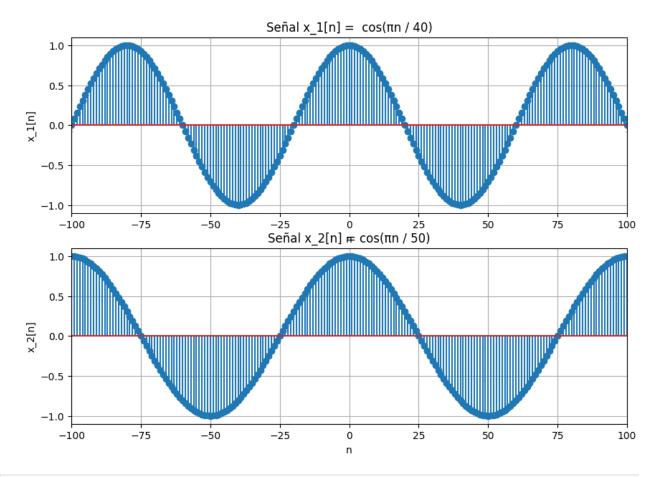
Implementar y dibujar las siguientes se nales de prueba. Considerar un l'imite de -100 a 100 para el eje X en sus gr'aficos. $x1[n] = cos(\pi 40n)$, $n \in [-200, 199] \times 2[n] = cos(\pi 50n)$, $n \in [-200, 199] \times 2[n]$, $n \in [-200, 1$

```
Sistema 1 (Tarea as´ıncrona): y[n] = T1\{x[n]\} = x[n+10]+x[n-10] 2 Sistema 2 (1pto.): y[n] = T2\{x[n]\} = n.x[n] Sistema 3 (1pto.): y[n] = T3\{x[n]\} = n.x2[n]
```

PRIMER SISTEMA

```
#Para el primer Sistema
#Importamos las librerias
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
#Primero generamos las señales solicitadas y las gráficamos
n = np.arange(-200, 200)
x 1 = np.cos((np.pi/40) * (n))
x 2 = np.cos((np.pi/50) * n)
indices= n
plt.figure(figsize=(10, 7))
# Gráfico para x 1
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(n, x 1)
plt.title('Se\overline{n}al x_1[n] = cos(\pin / 40)')
plt.xlim([-100,100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x 1[n]')
plt.grid(True)
# Gráfico para x 2
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.stem(n, x_2)
plt.title('Señal x_2[n] = cos(\pi n / 50)')
plt.xlabel('n')
plt.xlim([-100,100])
plt.ylabel('x_2[n]')
plt.grid(True)
plt.show()
```



```
#Definimos parámetros para probar la linealidad del sistema
a2 = 1
a1 = 1
k = 20 #Delay
```

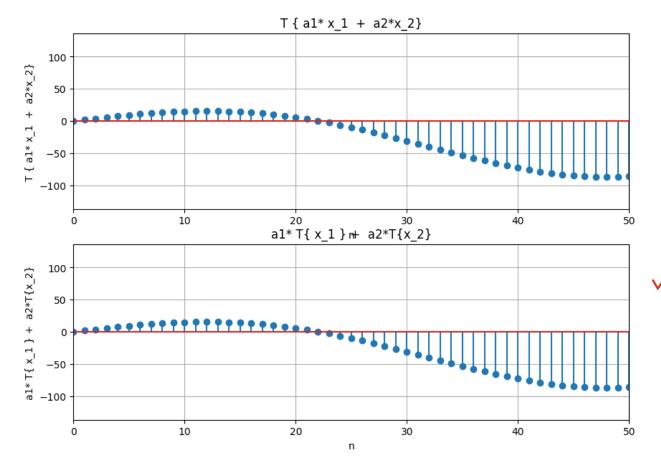
SEGUNDO SISTEMA

```
#Para el segundo Sistema
def sistema2(input, indices):
    salida = []
    for i     in np.arange(len(indices)):
        salida.append(indices[i] * input[i])
    return np.asarray(salida)
```

DEMOSTRACIÓN LINEALIDAD SEGUNDO SISTEMA

```
#Demostramos linealidad #dado un T { a1* x_1 + a2*x_2} = a1* T\{x_1\} + a2*T\{x_2\} term_1 = sistema2(a1*x_1 + a2*x_2 , indices) term_2 = a1 * sistema2(x_1, indices) +a2 * sistema2(x_2 , indices) plt.figure(figsize=(10, 7)) plt.subplot(2, 1, 1)
```

```
plt.stem(indices, term 1)
plt.title('T { a1* x 1 + a2*x 2}')
plt.xlim([-0,50])
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('T { a1* x_1 + a2*x_2}')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.stem(indices, term 2)
plt.title('a1* T{ x_1 } + a2*T{x_2}')
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
plt.xlabel('n')
plt.xlim([-0,50])
plt.ylabel('a1* T{ x_1 } + a2*T{x_2}')
plt.grid(True)
plt.show()
print("----- PRUEBA EXPERIMENTAL DE LINEALIDAD - SEGUNDO
SISTEMA -----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalg.norm(term_1-term_2) < le-12):</pre>
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
print("----- VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
if(np.allclose(term 1, term 2)):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
```

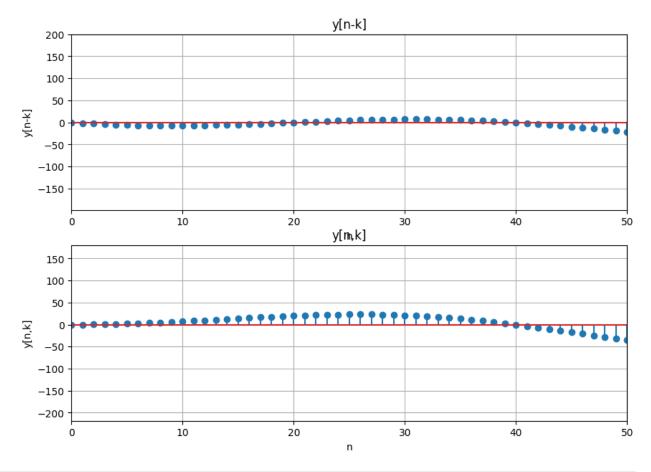


Como la diferencia entre ambas gráficas es extremadamente bajo , podemos afirmar que el valor sistema sí es lineal además por la forma del mismo sistema podemos concluir que es lineal , ya que solo se realizan operaciones aritmeticas básicas con las entradas de los sistemas. (no hay operaciones trigonometricas ni polinomicas aplicadas a las entradas por lo que el sistema puede considerarse lineal apriori)

