Laboratorio 02 – Parte Teórica

Entrega:
Horario 0791 - 23 de setiembre del 2024
Horario 0792 - 27 de setiembre del 2024
Problemas:

1. (2 pts.) Para cada uno de los siguientes sistemas, determine si el sistema es (1) estable, (2) causal, (3) lineal e (4) invariante en el tiempo.
   a) $T(x[n]) = x[n^2]$
   b) $T(x[n]) = x[n-1] - 2x[4-n]$
   c) $T(x[n]) = x[n]\cos(\omega_o n + \pi/4)$
   d) $T(x[n]) = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$
2. (2 pts.)
   a) Dada la secuencia $x[n] = \{\underset{\uparrow}{0}, 1, 2, 3, 4, 5\}$, queremos encontrar la secuencia $x[-4-n]$.
      1) Consideremos la secuencia $y_1[n]$ que se obtiene primero reflejando $x[n]$ con respecto a n=0 y luego desplazando el resultado cuatro muestras a la izquierda . Determine y grafique $y_1[n]$.
      2) Consideremos la secuencia $y_2[n]$ que se obtiene primero desplazando $x[n]$ cuatro muestras a la izquierda y luego reflejando el resultado con respecto a $n = 0$. Determine y grafique $y_2[n]$.

      A partir de sus resultados responda: ¿son las secuencias $y_1[n]$ e $y_2[n]$ iguales? ¿Cuál representa correctamente la secuencia deseada $x[-4-n]$?

   b) Un sistema LTI discreto en el tiempo tiene la siguiente respuesta impulsiva
   $$h[n] = \{\underset{\uparrow}{3}, 2, -1, 1\}.$$
   Encuentra la salida del sistema $y[n]$,en los siguientes casos.
      1) $x[n] = 2\delta[n] - \delta[n-1]$
      2) $x[n] = u[n] - u[n-3]$

   Nota: La flecha inferior corresponde al tiempo $n = 0$.
3. (1 pto.) Determina analíticamente la convolución discreta en los siguientes casos.
   a) $y[n] = (2^{-n}u[n-2]) * u[n-3]$
   b) $y[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n) * (2^n u[-n+2])$
4. (1 pto.) Dado un sistema LTI discreto en el tiempo con respuesta en frecuencia
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(\omega - \frac{\pi}{4})}\left(\frac{1 + e^{-j2\omega} + 4e^{-j4\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j2\omega}}\right), \qquad |\omega| < \pi$$
   determinar la salida del sistema $y[n]$ si la entrada está dada por
$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}(n+1)\right).$$

5. (1 pto.) Una secuencia discreta tiene la siguiente transformada de Fourier en el tiempo-discreto
$$X(e^{j\omega}) = \frac{1-a^2}{(1-ae^{-j\omega})(1-ae^{j\omega})}, \qquad |a| < 1.$$
Encuentre la secuencia $x[n]$ y calcule la integral $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})\cos(\omega)d\omega$.

6. (1 pto.) Un sistema LTI (lineal e invariante en el tiempo) está descrito por la siguiente ecuación
$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2].$$
   a) Determine $h[n]$, la respuesta impulsiva del sistema. ¿Es el sistema estable?
   b) Determine $H(e^{j\omega})$,la respuesta en frecuencia del sistema. Utilice identidades trigonométricas para simplificar la expresión.

Parte teórica - Laboratorio 2

Hinoill David, Céspedes Espinoza - 20213704

Pregunta (1)

1. (2 pts.) Para cada uno de los siguientes sistemas, determine si el sistema es (1) estable, (2) causal, (3) lineal e (4) invariante en el tiempo.
   a) $T(x[n]) = x[n^2]$
   b) $T(x[n]) = x[n-1] - 2x[4-n]$
   c) $T(x[n]) = x[n]\cos(\omega_o n + \pi/4)$
   d) $T(x[n]) = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

Sea un $x[n] \rightarrow \boxed{T(\cdot)} \rightarrow y[n]$

a) $y[n] = x[n^2]$

(1) Estabilidad: Sea un $x[n]$ estable (acotado) $\rightarrow |x[n]| \leq M$

$\rightarrow \underbrace{|x[n^2]|}_{} \leq M$, porque el argumento solo desplaza los valores más no afecta la magnitud de la salida

$|y[n]| \leq M$

$\rightarrow$ Es un sistema Bibo-Estable

(2) Causalidad: Probando para $n=2$ $\quad y[2] = x[4]$

$n=3 \quad y[3] = x[9]$

A partir de $n=2$ la salida del sistema depende de valores de la entrada del futuro. (Viaja en el tiempo xd)
Las salidas no dependen solo de valores en el pasado o presente $\rightarrow$ No es un sistema Causal

(3) Linealidad: Se debe cumplir que

$$T\left\{\sum_k a_k x_k[n]\right\} = \sum_k a_k T\left\{x_k[n]\right\}$$

Como $T\{\}$ solo actúa a nivel de argumentos de n

$\rightarrow T\{\sum_k a_k x_k[n]\} = \sum a_k y_k[n] = \sum_k a_k x_k[n^2]$

y $\sum_k a_k x_k[n] = \sum_k a_k y_k[n]$ Iguales

$\rightarrow$ El sistema sí es lineal

(4) Invarianza:

$y[n] = T\{x[n]\} = x[n^2] \rightarrow y[n-n_0] = y[(n-n_0)^2]$

$T\{x[n-n_0]\} = x[n^2-n_0] \neq y[n-n_0]$

$y[n,n_0] \neq y[n-n_0] \rightarrow$ El sistema No es Invariante en el tiempo

b) $y[n] = x[n-1] - 2x[4-n]$

(1) Estabilidad: Sea $|x[n]| < M \rightarrow |x[n-1]| \leq M$

Solo se altera orden, no magnitud $|x[4-n]| \leq M$

x teoría al sumar u operar 2 señales acotadas, el resultado es una señal acotada

$\rightarrow$ $y[n]$ es acotado $\longrightarrow$ El sistema es Bibo-Estable

(2) Causalidad: Para $n=0 \rightarrow y[0] = x[-1] - 2x[4]$

La salida (en tiempo 0) depende de una entrada en el futuro (tiempo 4).

