Laboratorio 01 – Parte Teórica

Entrega:
Horario 0791 - 09 de setiembre del 2024 - 08:00 AM
Horario 0792 - 13 de setiembre del 2024 - 08:00 AM
Problemas:

1. (1.5 p) La señal
$$x_c(t) = 2\cos(20\pi t) - 3\cos(30\pi t) + \sin(70\pi t)$$
es muestreada con una frecuencia de muestreo F_s para obtener la señal discreta $x[n]$.
   a) Considerando la frecuencia de muestreo $F_s = 50\,\text{Hz}$, determine la DTFT $X(e^{j\omega})$ de $x[n]$ y grafique su magnitud en función de frecuencia normaliza ω en radianes y en función de frecuencia F en Hz.
   b) Repita la parte (a) para la frecuencia de muestreo $F_s = 100\,\text{Hz}$.
   c) Explique si la señal $x_c(t)$ se puede recuperar a partir de las muestras $x[n]$.

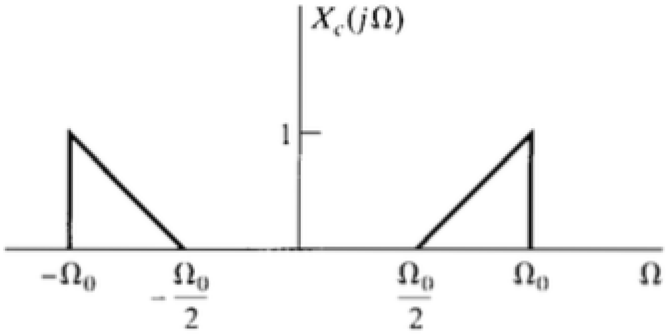
2. (1.5 p) Considere la señal $x_c(t)$ cuya transformada de Fourier continua está dada por
$$X_c(j\Omega) = \frac{100}{100 + \Omega^2}.$$
Esta señal es discretizada con una frecuencia de muestreo F_s para obtener la señal en el tiempo discreto $x[n]$.
   a) Considerando $F_s = 100\,\text{Hz}$, determine $X(e^{j\omega})$ (DTFT de $x[n]$) y grafique su magnitud en función de frecuencia F en Hz para el intervalo $-150 \leq F \leq 150$.
   b) Repita la parte (a) considerando que $F_s = 25\,\text{Hz}$.
   c) ¿Para que frecuencia de muestreo F_s se puede recuperar la señal $x_c(t)$ razonablemente bien a partir de sus muestras? Justifique su respuesta.

3. (1.5 p) En este problema vamos a estudiar los efectos en la reconstrucción ideal de una señal sinusoidal cuando sus muestras fueron adquiridas en el límite del criterio de Nyquist. Para ello vamos a considerar que la señal continua en el tiempo $x_c(t) = \sin(2\pi F_o t + \theta_o)$ ha sido muestreada con una frecuencia de muestreo $F_s = 100\,\text{Hz}$.Considere que las muestras han ingresado a un DAC ideal para obtener la señal reconstruida $y_r(t)$.
   a) Determine $y_r(t)$ para los siguientes casos $F_o = 10,\ 20,\ 40\,\text{Hz}$ y $\theta_o = 0\,\text{rad}$. ¿Cómo compara $y_r(t)$ con respecto a $x_c(t)$?
   b) Determine $y_r(t)$ para los siguientes casos $F_o = 50\,\text{Hz}$ y $\theta_o = 0,\ \pi/3,\ \pi/2,\ 2\pi/3,\ \pi$, rad. ¿Cómo compara $y_r(t)$ con respecto a $x_c(t)$?
   c) A partir de los resultados en la parte b) determine una expresión para $y_r(t)$ en función de θ_o.

4. (1 p) Calcule la DTFT directa de las siguientes señales discretas.
   a) $x[n] = \begin{cases} 1, & n_o \leq n < N + n_o \\ 0, & n < n_o,\ n \geq N + n_o \end{cases}$ (ventana rectangular desplazada en el tiempo)

   Además, calcule la DTFT inversa de las siguientes respuestas en frecuencia *a*) $X(\omega) = \begin{cases} 0, & |\omega| < \omega_c, \\ 1, & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$ (filtro pasa-altos ideal con frecuencia de corte ω_c)

5. (1.5 p) Una señal continua en el tiempo $x_c(t)$, con transformada de Fourier $X_c(j\Omega)$ mostrada en la siguiente figura, es muestreada con un periodo de muestreo $T = 2\pi/\Omega_0$ para formar la secuencia $x[n] = x_c(nT)$.



a) Diagramar la forma de la transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$ para $|\omega| < \pi$.

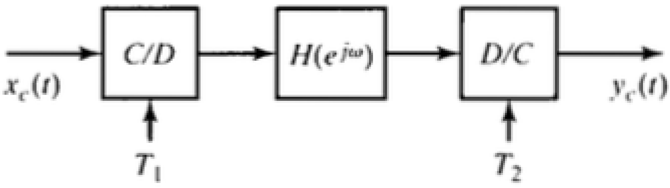
b) La señal $x[n]$ será transmitida a través de un canal digital. En el receptor, la señal original debe ser recuperada. Dibuje un diagrama del sistema de recuperación y especifique sus características. Puede utilizar filtros ideales en la reconstrucción.

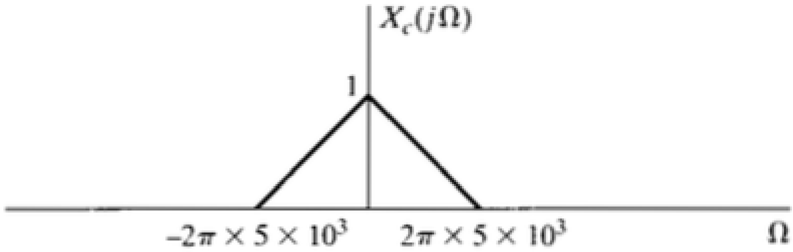
c) En términos de Ω_0. ¿Para que rangos de T la señal $x_c(t)$ se puede recuperar a partir de $x[n]$?

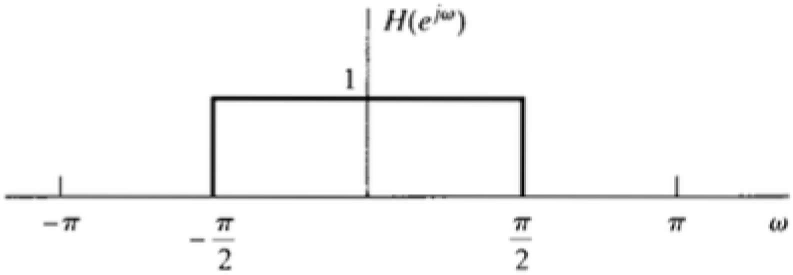
6. (1p) En el sistema de la figura se muestra $X_c(j\Omega)$ y $H(e^{j\omega})$. Diagrame y etiquete la transformada de Fourier de $y_c(t)$ para cada uno de los siguientes casos.

a) $1/T_1 = 1/T_2 = 10^4$

b) $1/T_1 = 2 \times 10^4$, $1/T_2 = 10^4$


C/D
H(e^{jω})
D/C
x_c(t)
y_c(t)
T_1
T_2


X_c(jΩ)
1
−2π × 5 × 10^3
2π × 5 × 10^3
Ω


H(e^{jω})
1
−π
−π/2
π/2
π
ω