DEMOSTRACIÓN INVARIANZA SEGUNDO SISTEMA

```
#Demostramos invarianza en el tiempo
#y[n-k] = y [n,k] -> es TI
#Aplicamos retraso en el tiempo a la entrada para term2
indices_prueba_2 = indices #Hacemos una copia
def retraso_signal(signal , indices, delay):
    signal_delay = np.roll(np.pad(signal,(delay,delay),
mode="constant" ,constant_values=0) , delay )
```

```
idx= np.arange(np.min(indices) - delay , np.max(indices) +
delav+1)
    return [signal delay , idx]
term 1 = retraso signal(sistema2(x 1,indices prueba 2),indices, k)[0]
term 1 idx = retraso signal(sistema2(x 1,indices prueba 2),indices,
k)[1]
indices prueba 2 2 = indices #Hacemos una copia
term 2 = sistema2(retraso signal(x 1, indices prueba 2 2, k)
[0], retraso signal(x 1, indices prueba 2 2, k)[1])
term 2 idx = retraso signal(x 1, indices prueba 2 2, k)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term_1_idx, term_1)
plt.title('y[n-k]')
plt.xlim([0,50])
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n-k]')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.stem(term_2_idx, term 2)
plt.title('y[n,k]')
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
plt.xlabel('n')
plt.xlim([0,50])
plt.ylabel('y[n,k]')
plt.grid(True)
plt.show()
print("-----PRUEBA EXPERIMENTAL DE LA INVARIANZA - SEGUNDO
SISTEMA----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalq.norm(term 1-term 2) < le-12):</pre>
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
print("----- VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
 . . . . . . . . . . . . . . . " )
if(np.allclose(term 1, term 2)):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
```



------PRUEBA EXPERIMENTAL DE LA INVARIANZA - SEGUNDO SISTEMA-----Error promedio caso lineal : 282.842712474619
CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO
------ VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE ---------CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO

La invarianza en el tiempo es una característica del sistema que define que al ocurrir un retardo en la entrada del sistema este retardo debe ser igual a la salida por lo que simulamos ambos escenarios el primero cuando se realiza un retardo en la entrada y esa entrada se opera en el sistema , y un un resultado del sistema cuya entrada no fue retardad luego se aplico un retardo a la salida . Si el sistema fuera TI (invariante en el tiempo) , ambos arreglos de valores (correctamente indexados) deberían de ser igual por lo que aplicamos una resta a los vectores de igual tamaño y sacamos la norma a ese arreglo para valide que sean iguales. Si el resultado de este operación es bajo o cero , entonces el sistema sería TI , caso contrario no lo sería . Al examinar el resultado y observar las gráficas podemos determinar que el sistema no es TI. Además inicialmente podíamos determinar esto porque un valor de indice n afecta a la regla de operación del sistema.

TERCER SISTEMA

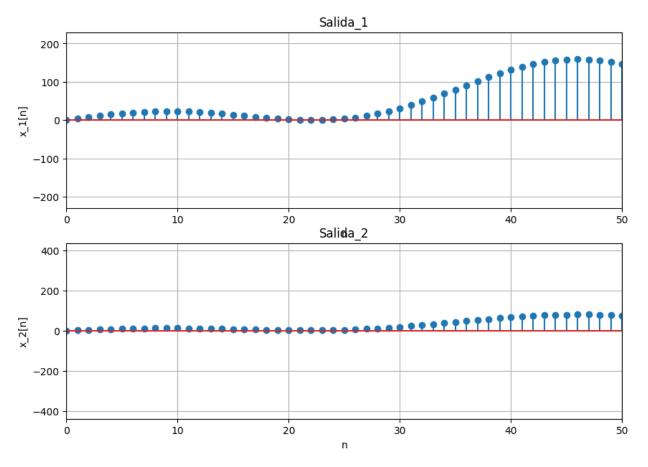
```
#Para el tercer sistema
n = np.arange(-200,200)
x_1 = np.cos((np.pi/40) * (n) )
x_2 = np.cos( (np.pi/50 ) * n)
indices= n

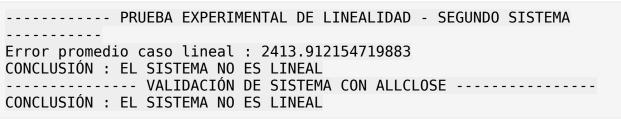
def sistema3(input, indices):
    salida = []
    for i         in np.arange(len(indices)):
                salida.append(indices[i] * (input[i])*(input[i]))
    return [np.asarray(salida), indices]
```

DEMOSTRACIÓN LINEAL DEL TERCER SISTEMA

```
#DEMOSTRAMOS LINEALIDAD
\#dado\ un\ T\ \{\ a1^*\ x\_1\ +\ a2^*x\_2\}\ =\ a1^*\ T\{x\_1\}\ +\ a2^*T\{x\_2\}
term 1 = sistema3(\overline{a}1*x 1 + a2*x_2 , indices)[0]
term 1 idx = sistema3(a1*x 1 + a2*x 2 , indices)[1]
term 2 = a1*sistema3(x 1, indices)[0] + a2*sistema3(x 2, indices)[0]
term 2 idx = sistema3(x 1, indices)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
# Gráfico para x 1
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term 1 idx, term 1)
plt.title('Salida 1')
plt.xlim([0,50])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x 1[n]')
plt.grid(True)
# Gráfico para x 2
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.stem(term 2 idx, term 2)
plt.title('Salida 2')
plt.xlabel('n')
plt.xlim([0,50])
plt.ylabel('x 2[n]')
plt.grid(True)
plt.show()
print("----- PRUEBA EXPERIMENTAL DE LINEALIDAD - SEGUNDO
SISTEMA ----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term_1-term_2)}")
if(np.linalg.norm(term 1-term 2) < 1e-12):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
```

```
print("------ VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
-----")
if(np.allclose(term_1, term_2)):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
```

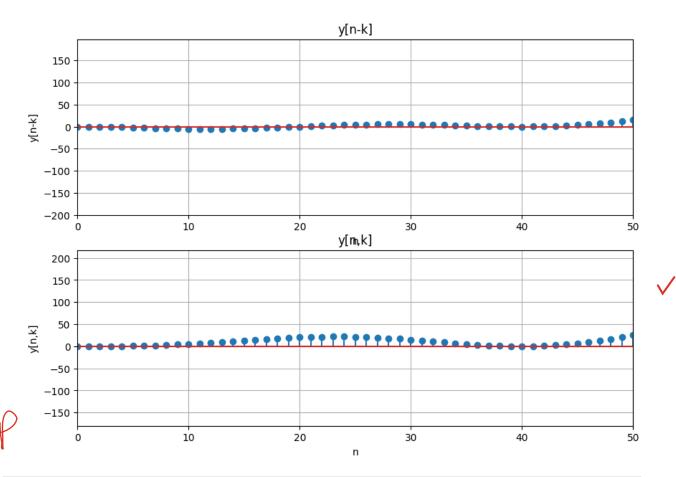




Para demostrar que un sistema es lineal , se deben aplicar la suma de dos señales escaladas y comparalas con la suma de los resultados escalados de las salidas de cada resultado independiente de solo aplicar una de las señales a la entrada del sistema. Se realizo este procedimiento de manera experiental , y luego de aplicar un método de comparación de los valores del arreglo que genera la gráfica , podemos determinar que el sistema no es lineal.