Entonces el sistema no es causal

(3) Linealidad: Tomamos un $x[n] = \sum_k a_k x_k[n]$

$$T\{x[n]\} = \left(\sum_k a_k x_k[n-1]\right) - 2\left(\sum_k a_k x_k[4-n]\right)$$

iguales

$$\sum_k a_k T\{x_k[n]\} = \sum_k a_k \left(x_k[n-1] - 2x_k[4-n]\right)$$

Entonces El sistema es Lineal

(4) Invarianza: $y[n] = x[n-1] - 2x[4-n]$

$$T\{x[n-n_0]\} = x[n-n_0-1] - 2x[4-n-n_0]$$

$\neq$

$$y[n-n_0] = x[n-n_0-1] - 2x[4-n+n_0]$$

$y[n-n_0] \neq y[n,n_0] \rightarrow$ El sistema no es invariante en el tiempo

c) $y[n] = x[n]\cos[w_0 n + \pi/4]$

(1) Estabilidad:

$$|x[n]| \leq M$$

$$|\cos(w_0 n + \pi/4)| \leq 1 \quad (x)$$

$$|x[n]\cos(w_0 n + \pi/4)| \leq M$$

$$|y[n]| \leq M \quad \text{Lqqd}$$

→ El sistema es Bibo estable.

(2) Causal: la salida $y[n]$ solo depende de valores en el mismo instante de la entrada
El sistema es Causal.

(3) Lineal: Tenemos $x[n] = \sum_k a_k x_k[n]$

$$T\{x[n]\} = \sum_k a_k x_k[n] \cos(w_0 n + \pi/4)$$

$$= \sum_k a_k \left(x_k[n] \cos(w_0 n + \pi/4) \right)$$

→ El sistema es Lineal.

(4) Invarianza:

$$y[n] = x[n]\cos(w_0 n + \pi/4) \rightarrow y[n - n_0] =$$

$$x[n-n_0]\cos(w_0 n + \pi/4)$$

$$\hookrightarrow y[n, n_0] = x[n-n_0]\cos(w_0(n-n_0) + \pi/4)$$

$$\neq$$

→ El sistema no es invariante en el tiempo

d) $$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$

(1) Estabilidad: tomamos un $|x[n]| \leq M$

Usamos un contraejemplo para demostrar lo contrario

$x[n] = 1$ (cumple entrada acotada)

pero $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 1$ (La suma diverge)

→ La salida no es estable

→ El sistema no es Bibo - estable

(2) Causalidad: El sistema funciona como acumulador es decir suma todos los valores del pasado hasta el actual. $y[3] = x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + \cdots$

La salida siempre dependerá de valores del pasado o actuales

→ El sistema es Causal

(3) Lineal: $$x[n] = \sum_{k} a_k \cdot x_k[n]$$

$$T\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] = \sum_{k=-\infty}^{n}\left(\sum_{m} a_m x_m[k]\right)$$

$$= \sum_{m} a_m \underbrace{\left(\sum_{k=-\infty}^{n} x_m[k]\right)}_{T\{x_m[n]\}}$$

→ El Sistema sí es Lineal

(4) Invarianza:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots$$

$$y[n-n_0] = x[n-n_0] + x[n-1-n_0] + \dots$$

$$y[n, n_0] = x[n-n_0] + x[n-1-n_0] + \dots$$

→ $y[n, n_0] = y[n-n_0]$ → Sí es invariante en el tiempo

6. (1 pto.) Un sistema LTI (lineal e invariante en el tiempo) está descrito por la siguiente ecuación

$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2].$$

a) Determine $h[n]$, la respuesta impulsiva del sistema. ¿Es el sistema estable?

b) Determine $H(e^{j\omega})$,la respuesta en frecuencia del sistema. Utilice identidades trigonométricas para simplificar la expresión.

a) $h[n] = ?$ x def $\quad \delta[n] \rightarrow \boxed{T\{\cdot\}} \rightarrow h[n]$

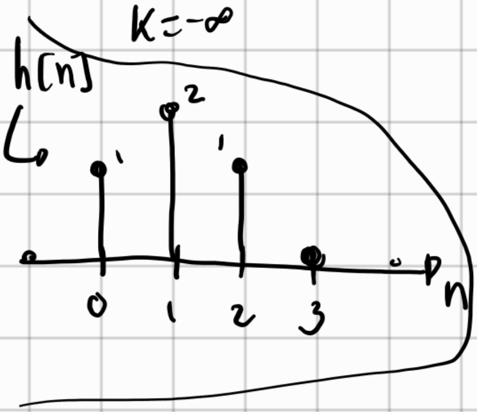
→ Reemplazando $\quad y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2]$

$$h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$$

→ respuesta al impulso

Si $h[n]$ es absolutamente sumable → El sistema es estable

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| = (1) + (2) + (1) = 4$$ → Sí es abs sumable (converge)



↓

El sistema es estable

b) $H(e^{jw}) = \text{DTFT}\{h[n]\}$

x definición $\quad H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\, e^{-jwn}$

$$= 1 + 2e^{-jw} + e^{-2jw}$$

$$= e^{-jw}\left(e^{jw} + 2 + e^{-jw}\right)$$

$$H(e^{jw}) = e^{-jw}\left(2 + 2\cos(w)\right)$$ //

Función de transferencia

5. (1 pto.) Una secuencia discreta tiene la siguiente transformada de Fourier en el tiempo-discreto

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1-a^2}{(1-ae^{-j\omega})(1-ae^{j\omega})}, \qquad |a|<1.$$

Encuentre la secuencia $x[n]$ y calcule la integral $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})\cos(\omega)d\omega$.

$$(1-ae^{-jw})(1-ae^{+jw}) = 1-ae^{jw}-ae^{-jw}+a^2$$

tanteando

$$\underset{\substack{\uparrow\\1}}{A}(1-ae^{jw}) + \underset{\substack{\uparrow\\ae^{jw}}}{B}(1-ae^{-jw}) = 1-a^2$$

$$1-ae^{jw} + (ae^{jw})(1-ae^{-jw}) = 1-a^2$$

$$1-\cancel{ae^{jw}}+\cancel{ae^{jw}}-a^2 = 1-a^2$$

$$\to X(e^{jw}) = \frac{(1-ae^{jw})+(+ae^{jw})(1-ae^{-jw})}{(1-ae^{-jw})(1-ae^{jw})}$$

$$X(e^{jw}) = \frac{1}{1-ae^{-jw}} + \frac{ae^{jw}}{1-ae^{jw}}$$

x tablas sabemos que

$$DFT\{a^n u[n]\} = \frac{1}{1-ae^{-jw}}$$

Con $|a|<1$

tmb x propiedades

$$p[n] \longleftrightarrow P(e^{jw})$$

$$p[-n] \longrightarrow P(e^{-jw})$$

y

$$p[n-n_0] \longleftrightarrow P(e^{jw})\, e^{-jwn_0}$$

$$\to DFT\{a^{-n} u[-n]\} = \frac{1}{1-ae^{jw}}$$

$$\to DFT\{a^{-n-1} u[-n-1]\} = \frac{e^{jw}}{1-ae^{jw}}$$

$$\rightarrow \quad X(e^{jw}) = \frac{1}{1-ae^{jw}} + \frac{a\,e^{jw}}{1-ae^{jw}}$$

$$\Big\downarrow \mathcal{F}^{-1}\{\}$$

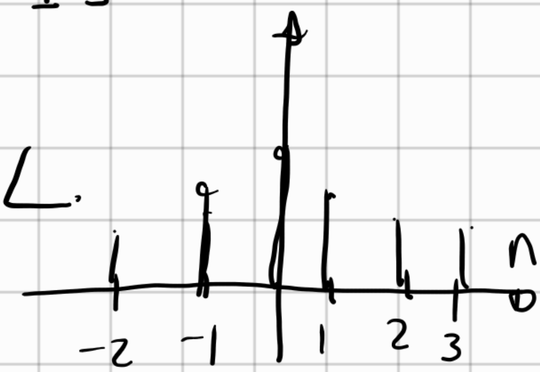
$$x[n] = a^{n}u[n] + a\,a^{-n-1}u[-n-1]$$

$$x[n] = a^{n}u[n] + a^{-n}u[-n-1] \;/\!/ \; \hookrightarrow$$

↳ (equivalente)

$$x[n] = a^{|n|} \quad \hookrightarrow qqd$$

↳ Señal en tiempo discreto



⇒ Calcular $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\cos(w)\,dw$ Es similar a IDFT

$$\beta = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\left(\frac{e^{jw}+e^{-jw}}{2}\right)dw$$

$$\beta = \left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\,e^{jw}\,dw\right)\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\,e^{-jw}\,dw\right)\frac{1}{2}$$

Usamos trucazo

$$\beta = \frac{1}{2}\left(\underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\,e^{jw}\,e^{jwn}\,dw}_{\text{IDFT (I)}} + \underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\,e^{-jw}\,e^{jwn}\,dw}_{\text{IDFT (II)}}\right)\Bigg|_{n=0}$$

Evaluando $n=0$

Si $x[n] \xrightarrow{FT} X(e^{jw})$

$x[n-1] \xrightarrow{FT} X(e^{jw})\, e^{jw}$

$\Rightarrow$ (I) $= x[n-1]$ y (II) $= x[n+1]$

$\rightarrow \beta = \frac{1}{2}\left(x[n-1] + x[n+1] \right)\Big|_{n=0}$

$\beta = \frac{1}{2}\left(x[-1] + x[1] \right)$

$x[n] = a^{|n|}$

$\hookrightarrow x[1] = x[-1] = a$

$\beta = \frac{2a}{2} \hookrightarrow \boxed{\beta = a}$

Entonces . . .

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw})\cos(w)\,dw = a \; //$$

Rpta

Pregunta 3

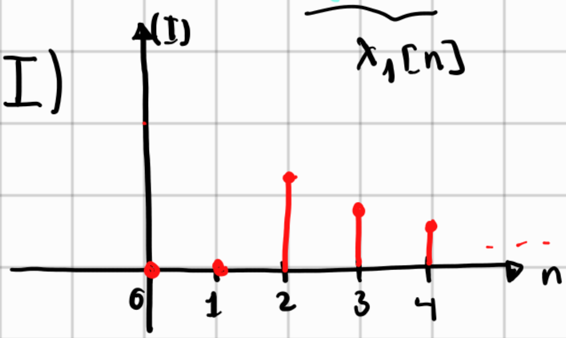
3. (1 pto.) Determina analíticamente la convolución discreta en los siguientes casos.

  a) $y[n] = (2^{-n}u[n-2]) * u[n-3]$

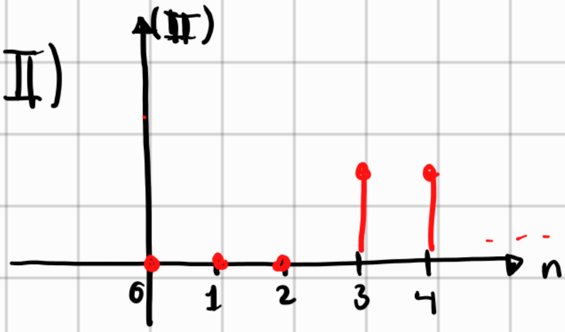
  b) $y[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n) * (2^n u[-n+2])$

a) $Y[n] = \underbrace{\underbrace{2^{-n} u[n-2]}_{(I)}}_{x_1[n]} * \underbrace{\underbrace{u[n-3]}_{(II)}}_{x_2[n]}$

(I)

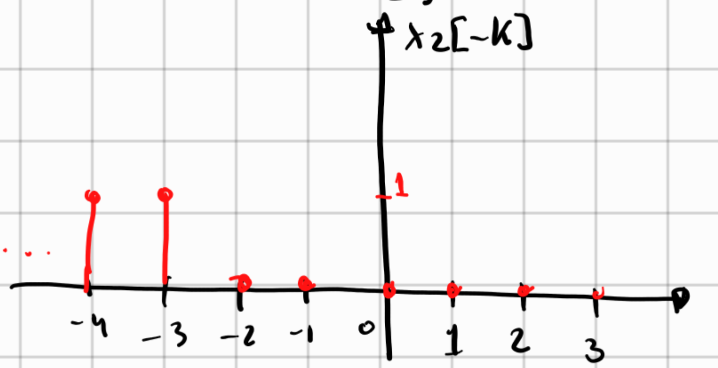


(II)

