OTRORA VACCIA

9,1

Parcial II de Introducción a la Lógica y la Computación

21 / 10 / 2011

100		100/40	100	100

1. [1.5 pto] Sea $at(\varphi)$ la cantidad de átomos que ocurren en φ y sea $bin(\varphi)$ la cantidad de conectivos binarios que ocurren en φ. Pruebe por inducción en $PROP$: para toda φ, $at(\varphi) \leqslant 2\, bin(\varphi) + 1$.

2. Hallar derivaciones que muestren:

   ✓ a) [1 pto] $\vdash (\varphi \to \psi) \wedge (\chi \to \sigma) \to (\varphi \wedge \chi \to \psi \wedge \sigma)$.

   ✓ b) [1 pto] $\{\neg\varphi\} \vdash \varphi \vee \psi \leftrightarrow \psi$.

   ✓ c) [1 pto] $\vdash (\varphi \to \psi) \vee (\varphi \to \neg\psi)$.

3. Decida cuáles de los siguientes conjuntos son consistentes. Justifique dando una valuación o una derivación según sea el caso.

   a) [1 pto] $\{p_0, p_0 \to (p_1 \wedge p_2), p_1 \to (p_3 \wedge (p_4 \wedge (p_5 \wedge p_6))), p_2 \to (p_3 \to \bot)\}$.

   b) [1.5 pto] $\{\varphi \in PROP : (p_0 \to \varphi)$ es una tautología$\}$. Es decir, el conjunto de todas las φ tal que $\models p_0 \to \varphi$.

4. [1.5 pto] Probar que si Γ es consistente maximal, entonces *realiza la implicación:* para todas $\varphi, \psi \in PROP$, $(\varphi \to \psi) \in \Gamma$ si y sólo si $[\varphi \in \Gamma$ implica $\psi \in \Gamma]$.

5. [1.5 pto] Definamos una relación $\preccurlyeq$ en $PROP$ de la siguiente manera:

   $\varphi \preccurlyeq \psi$ si y sólo si $\vdash \varphi \to \psi$.

   Pruebe, transformando derivaciones, que $\preccurlyeq$ es transitiva.