DEMOSTRACIÓN INVARIANZA SISTEMA 3

```
#Demostramos invarianza en el tiempo
\#y[n-k] = y [n,k] -> es TI
#Aplicamos retraso en el tiempo a la entrada para term2
indices prueba 2 = indices #Hacemos una copia
term 1 = \text{retraso signal}(\text{sistema3}(x 1, \text{indices})[0], \text{sistema3}(x 1, \text{indices})
[1], k)[0]
term 1 idx = retraso signal(sistema3(x 1,indices)
[0], sistema3(x 1, indices)[1], k)[1]
indices prueba 2 2 = indices #Hacemos una copia
term 2 = sistema3(retraso signal(x 1, indices prueba 2 2, k)
[0], retraso signal(x 1, indices prueba 2 2, k)[1])[0]
term 2 idx = sistema3(retraso_signal(x_1, indices_prueba_2_2, k)
[0], retraso signal(x 1, indices prueba 2 2, k)[1])[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term 1 idx, term 1)
plt.title('y[n-k]')
plt.xlim([0,50])
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n-k]')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.stem(term 2 idx, term 2)
plt.title('y[n,k]')
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
plt.xlabel('n')
plt.xlim([0,50])
plt.ylabel('y[n,k]')
plt.grid(True)
plt.show()
print("-----PRUEBA EXPERIMENTAL DE LA INVARIANZA - SEGUNDO
SISTEMA----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term_1-term_2)}")
if(np.linalg.norm(term 1-term 2) < le-12):</pre>
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
print("----- VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
----")
if(np.allclose(term 1, term 2)):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
```



------PRUEBA EXPERIMENTAL DE LA INVARIANZA - SEGUNDO
SISTEMA----Error promedio caso lineal : 244.94897427831782
CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO
------ VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE -----CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO

De manera similar al anterior sistema, realizamos las comparaciones de distintos escenarios de respuestas del sistema a distintas entradas con desfases y medimos el error (comparación de estas). Entonces como este valor es mucho más alto que 1, podemos afirmar que el sistema no TI.

En conclusión el tercer sistema de esta pregunta NO ES LINEAL NI INVARIANTE EN EL TIEMPO.

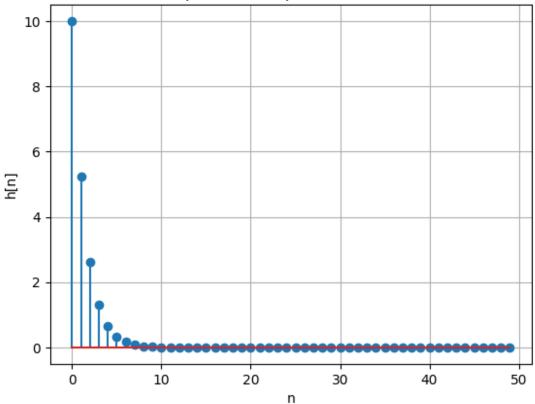
PREGUNTA 2

PREGUNTA 2 Imagine que se tiene los siguientes sistemas: Sistema 1 (H[n]): y1[n] = 10x[n] + 0.25x[n-1] + 0.5y1[n-1] Sistema 2 (G[n]): y2[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] + 0.8y2[n-1] - 0.6y2[n-2] Donde y[n] son las se nales de salida de los sistemas 1 y 2 respectivamente

a) (1pto.) Implemente un c´odigo para obtener la respuesta al impulso de G[n] y graf´ıquelo empleando N=50 muestras.

```
#Importamos librerías
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
#REUTILIZAMOS LAS ENTRADAS DE LA 1
n = np.arange(-200,200)
x 1 = np.cos((np.pi/40) * (n))
x 2 = np.cos((np.pi/50) * n)
indices= n
#ASINCRONO
#Como se menciona que el sistema está inicialmente en reposo
\#y[-1] = 0
N= 50 #Número de samples
#Para simular la respuesta al impulso
\#Asumiremos\ un\ x\ n=dirac(n)
x n = np.zeros(N)
x n[0] = 1
#Ahora metemos todo al bucle para barrer los valores de y n
#y[0] = 10x[0] + 0.25*x[-1] + 0.5y[-1]
y n = np.zeros(N)
for i in range(N):
    if (i==0):
        y n[i] = 10*x n[i]
        y n[i] = 10*x n[i] + 0.25*x n[i-1] + 0.5*y n[i-1]
# Graficar y n
plt.stem(y n, use line collection=True)
plt.title('Respuesta al impulso del sistema')
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('h[n]')
plt.grid(True)
plt.show()
h n=y n #Respuesta al impulso
C:\Users\Hineill\AppData\Local\Temp\ipykernel 46952\3834352999.py:19:
MatplotlibDeprecationWarning: The 'use_line_collection' parameter of
stem() was deprecated in Matplotlib 3.6 and will be removed two minor
releases later. If any parameter follows 'use line collection', they
should be passed as keyword, not positionally.
  plt.stem(y n, use line collection=True)
```





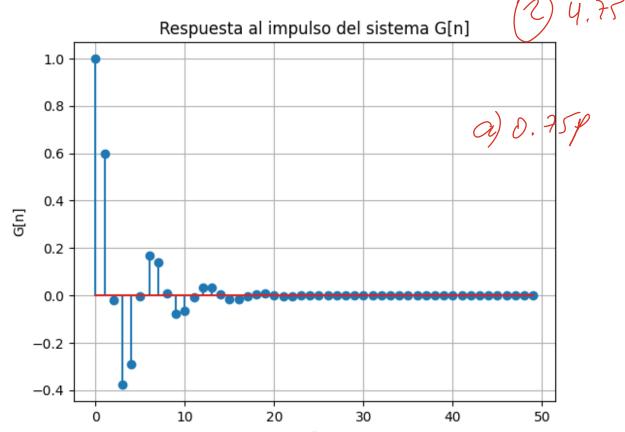
CÁLCULO G[n]

```
#Como se menciona que el sistema está inicialmente en reposo
#v[0] = 0
N= 50 #Número de samples
#Para simular la respuesta al impulso
\#Asumiremos\ un\ x\ n=dirac(n)
\#y[-1]=0 por el reposo
x n = np.zeros(N)
x n[0] = 1
\#\overline{A}hora metemos todo al bucle para barrer los valores de y n
y n 2 = np.zeros(N)
                           ) desis haur una condición similar
para y [1] = ....
for i in range(N):
    if (i==0):
        y n 2[i] = x n[i]
    else:
        y_n_2[i] = x_n[i] - 0.2*x_n[i-1] + 0.1*x_n[i-2] +
0.8*y_n_2[i-1] -0.6 *y_n_2[i-2]
# Graficar y n
plt.stem(y_n_2, use_line_collection=True)
plt.title('Respuesta al impulso del sistema G[n]')
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('G[n]')
```

```
plt.grid(True)
plt.show()
g_n=y_n_2
```

C:\Users\Hineill\AppData\Local\Temp\ipykernel_46952\2689529219.py:17: MatplotlibDeprecationWarning: The 'use_line_collection' parameter of stem() was deprecated in Matplotlib 3.6 and will be removed two minor releases later. If any parameter follows 'use_line_collection', they should be passed as keyword, not positionally.

plt.stem(y_n_2, use_line_collection=True)



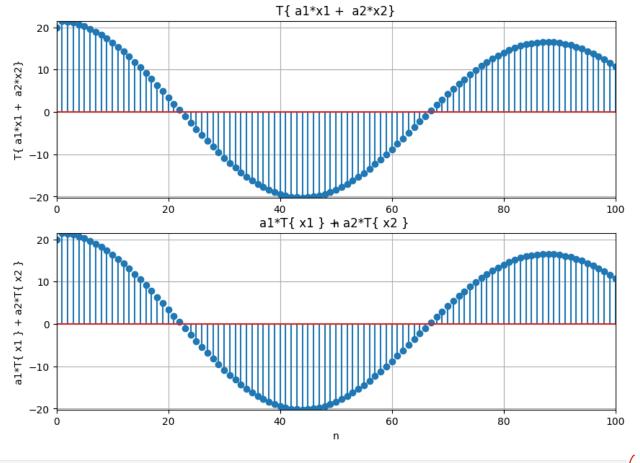
Se introdujo error al no considerar el estado de reposo inicial del sistema

De igual forma que en el lab asincrono se calculo la respuesta al impulso asumiendo una entrada de delta de kronecker y replicando la acción del sistema. Asumí la misma condición que se dio en la sección asincrona de considerar un sistema en reposo.

b) (1pto.)Implemente un c´odigo para demostrar la linearidad e invarianza en el tiempo de H[n].

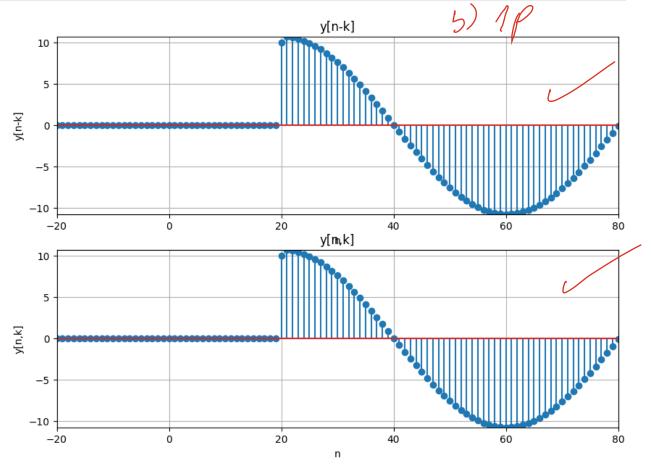
```
#parametros para determinar la linealidad
a1 =1
a2 =1
k = 20 #delay
N=4000
#PRUEBAS
```

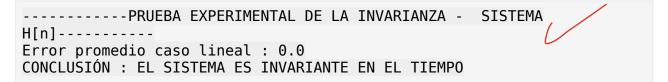
```
n = np.arange(0,N)
x1 = np.cos((np.pi/40) * (n))
x2 = np.cos((np.pi/50) * n)
indices= n
#x1 = np.sin(0.1 * np.pi * n)
#x2 = np.cos(0.1 * np.pi * n)
#Linealidad
def sistema_H(input , indices):
    y_n = np.zeros(len(indices))
    for i in range(len(indices)):
        if (i==0):
            y n[i]= 10*input[i]
        else:
            y n[i] = 10*input[i] + 0.25*input[i-1] + 0.5*input[i-1]
    nuevo_indices = np.arange(indices[0] , indices[0] + len(y_n) )
    return [y_n , nuevo_indices]
#PROBAMOS LINEALIDAD
term 1 = a1*sistema H(x1,n)[0] + a2 * sistema_H(x2,n)[0]
term 1 idx = sistema H(x1,n)[1]
term 2 = sistema H(a1*x1 + a2*x2, n)[0]
term 2 idx = sistema H(a1*x1 + a2*x2, n)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term_1_idx, term_1)
plt.title('T{ a1*x1 + a2*x2}')
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlim([np.min(term 1 idx), np.min(term 1 idx) + 100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('T{ a1*x1 + a2*x2}')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.title('a1*T{ x1 } + a2*T{ x2 } ')
plt.stem(term_2_idx, term_2)
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
plt.xlim([np.min(term 2 idx), np.min(term 2 idx) + 100 ])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('a1*T{ x1 } + a2*T{ x2 }')
plt.grid(True)
plt.show()
print("----
            ------ PRUEBA EXPERIMENTAL DE LINEALIDAD - SISTEMA H[n]
·
----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalq.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalg.norm(term 1-term 2) < 1e-12):</pre>
```



De la misma forma en como se valido en la anterior pregunta , comparamos los resultados de ambos escenarios , como obtenemos un error bastante bajo , podemos asumir que son iguales . Por lo tanto, el sistema es LINEAL.

```
a1 = 1
a2 = 1
k = 20 \# delay
N = 4000
#PRUEBAS
n = np.arange(0, N)
x1 = np.cos((np.pi/40) * (n))
x2 = np.cos((np.pi/50) * n)
indices= n
#x1 = np.sin(0.1 * np.pi * n)
\#x2 = np.cos(0.1 * np.pi * n)
def retraso signal(signal , indices, delay):
    signal delay = np.roll(np.pad(signal,(delay,delay),
mode="constant" ,constant values=0) , delay )
    idx= np.arange(np.min(indices) - delay , np.max(indices) +
delay+1)
    return [signal delay , idx]
#x1 = np.sin(0.1 * np.pi * n)
#PROBAMOOS INVARIRANZA
term_1 = sistema_H(retraso_signal(x1, n, k))[0], retraso_signal(x1, n, k)
,k)[1])[0]
term 1 idx = sistema H(retraso signal(x1, n, k))[0],
retraso_signal(x1,n ,k )[1] )[1]
term 2 = retraso signal(sistema H(x1, n)[0], sistema H(x1, n)[1], k)
[0]
term 2 idx = retraso signal(sistema H(x1, n)[0] , sistema H(x1, n)
[1],k)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term 1 idx, term 1)
plt.title('y[n-k]')
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlim([np.min(term 1 idx), np.min(term 1 idx) + 100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n-k]')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.title('y[n,k]')
plt.stem(term 2 idx, term 2)
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
plt.xlim([np.min(term 2 idx),np.min(term 2 idx) + 100 ])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n,k]')
```





```
------ VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE -------CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO
```

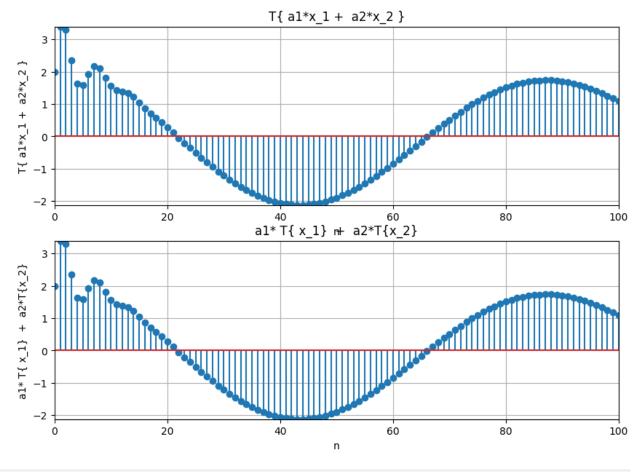
De acuerdo a los gráficos obtenidos podemos observar como un delay en la entrada tiene el mismo efecto de retardo a la salida, además esto se puede confirmar después calculando la norma de la resta de ambos vectores; entonces obtenemos un error de 0 por lo tanto ambos arreglos y gráficas son exactamente iguales. Por lo tanto el sistema es TI.

En conclusión el sistema H[n] es LINEAL e INVARIANTE en el tiempo.

c) (1pto.)Implemente el c´odigo para demostrar la linearidad e invarianza en el tiempo de G[n].

```
a1 = 1
a2 = 1
k = 20 \# delay
N = 4000
#n = np.arange(N)
n = np.arange(0,N)
x1 = np.cos((np.pi/40) * (n))
x2 = np.cos((np.pi/50) * n)
indices= n
#PRUEBAS
#x1 = np.sin(0.3 * np.pi * n)
\#x2 = np.sin(0.1 * np.pi * n)
def sistema g n(input , indices):
    output = np.zeros(len(indices))
    for i in range(len(indices)):
        if (i==0):
            output[i]= input[i]
        else:
            output[i] = input[i] - 0.2*input[i-1] + 0.1*input[i-2]
0.8*output[i-1] -0.6 *output[i-2]
    nuevo indices = np.arange(indices[0] + indices[0] + indices[0])
len(output))
    return [output , nuevo indices ]
#PROBAMOS LINEALIDAD
term 1 = a1*sistema g n(x1,n)[0] + a2 * sistema g n(x2,n)[0]
term 1 idx = sistema g n(x1,n)[1]
term 2 = sistema g n(a1*x1 + a2*x2, n)[0]
term 2 idx = sistema g n(a1*x1 + a2*x2, n)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term_1_idx, term 1)
```

```
plt.title('T{ a1*x 1 + a2*x 2 }')
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlim([np.min(term_1_idx),np.min(term_1_idx) + 100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('T{ a1*x 1 + a2*x 2 }')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.title('a1* T{ x_1} + a2*T{x_2}')
plt.stem(term 2 idx, term 2)
plt.ylim([np.min(term_2),np.max(term_2)])
plt.xlim([np.min(term 2 idx), np.min(term 2 idx) + 100 ])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('a1* T{ x 1} + a2*T{x 2}')
plt.grid(True)
plt.show()
print("----- PRUEBA EXPERIMENTAL DE LINEALIDAD - SISTEMA
G[n]----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalg.norm(term 1-term 2) < le-12):</pre>
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
else:
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
print("----- VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
 . . . . . . . . . . . . . . . " )
if(np.allclose(term 1, term 2)):
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
```



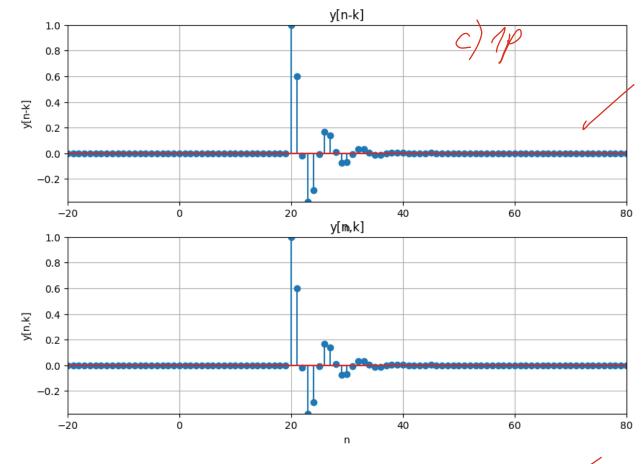
Similarmente, realizamos la cálculos de los efectos distintos, como se hizo en el anterior inciso. Entonces, como tenemos un error bastante bajo podemos afirmar que las dos señales resultantes son iguales (similares), por lo tanto el sistema es LINEAL.

```
#PROBAMOOS INVARIRANZA

#PREGUNTARRRR
a1 =1
a2 =1
k = 20 #delay
N=4000
#n = np.arange(N)

n = np.arange(0,N)
x1 = np.cos((np.pi/40) * (n) )
```

```
x2 = np.cos((np.pi/50) * n)
indices= n
#PROBAMOS USANDO UN IMPULSO
\#x1= np.zeros(N)
#x1[0] = 1
#PROBAMOS USANDO UNA FUNCIÓN CON ALTA FRECUENCIA
\#x1 = np.sin(0.4 * np.pi * (np.arange(N)))
#PROBAMOS USANDO UN IMPULSO PARA VERIFICAR LA PROPIEDAD DE INVARIANZA
x1 = np.zeros(N)
x1[0] = 1
term 1 = sistema \ q \ n(retraso \ signal(x1 , n , k )[0],
retraso signal(x1, n, k)[1])[0]
term_1_idx = sistema_g_n(retraso_signal(x1 ,n ,k )[0],
retraso signal(x1, n, k)[1])[1]
term 2 = retraso signal(sistema g n(x1, n)[0] , sistema g n(x1, n)
[1],k)[0]
term 2 idx = retraso signal(sistema g n(x1, n)[0] , sistema g n(x1, n)[0]
n)[1],k)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term_1_idx, term_1)
plt.title('y[n-k]')
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlim([np.min(term 1 idx), np.min(term 1 idx) + 100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n-k]')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.title('y[n,k]')
plt.stem(term_2_idx, term 2)
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
plt.xlim([np.min(term 2 idx), np.min(term 2 idx) + 100 ])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n,k]')
plt.grid(True)
plt.show()
print("-----PRUEBA EXPERIMENTAL DE LA INVARIANZA - SISTEMA
G[n]----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalq.norm(term 1-term 2) < 1e-12):
```

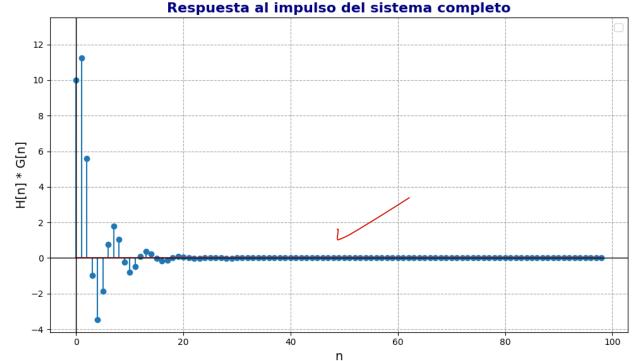


En este caso probamos usando un impulso como entrada al sistema , ya que este es el caso más elemental para la prueba de un sistema . Gracias a los resultados experimentales obtenidos podemos determinar que el sistema G[n] es INVARIANTE EN EL TIEMPO.

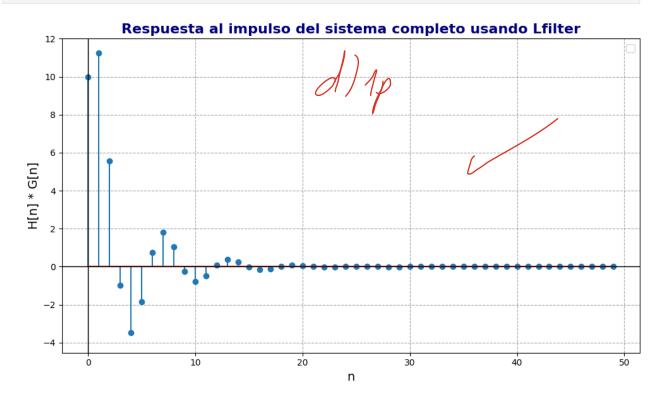
En conclusión, el sistema G[n] es lineal e invariante en el tiempo.

d)(1pto.) Implemente un programa para calcular la respuesta al impulso del siguiente sistema (H[n] * G[n]) y graf´iquelo usando N=50 muestras.

```
#sistema g n
#sistema H
gn, hn
respuesta final = np.convolve(g n ,h n )
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.stem(np.arange(len(respuesta final)), respuesta final)
plt.title("Respuesta al impulso del sistema completo usando convolve",
fontsize=16, fontweight='bold', color='navy')
plt.xlabel("n", fontsize=14)
plt.ylabel("H[n] * G[n]", fontsize=14)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', color='gray', alpha=0.7)
plt.axhline(0, color='black',linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black',linewidth=1)
plt.ylim(np.min(respuesta final) * 1.2, np.max(respuesta final) * 1.2)
plt.legend(loc="upper right", fontsize=12)
plt.tight layout()
plt.show()
No artists with labels found to put in legend. Note that artists
whose label start with an underscore are ignored when legend() is
called with no argument.
```



```
#Otraa opción usando lfilter
from scipy.signal import lfilter
N = 50
impulso = np.zeros(N)
impulso[0] = 1
respuesta_total = lfilter([1, -0.2, 0.1], [1, -0.8, 0.6], lfilter([10,
0.25], [1, -0.5], impulso))
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.stem(np.arange(len(respuesta total)), respuesta total)
plt.title("Respuesta al impulso del sistema completo usando Lfilter",
fontsize=16, fontweight='bold', color='navy')
plt.xlabel("n", fontsize=14)
plt.ylabel("H[n] * G[n]", fontsize=14)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', color='gray', alpha=0.7)
plt.axhline(0, color='black',linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black',linewidth=1)
plt.ylim(np.min(respuesta total) * 1.2, np.max(respuesta total) * 1.2)
plt.legend(loc="upper right", fontsize=12)
plt.tight layout()
plt.show()
No artists with labels found to put in legend. Note that artists
whose label start with an underscore are ignored when legend() is
called with no argument.
```



La respuesta al impulso de todo ell sistema es igual a la convolución de la respuesta al impulso de cada uno de los componentes de este sistema más grande. Se calculo meidante el metodo convolve y se ploteo.

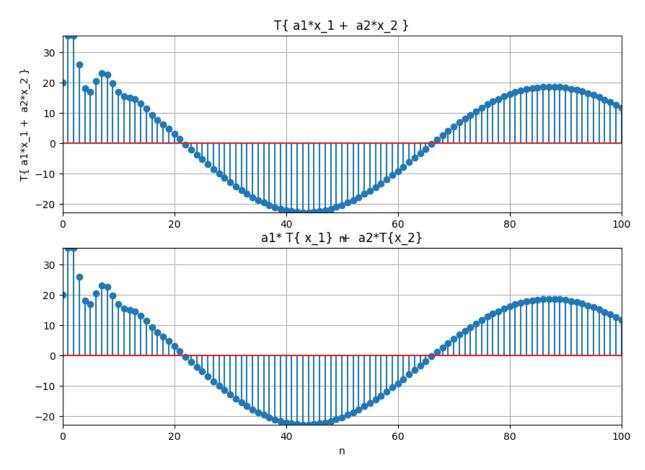
Además podemos notar una clara tendencia de la respuesta al impulso a decrece a medida que avanza el tiempo lo cual no puede indicar que el sistema es estable, además de por su duración a partir de 0 podemos afirmar que el sistema es causal.

e) (1pto.)Implemente el c´odigo para demostrar la linearidad e invarianza en el tiempo de H[n] * G[n].

PROBAMOS LINEALIDAD DEL SISTEMA FINAL

```
def sistema respuesta final (input, indices):
    return [sistema g n(sistema H(input ,indices)[0] ,
sistema H(input ,indices)[1])[0] ,
sistema_g_n(sistema_H(input ,indices)[0] , sistema_H(input ,indices)
[1])[1]
a1 = 1
a2 = 1
k = 20 \# delay
N = 4000
n = np.arange(N)
#PRUEBAS
x1 = np.cos((1/40) * np.pi * n)
x2 = np.cos((1/50) * np.pi * n)
#PROBAMOS LINEALIDAD
term 1 = a1*sistema respuesta final(x1,n)[0] + a2 *
sistema respuesta final(x2,n)[0]
term 1 idx = sistema respuesta final(x1,n)[1]
term 2 = sistema respuesta final(a1*x1 + a2*x2, n)[0]
term 2 idx = sistema respuesta final(a1*x1 + a2*x2, n)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term_1_idx, term_1)
plt.title('T{ a1*x 1 + a2*x 2 }')
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
plt.xlim([np.min(term 1 idx), np.min(term 1 idx) + 100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('T{ a1*x 1 + a2*x 2 }')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.title('a1* T{ x 1} + a2*T{x 2}')
plt.stem(term_2_idx, term 2)
plt.ylim([np.min(term 2),np.max(term 2)])
```

```
plt.xlim([np.min(term 2 idx), np.min(term 2 idx) + 100 ])
plt.xlabel('n')
plt.title('a1* T{ x_1} + a2*T{x_2}')
plt.grid(True)
plt.show()
print("---
                 -- PRUEBA EXPERIMENTAL DE LINEALIDAD - SISTEMA TOTAL
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalg.norm(term 1-term 2) < 1e-12):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
                  ---- VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
print("----
if(np.allclose(term_1, term_2)):
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL")
else:
    print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES LINEAL")
```



```
------ PRUEBA EXPERIMENTAL DE LINEALIDAD - SISTEMA TOTAL
```

```
Error promedio caso lineal : 2.4618870201307614e-13

CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL
------ VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE ------

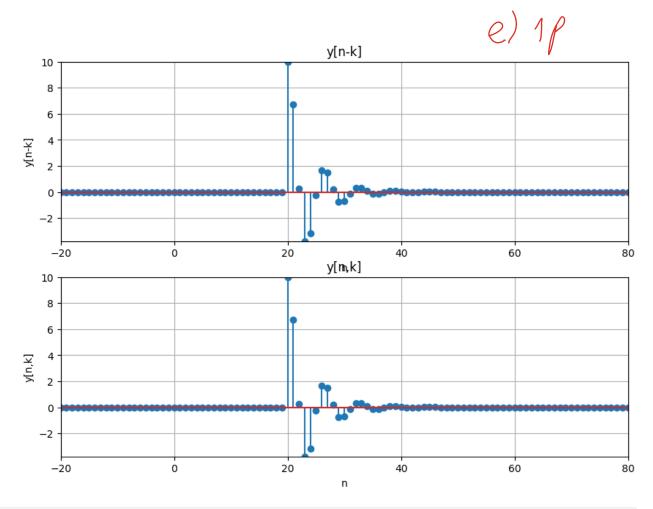
CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES LINEAL
```

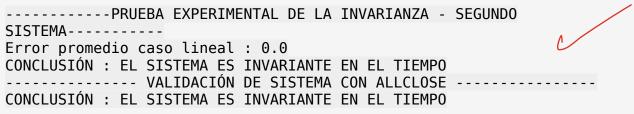
Las gráficas de ambos resutados de operar se diferencian por muy poco , error casi nulo , Por lo tanto el se puede afirmar que el sistema es LINEAL

PROBAMOS INVARIANZA DEL SISTEMA TOTAL

```
#PROBAMOOS INVARIRANZA
#PREGUNTARRRR
#PROBAMOS USANDO UN IMPULSO
#x1 = np.zeros(N)
#x1[0] = 1
#PROBAMOS USANDO UNA FUNCIÓN CON ALTA FRECUENCIA
\#x1 = np.sin(3* np.pi * (np.arange(N)))
a1 = 1
a2 = 1
k = 20 \# delay
N = 4000
n = np.arange(N)
#PRUEBAS
x1 = np.cos((1/40) * np.pi * n)
x2 = np.cos((1/50) * np.pi * n)
#usamos un impulso
x1 = np.zeros(N)
x1[0] = 1
term 1 = sistema respuesta final(retraso signal(x1 , n , k)[0],
retraso signal(x1, n, k)[1])[0]
term 1 idx = sistema respuesta final(retraso signal(x1 , n , k )[\frac{0}{2}],
retraso signal(x1,n ,k )[1] )[1]
term 2 = retraso signal(sistema respuesta final(x1, n)[0],
sistema respuesta final(x1, n)[1],k)[0]
term 2 idx = retraso signal(sistema respuesta final(x1, n)[0],
sistema respuesta final(x1, n)[1], k)[1]
plt.figure(figsize=(10, 7))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(term_1_idx, term_1)
plt.title('y[n-k]')
plt.ylim([np.min(term 1),np.max(term 1)])
```

```
plt.xlim([np.min(term 1 idx), np.min(term 1 idx) + 100])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n-k]')
plt.grid(True)
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.title('y[n,k]')
plt.stem(term 2 idx, term 2)
plt.ylim([np.min(term 2), np.max(term 2)])
plt.xlim([np.min(term_2_idx),np.min(term_2_idx) + 100 ])
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n,k]')
plt.grid(True)
plt.show()
print("-----PRUEBA EXPERIMENTAL DE LA INVARIANZA - SEGUNDO
SISTEMA----")
print(f"Error promedio caso lineal : {np.linalg.norm(term 1-term 2)}")
if(np.linalg.norm(term 1-term 2) < 1e-12):
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
else:
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
print("----- VALIDACIÓN DE SISTEMA CON ALLCLOSE
   - - · - - - - - - " )
if(np.allclose(term 1, term 2)):
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
   print(f"CONCLUSIÓN : EL SISTEMA NO ES INVARIANTE EN EL TIEMPO")
```





Para demostrar invarianza aplicamos el caso más básico de entrada con un impulso para demostrar q el sistema es TI.

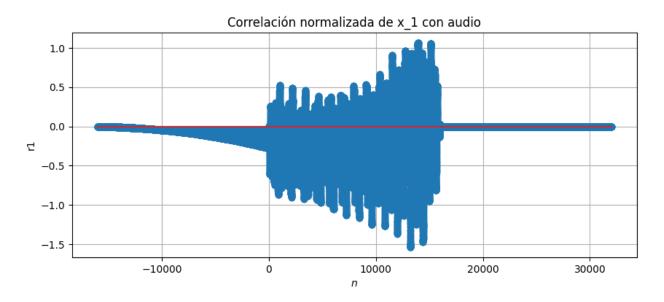
Por lo tanto el sistema G[n] * H[n] es Lineal e invariante en el tiempo.

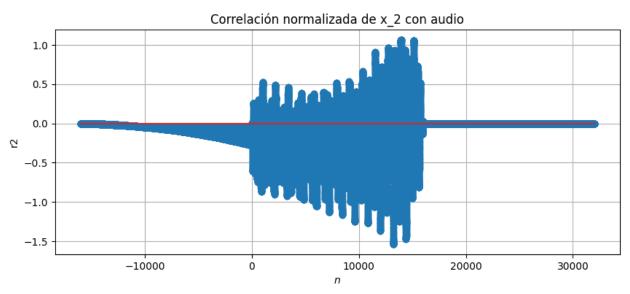
PREGUNTA 3

Teniendo en cuenta que la correlaci´on de dos se˜nales discretas est´a representada como: $rxy[n] = P \infty k = -\infty x[k]y[k - n]$ Cree las siguientes se˜nales usando N=16000 muestras. x1[n] = $sin(2.\pi. 147 16000.n) + sin(2.\pi. 294 16000.n) \times 2[n] = sin(2.\pi. 131 16000.n) + sin(2.\pi. 262 16000.n)$