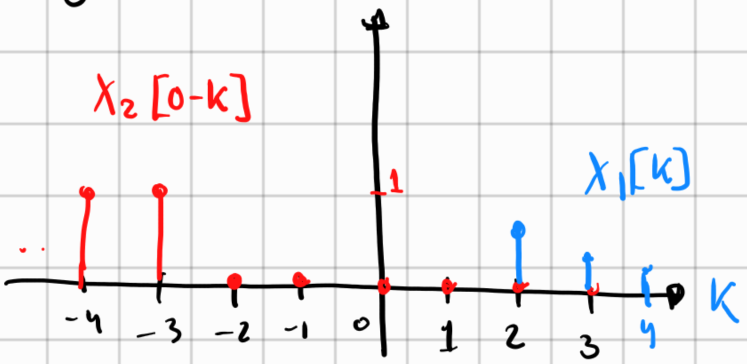


Por definición: $Y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k]\, x_2[n-k]$

Primero invertimos (II)



Segundo vemos si se solapan con $n=0$

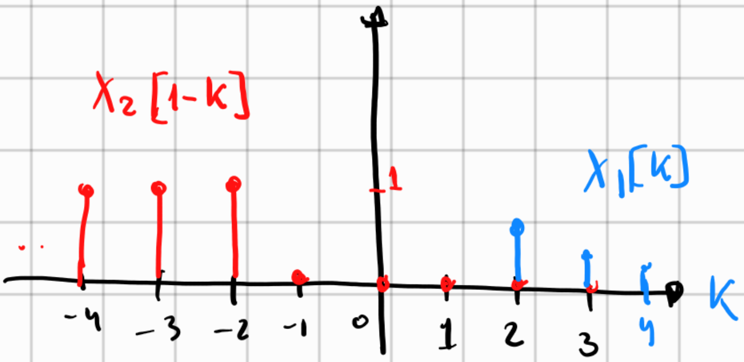


Se nota que para $n<0$

$\to \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[n-k]\, x_1[k] = 0$

$\to Y[n] = 0, \quad n<0$

Luego $n = 1$



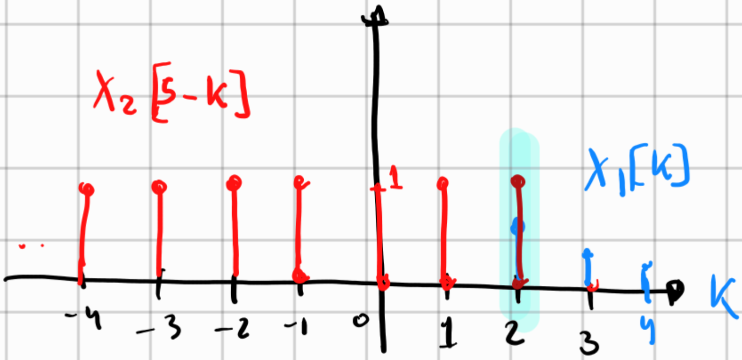
de nuevo no hay traslapo

↳ $y[1] = 0$

x observación hasta $n = 4$, $y[n] = 0$

→ $\boxed{y[n] = 0 \;, \quad n \le 4}$

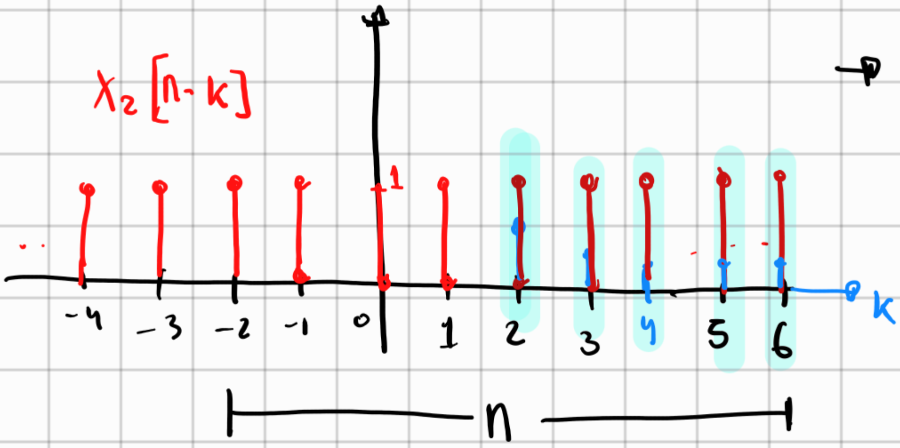
Ahora para $n = 5$



Hay 1 traslapo:

$$y[5] = (1)(2^{-2}) = 1/4$$

En general podemos observar esto como un acumulado



$$\rightarrow \; y[n] = \sum_{k=2}^{n-3} 2^{-k} \;, \quad n \geq 5$$

$$y[n] = \left(\sum_{k=0}^{n-3} 2^{-k} \right) - 1 - 1/2$$

$$y[n] = \left(\frac{1 - (1/2)^{n-2}}{1 - (1/2)} \right) - 3/2 \;\rightarrow\; y[n] = 2\left(1 - (1/2)^{n-2}\right) - 3/2$$

$$\boxed{y[n] = 1/2 - 2(1/2)^{n-2}}$$

$\forall\, n \geq 5$

$\rightarrow \; y[n] = \left(1/2 - 2(1/2)^{n-2}\right) u[n-5]$ Rpta

Otra forma para confirmar xd

$y[n] = 2^{-n} u[n-2] * u[n-3]$

$y[n+5] = 2^{-2}\left(2^{-n} u[n]\right) * u[n]$ desplazamientos

$y[n+5] = \frac{1}{4}\left(\frac{1-(1/2)^{n+1}}{1-1/2}\right) u[n]$

$y[n] = \frac{1}{2}\left(1 - (1/2)^{n-4}\right) u[n-5]$

es igual

$y[n] = \left(1/2 - 2(1/2)^{n-2}\right) u[n-5]$

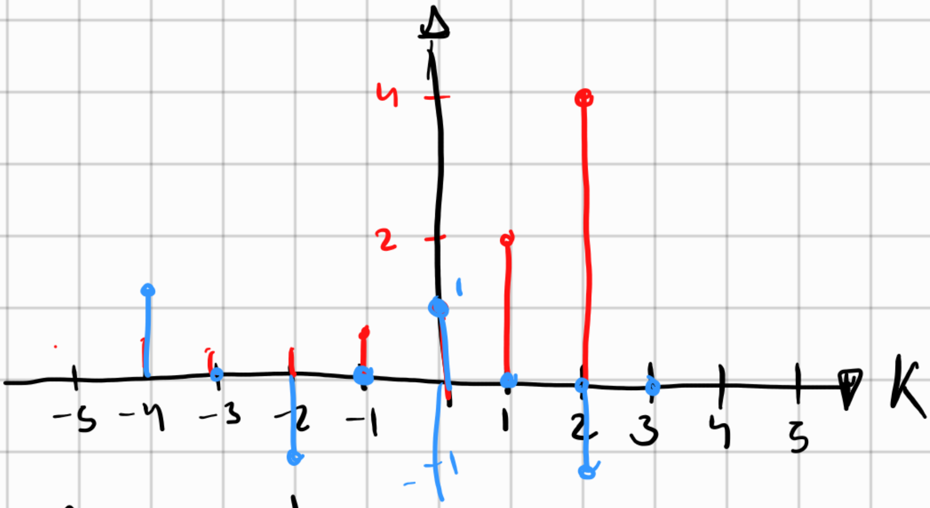
b) $y[n] = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} n\right)}_{x_1[n]} * \underbrace{2^{n} u[-n+2]}_{x_2[n]}$

