Análisis Numérico

Exámen final de Laboratorio, 23/07/2010.

Problema 1: El método de Runge-Kutta de segundo orden (RK2) para resolver el problema de valores iniciales,

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \qquad y(0) = y_0,$$

consiste en siguiente algoritmo iterativo,

$$\begin{aligned} y^0 &= y_0, \\ k_1 &= hf(t_n, y^n), \\ k_2 &= hf(t_n + h/2, y^n + k_1/2), \\ y^{n+1} &= y^n + k_2 \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

a) Realize un programa que implemente este método para resolver el problema de valores iniciales,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t - y}{2}; \qquad y(0) = 1$$

b) Grafique la solución de dicho problema de valores iniciales en el intervalo $[0, 3]$ usando $h_1 = 0{,}25$ y $h_2 = h_1/2 = 0{,}125$; superponiendo la solución exacta

$$y_e(t) = 3e^{-t/2} - 2 + t.$$

c) Sabiendo que RK2 es un método de Taylor de orden $N = 2$, cuántas veces (aproximadamente) menor estima que sea el error absoluto si disminuye el paso de tiempo, h_1, a la mitad ? Coinciden sus resultados con lo esperado? Grafique ahora el error absoluto definido como el módulo de la diferencia entre la solución exacta, y la solución numérica, para los mismos valores h_1 y h_2 del item anterior. Utilize escala log en el eje y para visualizar mejor sus resultados.

d) Resuelva el mismo problema con el programa que implementa el método de Euler, que ya tiene hecho del laboratorio 6 y compare errores obtenidos con ambos métodos para un mismo paso de tiempo, por ejemplo h_1.

Problema para alumnos libres

Problema 2:

Desarrolle un programa para encontrar la raíz la función $f = 2x^3 - 16$ utilizando el método de la secante. Los datos de entrada son: dos aproximaciones iniciales: $x_0 = 0$, $x_1 = 5$, y la tolerancia $\varepsilon = 10^{-5}$. El programa debe finalizar cuando se cumpla que:

$$|f(x_N)| < \varepsilon$$

donde el subíndice N indica el número de iteración. La salida debe ser el número N de iteraciones, la aproximación final x_N y el valor de $f(x_N)$.

Método de la Secante: método iterativo para encontrar raices de una función. Dadas dos aproximaciones iniciales x_0 y x_1, la relación de recurrencia se define como:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{x_i - x_{i-1}}{f(x_i) - f(x_{i-1})} f(x_i)$$

NO OLVIDAR ENTREGAR COPIA DE EXAMEN CON:

Firma y aclaración:

Regular o Libre:

Carrera: