Laboratorio 03 – Parte Teórica

Entrega:
Horario 0791 - 07 de octubre del 2024
Horario 0792 - 11 de octubre del 2024
Problemas:

1. (1 pto.) La función de autocorrelación para una secuencia $x[n]$ de valor real y absolutamente sumable está definida por
$$r_{xx}[l] = \sum_n x[n]x[n-l].$$
Considere que $X(z)$ es la transformada Z de $x[n]$ con región de convergencia (ROC) $\alpha < |z| < \beta$.
   a) Demuestre que la transformada Z de $r_{xx}[l]$ está dada por
   $$R_{xx}(z) = X(z)X(z^{-1}).$$
   ¿Cuál es la región de convergencia de $R_{xx}(z)$?
   b) Dado $x[n] = a^n u[n]$, $|a| < 1$, determine $R_{xx}(z)$, su correspondiente región de convergencia y la función de autocorrelación $r_{xx}[l]$.

2. (1 pto.) Dado un sistema LTI (lineal e invariante en el tiempo) descrito por la siguiente relación entrada-salida,
$$y[n] = \frac{3}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2] + x[n].$$
   a) Encuentre la función de transferencia $H(z)$ y determine si el sistema es estable.
   b) Determine la respuesta impulsiva del sistema y la respuesta del sistema al escalón unitario.

3. (1 pto.) Determine la respuesta impulsiva del sistema descrito por la siguiente ecuación de diferencias
$$y[n] - \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n-1]$$
para cada una de las posibles regiones de convergencia.

4. (1 pto.) Determine la respuesta de entrada cero, de estado cero, el transitorio y el estado estable para el siguiente sistema
$$y[n] = \frac{1}{4}y[n-1] + x[n] + 3x[n-1],$$
para $n \geq 0$. Considere la entrada $x[n] = e^{j\pi n/4}u[n]$ con $y[-1] = 2$.

5. (2 pts.) Calcule la transformada-Z y su correspondiente región de convergencia para cada una de las siguientes secuencias.

a) $x[n] = 3^{-n} \sin(\pi n/4) u[n]$

b) $x[n] = (1/2)^n \, u[n+1] + 3^n u[-n-1]$

c) $x[n] = |n| \left(\dfrac{1}{2}\right)^{|n|}$

d) $x[n] = (a^n + a^{-n}) \, u[n]$.

6. (2 pts.) Determine la transformada-Z inversa en cada uno de los siguientes casos utilizando el método que considere conveniente. Las propiedades de la transformada-Z vistas en clase pueden ser útiles.

   a) $X(z) = \frac{1+z^{-1}+z^{-2}}{1+0{,}5z^{-1}-0{,}25z^{-2}}$, considerando que $x[n]$ es una secuencia estable.

   b) $X(z) = \frac{z^2-1}{(z-3)^2}$, considerando que $x[n]$ es una secuencia anticausal.

   c) $X(z) = \frac{1+3z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$, considerando que $x[n]$ es una secuencia causal.

   d) $X(z) = e^z + e^{1/z}$, considerando que el ROC esta dado por $|z| \neq 0$.