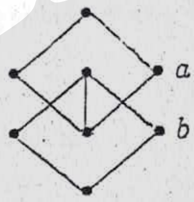
1,9	0,7	—	—

NA

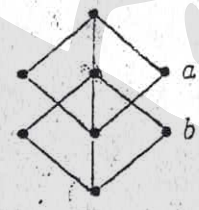
Introducción a la Lógica y la Computación, 1er Parcial 2006

(1) Considere los siguientes diagramas de Hasse:

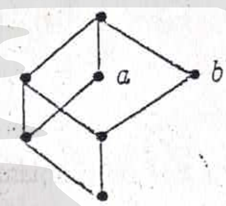
(a)



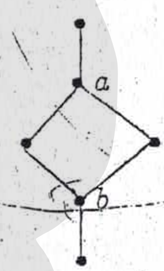
(b)



(c)



(d)



(i) Marque sobre cada diagrama $inf\{a, b\}$, en caso que exista. ✓

(ii) Determine cuales son reticulados, justifique la respuesta. ✓

(iii) Determine cuales son reticulados distributivos, justifique la respuesta. $\frac{2}{3}$

(iv) Para los reticulados, calcule en cada caso el conjunto de átomos y el conjunto de join-irreducibles. $\frac{5}{6}$

(v) Calcule todos los filtros primos de (d). $\frac{1}{4}$

(2) (i) Pruebe que en todo reticulado vale la desigualdad:

$$(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (y \vee z)$$

(ii) Pruebe que en toda álgebra de Boole vale la propiedad:

$$x \leq y' \Leftrightarrow x \wedge y = 0$$

(iii) Pruebe que en toda álgebra de Boole vale la igualdad:

$$(x'' \vee y'') = (x' \wedge y')'.$$

(Pruebe toda propiedad que use.)

(iv) Cuántas álgebras de Boole de a lo sumo 20 elementos hay? Justifique.

(3) (a) Defina isomorfismo de poset, e isomorfismo de reticulado.

(b) Suponga que $f : L \to L'$ es un isomorfismo de posets, y que L, L' son reticulados. Pruebe que f es un isomorfismo de reticulados.

(c) Suponga que $(L, \vee, \wedge, 0, 1, ')$, $(L', \vee', \wedge', 0', 1', '')$ son reticulados acotados con operación complemento, y que $f : L \to L'$ es un isomorfismo de posets.

(i) Vale que $f(x')$ es complemento de $f(x)$?

(ii) Vale que $f(x') = f(x)''$?

(4) Pruebe que todo elemento en un álgebra de Boole se puede escribir como supremo de átomos de manera única.