$\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n=1 \\ -1, & n=2 \\ 0, & n=3 \end{cases}$ es periódico
ca periodo = 4

1° inversión de $\cos\left(\frac{\pi}{2} n\right)$; pero es par así que no cambia

2° Vemos traslape

Para $n=0$ $\quad y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k] \cdot x_1[0-k]$



Siempre solapa

$$y[0] = \left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + 2^{-12} + \dots\right) - \left(2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-10} + \dots\right) - 4$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{0} (2^{+4})^{k} - 2^{-2}\left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots\right) - 4$$

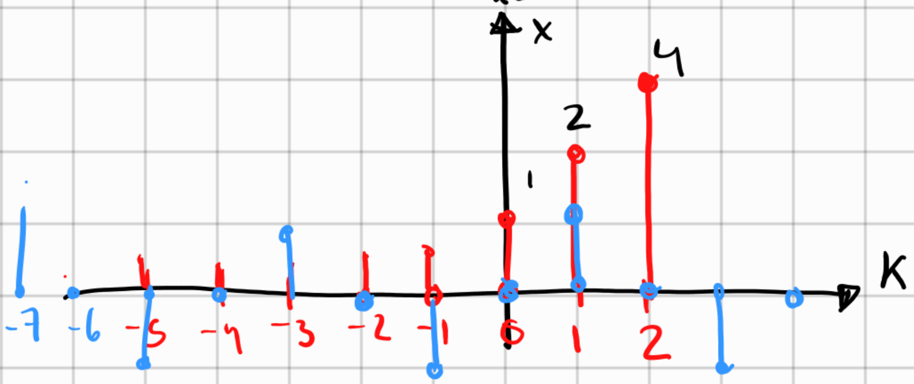
$$= \sum_{k=-\infty}^{0} (2^{+4})^{k} - 2^{-2}\left(\sum_{k=-\infty}^{0} (2^{4})^{k}\right) - 4$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (2^{-4})^{k} - \frac{1}{4}\left(\sum_{k=0}^{\infty} (2^{-4})^{k}\right) - 4$$

$$= \left(\frac{1}{1-2^{-4}}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) - 4$$

$$y[0] = -3{,}2$$

Para $n = 1$ $\quad Y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k] \cdot x_1[1-k]$

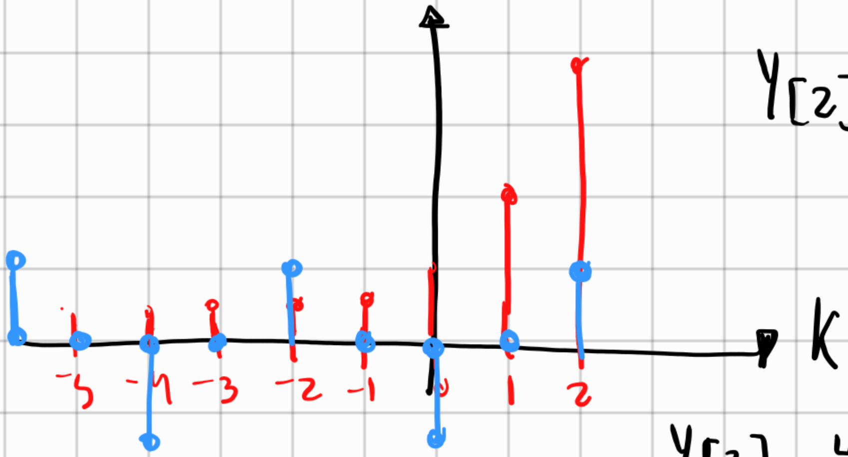


$$Y[1] = \left(2^{-3} + 2^{-7} + 2^{-11} + \dots\right) - \left(2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-9} + \dots\right) + 2$$

$$Y[1] = 2^{-3}\left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots\right) + 2 - 2^{-1}\left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots\right)$$

$$Y[1] = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1-2^{-4}}\right) + 2 \rightarrow Y[1] = 1{,}6$$

Para $n=2$ $\quad Y[2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k]\, x_1[2-k]$

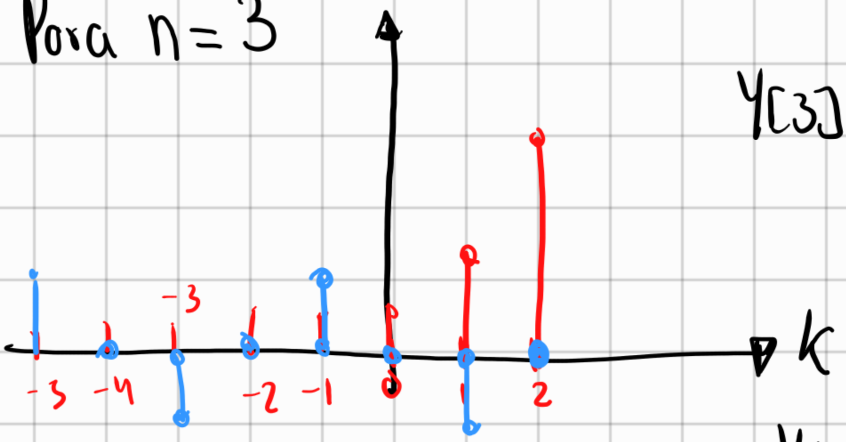


$$Y[2] = 4 + \left(2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-10} + \dots\right) - \left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots\right)$$

$$Y[2] = 4 + \left(2^{-2} - 1\right)\left(\frac{1}{1-2^{-4}}\right)$$

$$Y[2] = 3{,}2$$

Para $n=3$



$$y[3] = -2 + \left(2^{-1} + 2^{-5} + \cdots\right) - \left(2^{-3} + 2^{-7} + \cdots\right)$$

