Matemática Discreta I Recuperatorio de Primer Parcial - 18 de junio de 2015

Apellido y Nombre:

Comisión:

Justifique todas sus respuestas.

No se puede usar calculadora ni celular.

Para aprobar debe conseguir al menos 10 puntos en la parte teórica y al menos 30 puntos en la parte práctica.

Parte Teórica (25 puntos)

- 1. (15 puntos) Sea H un subconjunto de N que satisface
 - (i) $1 \in H$,
 - (ii) si $h \in H$, entonces $h + 1 \in H$.

Demostrar que $H = \mathbb{N}$.

2. (10 puntos) Demostrar que si $k, n \in \mathbb{N}$, con $0 \le k < n$, entonces

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

Parte Práctica (75 puntos)

3. (25 puntos) Probar por inducción las siguientes afirmaciones.

(i)
$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
 para todo $n \in \mathbb{N}$.

(ii) Sea a_n la sucesión definida recursivamente por

$$a_1 = 2,$$

$$a_2 = 16,$$

$$a_n = 8 \, a_{n-1} - 15 \, a_{n-2}, \text{ para } n \geq 3 \ .$$

Probar que $a_n = 5^n - 3^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

- 4. (25 puntos) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra LOLLAPALOOZA si
 - (i) no hay restricciones?
 - (ii) consonantes y vocales deben alternarse?
 - (iii) todas las L's deben estar juntas?
- 5. (25 puntos) ¿De cuántas formas puede formarse un comité de 6 personas tomadas de un grupo de 13 personas entre las cuales hay 8 mujeres y 5 hombres, si:
 - (i) no hay restricciones en la selección?
 - (ii) el comité debe tener exactamente 4 mujeres?
 - (iii) el comité debe tener al menos 3 hombres?

1	2	3(i) 3(ii)	4(i)	4(ii)	4(iii)	5(i)	5(ii)	5(iii)