a) (1pto.) Aplique la correlaci´on de cada se˜nal x1[n] y x2[n] contra la se˜nal de audio (chord.wav, tomar como valores a partir de t=1.1s) usando convoluci´on. Luego obtenga el valor m´aximo y mu´estrelo.

```
import numpy as np
from scipy.io import wavfile
import matplotlib.pyplot as plt
N=16000
# Cargar el archivo .wav
fs, data = wavfile.read('chord.wav')
#Generamos las señales
n = np.arange(N)
n = n * (1/fs)
x_1 = 5*np.sin(2*np.pi*(147/16000)*n) +
5*np.sin(2*np.pi*(294/16000)*n)
x 2 = 5*np.sin(2*np.pi*(131/16000)*n) +
5*np.sin(2*np.pi*(262/16000)*n)
#SI PUDIERAMOS LIMITAR LAS MUESTRAS
num = int(1.1 * fs)
y n = data[num:num+N]
r1 = np.correlate(x 1,y n, mode="full")
r2 = np.correlate(x_2,y_n, mode="full")
idx = np.arange(-len(y_n), -len(y_n) + len(r1))
p y = np.sum(y n**2)
p 1 = np.sum(x 1**2)
p^{2} = np.sum(x_{2}**2)
fig, ax = plt.subplots(figsize=[10,4])
ax.stem(idx,r1/np.sqrt(p 1*p y))
ax.set title("Correlación normalizada de x 1 con audio")
ax.set xlabel('$n$')
ax.set ylabel('r1')
ax.grid()
fig, ax = plt.subplots(figsize=[10,4])
ax.set title("Correlación normalizada de x 2 con audio")
ax.stem(idx,r2/np.sqrt(p 2*p y))
ax.set xlabel('$n$')
ax.set_ylabel('r2')
ax.grid()
```





b)(1pto.) Acorde a los resultados obtenidos qu´e se˜nal es m´as similar al archivo de audio. Recordar que a mayor valor de correlaci´on m´as similaridad se obtiene.

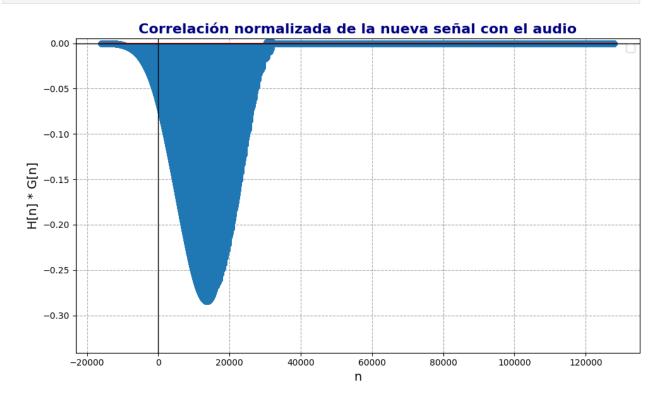
```
if(np.max(r1)/np.sqrt(p_1*p_y)>np.max(r2 )/np.sqrt(p_2*p_y)):
    maximo = np.max(r1)/np.sqrt(p_1*p_y)
    print("La señal de audio se parece más a x1")
else:
    print("La señal de audio se parece más a x2")
    maximo = np.max(r2 )/np.sqrt(p_2*p_y)
La señal de audio se parece más a x2
```

c)(1pto.) Realice la convoluci´on de ambas se˜nales X1 y X2 usando FFT. Luego muestre si esta se˜nal obtenida tiene mayor similitud con la se˜nal de audio.

```
() O.SP
x 1 = np.concatenate((x 1, np.zeros(len(x 1))))
x = np.concatenate((x 2, np.zeros(len(x 2))))
x 1 fft = np.fft.fft((x 1))
x 2 fft = np.fft.fft((x 2))
x result fft = x 1 fft * x 2 fft
x result = np.fft.ifft((x result fft))
p_result = np.sum(x_result**2)
p y = np.sum(y n ** 2)
nueva_final = np.correlate(x_result , y_n , mode="full")
idx = np.arange(-len(y n), -len(y n) + len(nueva final))
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.stem(idx, nueva final / np.sqrt(p y * p result))
plt.title("Correlación normalizada de la nueva señal con el audio",
fontsize=16, fontweight='bold', color='navy')
plt.xlabel("n", fontsize=14)
plt.ylabel("H[n] * G[n]", fontsize=14)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', color='gray', alpha=0.7)
plt.axhline(0, color='black',linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black',linewidth=1)
plt.ylim(np.min(nueva final / np.sqrt(p y * p result)) * 1.2,
```

```
np.max(nueva_final / np.sqrt(p_y * p_result)) * 1.2)
plt.legend(loc="upper right", fontsize=12)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

No artists with labels found to put in legend. Note that artists whose label start with an underscore are ignored when legend() is called with no argument.

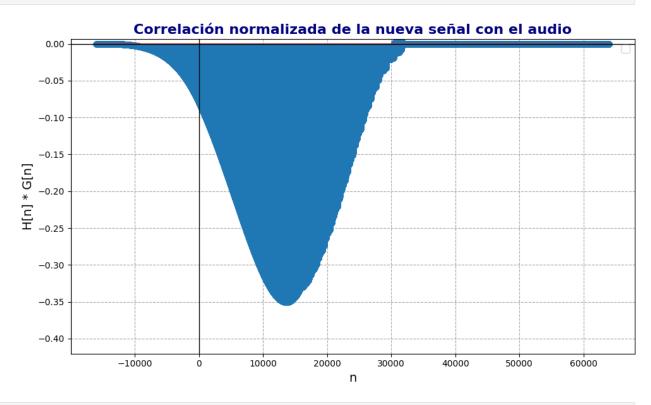


```
#Usando convolución
print(len(x 1))
print(len(x 2))
resultado = np.convolve(x 1 , x 2)
print(len(resultado))
nueva final = np.correlate(resultado , y n ,mode="full")
print(len(nueva final))
idx = np.arange(-len(y n), -len(y n) + len(nueva final))
p_y= np.sum(resultado ** 2 )
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.stem(idx, nueva_final / np.sqrt(p_y * p_result))
plt.title("Correlación normalizada de la nueva señal con el audio",
fontsize=16, fontweight='bold', color='navy')
plt.xlabel("n", fontsize=14)
plt.vlabel("H[n] * G[n]", fontsize=14)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', color='gray', alpha=0.7)
```

```
plt.axhline(0, color='black',linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black',linewidth=1)
plt.ylim(np.min(nueva_final / np.sqrt(p_y * p_result)) * 1.2,
np.max(nueva_final / np.sqrt(p_y * p_result)) * 1.2)
plt.legend(loc="upper right", fontsize=12)
plt.tight_layout()
plt.show()

32000
32000
63999
79998
```

No artists with labels found to put in legend. Note that artists whose label start with an underscore are ignored when legend() is called with no argument.



```
if np.max(np.abs(nueva_final)/ np.sqrt(p_y * p_result)) > maximo:
    print("El audio se parece más a la nueva señal convoluacionada")
else:
    print("El audio se parece más a la señal de audio escogida antes")
El audio se parece más a la señal de audio escogida antes
```

La señal x2 tiene mayor similitud con el audio