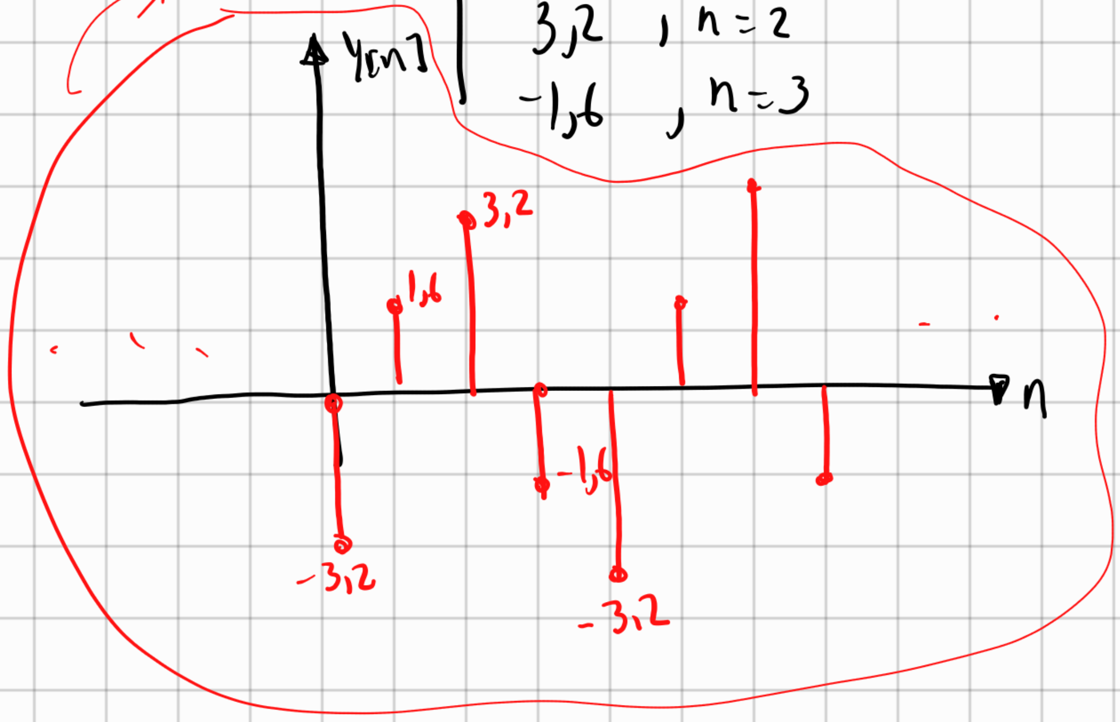
$$y[3] = -2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{1-2^{-4}}\right)$$

$$y[3] = -1{,}6$$

Como $y[n]$ es el resultado de una convolución de una señal periódica y otra aperiódica

→ $y[n]$ será periódico

$$\rightarrow y[n] = \begin{cases} -3{,}2 \,, & n=0 \\ 1{,}6 \,, & n=1 \\ 3{,}2 \,, & n=2 \\ -1{,}6 \,, & n=3 \end{cases}$$ con período $N=4$ //



Pregunta (4)

4. (1 pto.) Dado un sistema LTI discreto en el tiempo con respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(\omega-\frac{\pi}{4})}\left(\frac{1+e^{-j2\omega}+4e^{-j4\omega}}{1+\frac{1}{2}e^{-j2\omega}}\right), \qquad |\omega|<\pi$$

determinar la salida del sistema $y[n]$ si la entrada está dada por

$$x[n]=\cos\left(\frac{\pi}{2}(n+1)\right).$$

Tengamos

$$x[n] \longrightarrow \boxed{H(e^{j\omega})} \longrightarrow y[n]$$

x teoría de superposición de expo complejas

$$x[n] = \sum_k a_k e^{j\omega_k n} \longrightarrow y[n] = \sum_k a_k H(\omega_k) e^{j\omega_k n}$$

(Cuando entrada es periódica)

$$\rightarrow x[n] = \frac{1}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{2}(n+1)} + e^{-j\frac{\pi}{2}(n+1)}\right)$$

$$\hookrightarrow x[n] = \frac{e^{j\pi/2}}{2} e^{j\frac{\pi n}{2}} + \frac{e^{-j\pi/2}}{2} e^{-j\pi n/2}$$

$$\hookrightarrow y[n] = \frac{e^{j\pi/2}}{2} H(e^{j\pi/2}) e^{j\pi n/2} + \frac{e^{-j\pi/2}}{2} H(e^{-j\pi/2}) e^{-j\pi n/2}$$

Ahora evaluamos

$$H(e^{j\pi/2}) = e^{-j(\pi/4)}\left(\frac{\cancel{1+e^{-j\pi}} + 4\overset{1}{e^{-2j\pi}}}{1+\frac{1}{2}\underset{(-1)}{e^{-j\pi}}}\right) = e^{-j\pi/4}\frac{(4)}{1/2} = 8e^{-j\pi/4}$$

$$H(e^{-j\pi/2}) = e^{-j(-3\pi/4)}\left(\frac{\cancel{1+e^{j\pi}} + 4\overset{1}{e^{2j\pi}}}{1+\frac{1}{2}\underset{-1}{e^{j\pi}}}\right) = e^{3\pi j/4}\left(\frac{4}{1/2}\right) = 8e^{j3\pi/4}$$

$$Y[n] = \frac{e^{j\pi/2}}{2} 8e^{-j\pi/4} e^{j\pi n/2} + \frac{e^{-j\pi/2}}{2} 8e^{\frac{3\pi}{4}j} e^{-j\pi n/2}$$

$$Y[n] = \frac{8}{2} e^{j\pi/4} e^{j\pi n/2} + \frac{8}{2} e^{j\pi/4} e^{-j\pi n/2}$$

$$= 8 e^{j\pi/4} \left(\frac{e^{j\pi n/2} + e^{-j\pi n/2}}{2} \right)$$

$$Y[n] = 8 e^{j\pi/4} \cos(\pi n/2) \;//$$ Rpta

← Salida del sistema

Pregunta 2

2. (2 pts.)

   a) Dada la secuencia $x[n] = \{\underset{\uparrow}{0}, 1, 2, 3, 4, 5\}$, queremos encontrar la secuencia $x[-4-n]$.

