicio 2 Se sabe que la función $f(x) = e^x \pi x$ tiene 2 raíces, una en el intervalo [0, 1] y otra en el intervalo [1, 2].
 - (a) Encuentre dos funciones de iteración que podrían ser usadas en el Método de Iteración de Punto Fijo para encontrar una raíz de f(x). Justifique su respuesta.
 - (b) Elija una de las funciones de iteración del punto anterior para cada raíz con la cual sea posible definir un intervalo donde el Método de Punto Fijo converja. Justifique adecuadamente su respuesta.

Ejercicio 3

Suponga que p_n es un polinomio de grado menor o igual a n que interpola a la función $f(x) = e^{\frac{x-2}{2}}$ en los nodos

$$0 = x_0 < \ldots < x_n = 2$$
, con $x_i = 2\frac{i}{n}$ para $i = 0, \ldots, n$.

- a) Construya el polinomio $p_2(x)$.
- b) Muestre que

$$|f(x) - p_n(x)| \le \frac{1}{(n+1)!}, \quad x \in [0, 2].$$

• Ejercicio 4

Demuestre que si p es una raíz de multiplicidad $r \geq 2$ de f, entonces la siguiente modificación del método de Newton recupera la convergencia cuadrática:

$$x_{n+1} = x_n - r \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$