

# Modelos Matemáticos en Finanzas Cuantitativas

Parcial N° 2 - Noviembre 19, 2021

- Expresar los resultados con cuatro decimales.

**Problema 1:** Una *range option* es un derivado europeo cuyo payoff es la diferencia entre el máximo y el mínimo valor que tuvo el subyacente desde el inicio del contrato hasta su madurez.

El precio de una acción es al presente \$50 y cada mes aumenta un 10 % o disminuye un 5 %. La tasa de interés efectiva mensual libre de riesgo es del 7 %.

- Calcular la prima de una *range option* sobre este activo con madurez en  $t = 3$ .
- Dar el árbol de valoración de la opción.
- Construir el portfolio replicante para el escenario  $\omega = XCC$ , explicando en cada paso la composición del portfolio y cómo se rebalancea.

**Problema 2:** Considerar una acción que sigue un modelo trinomial, con  $S_0 = 50$  y que en  $t = 1$  puede tomar los valores  $S_u = 75$ ,  $S_m = 65$  y  $S_d = 40$ . La tasa de interés periódica para la cuenta de moneda es del 10 %.

- Dar una expresión para las probabilidades de riesgo neutral  $p_u$ ,  $p_m$  y  $p_d$  en términos de  $p_m$ , tomando como numerario a la cuenta de moneda.
- Valorar una opción call con madurez en  $t = 1$  con strike 60: determinar el rango de valores que puede tomar la prima para que no exista arbitraje.
- Decidir si existe algún derivado sobre esta acción que tenga una única prima libre de arbitraje. En caso que exista dar un ejemplo, o en caso contrario explicar por qué no existe.
- Indicar si el modelo trinomial es un modelo completo o incompleto; y si es libre de arbitraje o no.

**Problema 3:** Considerar una acción sin dividendos, cuyo precio  $S(t)$  satisface la fórmula  $S(t) = S(0) \exp(W(t))$ , donde  $W(t)$  es un movimiento browniano con tendencia  $(r - \sigma^2/2)$  y volatilidad  $\sigma$ , siendo  $r$  la tasa anual libre de riesgo con capitalización continua.

- a) Obtener la fórmula general para la prima de una opción bull spread con calls sobre este activo, que está constituido por una posición long en una call con strike  $K_1$  y una posición short en una call con strike  $K_2$ , con  $K_1 < K_2$ , ambas con madurez  $T$ . No se pide realizar el cálculo integral sino derivarla a partir de la fórmula de Black Scholes.
- b) Considerando lo desarrollado en el ítem anterior, considerar una opción bull spread con calls con madurez a tres meses sobre un activo que sigue un movimiento geométrico browniano con  $S(0) = \$50$ , teniendo en cuenta que  $r = 0.05$ ,  $\sigma = 0.4$  y strikes  $K_1 = 48$  y  $K_2 = 53$ .
- Calcular la probabilidad de la opción bull spread sea ejercida.
  - Calcular la prima de esta opción.

**Problema 4:** Las obligaciones negociables (ON) son bonos de deuda emitidos por empresas privadas cuando necesitan fondos para financiar sus operaciones. Un banco privado decide emitir una ON de corto plazo y en el pliego de emisión se especifica que la madurez del bono es a dos años con una tasa cupón del 35 % pagaderos semestralmente y amortización total al vencimiento.

- a) Calcular el flujo de fondos de la ON sobre un nominal de \$1000.
- b) Calcular el precio de dicho bono en el momento de su emisión si la TIR anual era del 30 % con capitalización compuesta.
- c) Si las tasas *spot* a 6, 12 y 18 meses son respectivamente del 20 %, 25 % y 28 %, utilizar la ON anterior para calcular la *tasa cupón cero* a 24 meses con capitalización compuesta.
- d) Determinar las tasas forward, con capitalización compuesta, para los plazos de 6 a 12 meses y para 12 a 24 meses.