   1) Consideremos la secuencia $y_1[n]$ que se obtiene primero reflejando $x[n]$ con respecto a n=0 y luego desplazando el resultado cuatro muestras a la izquierda . Determine y grafique $y_1[n]$.

   2) Consideremos la secuencia $y_2[n]$ que se obtiene primero desplazando $x[n]$ cuatro muestras a la izquierda y luego reflejando el resultado con respecto a $n = 0$. Determine y grafique $y_2[n]$.

   A partir de sus resultados responda: ¿son las secuencias $y_1[n]$ e $y_2[n]$ iguales? ¿Cuál representa correctamente la secuencia deseada $x[-4-n]$?

   b) Un sistema LTI discreto en el tiempo tiene la siguiente respuesta impulsiva

$$h[n] = \{\underset{\uparrow}{3}, 2, -1, 1\}.$$

   Encuentra la salida del sistema $y[n]$,en los siguientes casos.

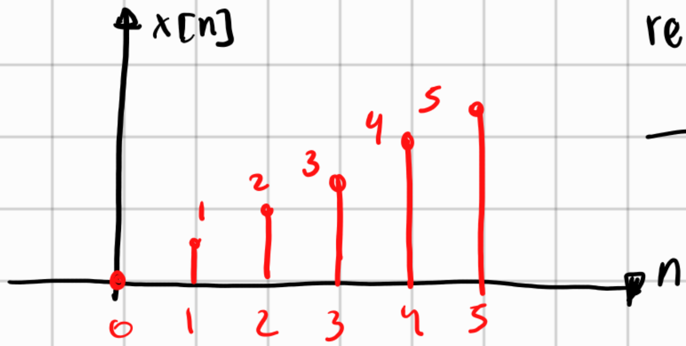
   1) $x[n] = 2\delta[n] - \delta[n-1]$

   2) $x[n] = u[n] - u[n-3]$

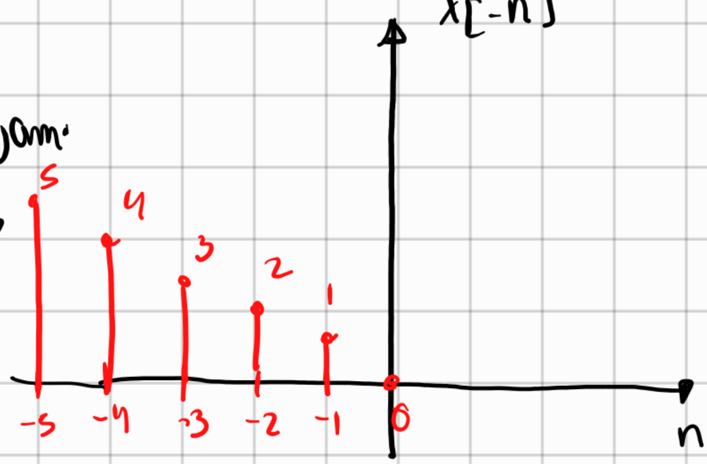
Nota: La flecha inferior corresponde al tiempo $n = 0$.

a)

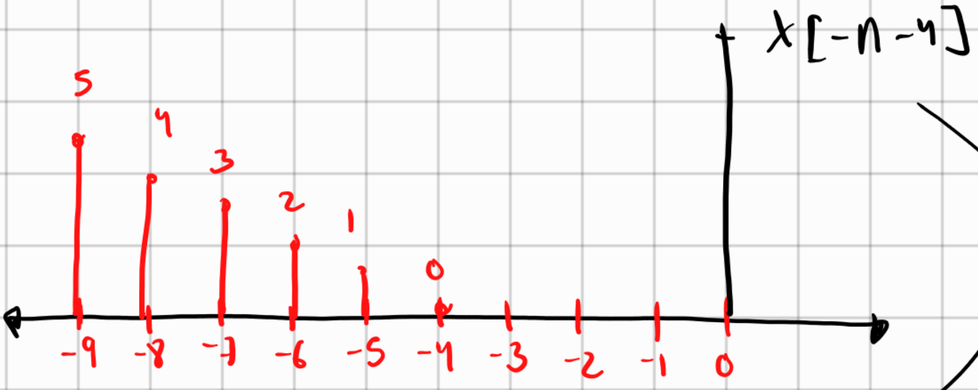
1) Graficamos $x[n]$



reflejam.



