APELLIDO Y NOMBRE:
CARRERA:

L	P1	P2	P3	T1	T2	T3	T4	Nota
	3.8	2	3	1.75	3	2.5	2.5	

8.8 2.5 9.25 9

EXAMEN FINAL: ANÁLISIS NUMÉRICO (I)

Miércoles 26 de Julio de 2006

Parte práctica:

(L) SOLO PARA LIBRES (ELIMINATORIO): ¿Con qué precisión relativa necesitamos conocer el número π para calcular $\sqrt{\pi}$ con cuatro dígitos correctos de precisión relativa?

---

1. Sea $L = C[-1,1]$ el espacio de funciones continuas en el intervalo $[-1,1]$, equipado con el producto escalar $(f,g) = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$.
   (a) Construir una familia de polinomios ortogonales φ_0, φ_1 y φ_2 tales que $gr(\varphi_i) = i$ y $\varphi_i(1) = 1$, con $i = 0, 1, 2$.
   (b) Aproximar la función $f(x) = e^x$ utilizando un polinomio de grado 2 en el sentido de los cuadrados mínimos (Ayuda: use el punto (a)).

2. Decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y justificar.
   (a) Si la matriz A es simétrica, entonces el método de Jacobi es convergente.
   (b) Sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Probar que $\lambda = 1$ es autovalor de la matriz de Jacobi (Gauss-Seidel) si y sólo si A es no inversible.
   (c) Si la matriz A es diagonalmente dominante en sentido fuerte entonces el método de Jacobi es convergente.

3. Determinar valores a, b y c reales para que la función:

$$s(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx, & \text{si} \quad x \in [0,1], \\ x^3 + 7x^2 + 2x + 1, & \text{si} \quad x \in [1,2], \end{cases}$$

resulte una función spline cúbica.

Parte teórica:

1. (a) Enunciar y demostrar el teorema de la convergencia del método de bisección.
   (b) Mostrar que si r es una raíz de orden p de una función f suficientemente diferenciable, entonces el método de Newton modificado es de orden al menos 2.

2. Enunciar y demostrar el teorema de la existencia y unicidad del polinomio interpolatorio.

3. Deducir la regla del Simpson compuesta mostrando su fórmula y error.

4. Demostrar que toda norma vectorial es continua respecto de la norma vectorial infinito.