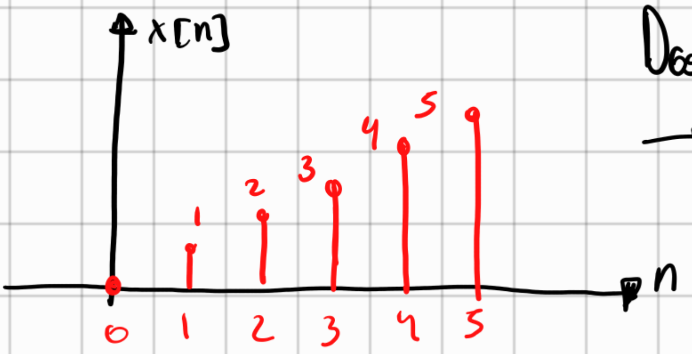
desplazamos 4 espacios



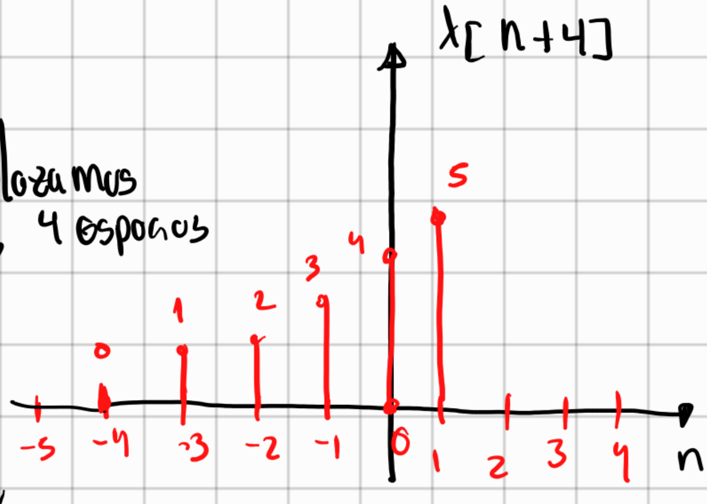
$y_1[n] = x[-n-4]$

2) En cambio

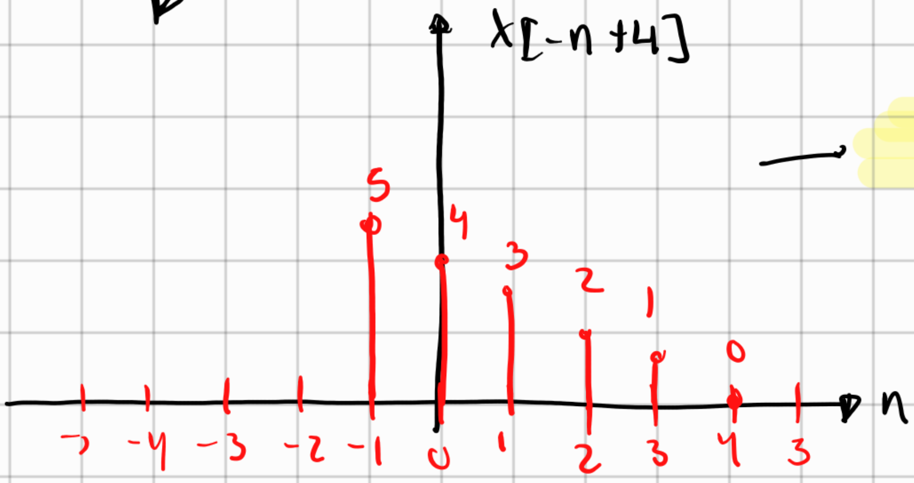
Graficamos $x[n]$



Desplazamos 4 espacios



Inversión



$y_2[n] = x[-n+4]$

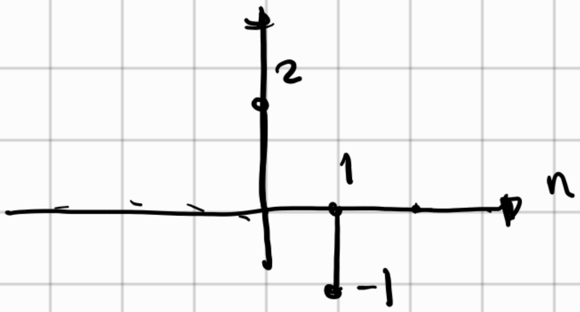
Finalmente, por observación $y_1[n] \neq y_2[n]$

La secuencia solicitada $x[-n-4]$ está bien representada por $y_1[n]$.

b) Si $h[n] = \{3, 2, -1, 1\}$

hallar $y[n]$ para

$\Rightarrow x[n] = 2\delta[n] - \delta[n-1]$



Método de la cinta ; (Con $n<0$, $y[n]=0$)

Para $n=0$

$y[0] = 6$

$h[k]$		3	2	-1	1
$x[0-k]$	-1	2			

$n=1$

$h[k]$		3	2	-1	1
$x[1-k]$		-1	2		

$y[1] = -3+4 = 1$

$n=2 \rightarrow y[2] = (-1)(2) + (2)(-1) = -4$

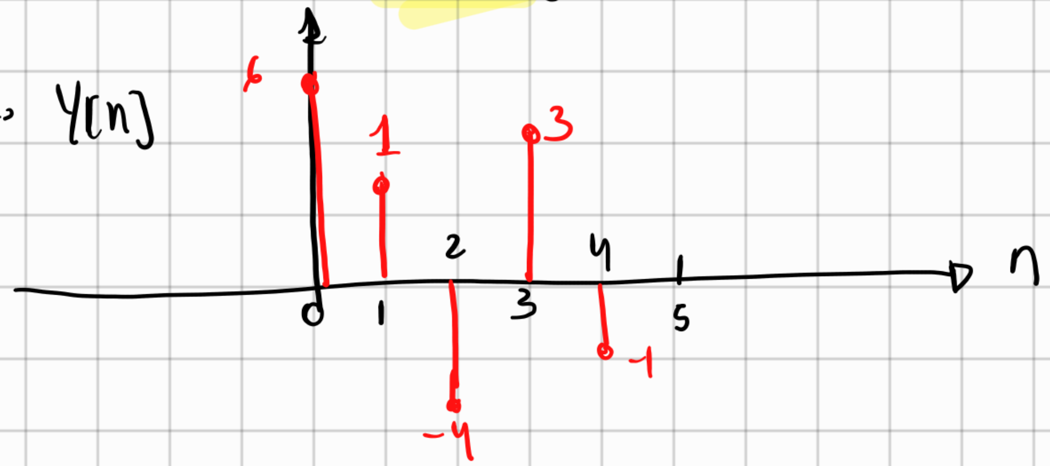
$n=3 \rightarrow y[3] = (-1)(-1) + (2)(1) = 3$

$n=4 \rightarrow y[4] = (-1)(1) + (2)(0) = -1$

$\rightarrow n \geq 5 \rightarrow y[n] = 0$

$\rightarrow y[n] = 6\delta[n] + 1\delta[n-1] - 4\delta[n-2] + 5\delta[n-3] - \delta[n-4]$

$\rightarrow y[n]$



$\Rightarrow$ $x[n] = u[n] - u[n-3]$

Metodo Cinta Corrediza

$n=0$

$h[k]$			3	2	-1	1	
$x[0-k]$	1	1	1				

$y[0] = 3$

$n=1$

$h[k]$		3	2	-1	1	
$x[1-k]$	1	1	1			

$y[1] = 5$

$n=2$

$h[k]$	3	2	-1	1
$x[2-k]$	1	1	1	

$y[2] = 4$

$n=3$

$h[k]$	3	2	-1	1
$x[3-k]$		1	1	1

$y[3] = 2$

$n=4$

$h[k]$	3	2	-1	1	
$x[4-k]$			1	1	1

$y[4] = 0$

$n=5$

$h[k]$	3	2	-1	1		
$x[5-k]$				1	1	1

$y[5] = 1$

$n \geq 6 \quad y[n] = 0$

$\rightarrow y[n] = \{ \underset{\uparrow}{3}, 5, 4, 2, 0, 1 \}$

$y[n] = 3\delta[n] + 5\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$

$\delta[n-5]$

Gráfica