

Laboratorio 02 – Parte Teórica

Entrega:

Horario 0791 - 23 de setiembre del 2024

Horario 0792 - 27 de setiembre del 2024

Problemas:

1. (2 pts.) Para cada uno de los siguientes sistemas, determine si el sistema es (1) estable, (2) causal, (3) lineal e (4) invariante en el tiempo.

- a) $T(x[n]) = x[n^2]$
- b) $T(x[n]) = x[n - 1] - 2x[4 - n]$
- c) $T(x[n]) = x[n] \cos(\omega_o n + \pi/4)$
- d) $T(x[n]) = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$

2. (2 pts.)

- a) Dada la secuencia $x[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n = 0 \\ 2, & n = 1 \\ 3, & n = 2 \\ 4, & n = 3 \\ 5, & n = 4 \\ 0, & n > 4 \end{cases}$, queremos encontrar la secuencia $x[-4 - n]$.

- 1) Consideraremos la secuencia $y_1[n]$ que se obtiene primero reflejando $x[n]$ con respecto a $n=0$ y luego desplazando el resultado cuatro muestras a la izquierda. Determine $y_1[n]$.
- 2) Consideraremos la secuencia $y_2[n]$ que se obtiene primero desplazando $x[n]$ cuatro muestras a la izquierda y luego reflejando el resultado con respecto a $n = 0$. Determine $y_2[n]$.

A partir de sus resultados responda: ¿son las secuencias $y_1[n]$ e $y_2[n]$ iguales? ¿Cuál representa correctamente la secuencia deseada $x[-4 - n]$?

- b) Un sistema LTI discreto en el tiempo tiene la siguiente respuesta impulsiva

$$h[n] = \begin{cases} 3, & n = 0 \\ 2, & n = 1 \\ -1, & n = 2 \\ 1, & n = 3 \\ 0, & n > 3 \end{cases}$$

Encuentra la salida del sistema $y[n]$, en los siguientes casos.

- 1) $x[n] = 2\delta[n] - \delta[n - 1]$
- 2) $x[n] = u[n] - u[n - 3]$

Nota: La flecha inferior corresponde al tiempo $n = 0$.

3. (1 pto.) Determina analíticamente la convolución discreta en los siguientes casos.

- a) $y[n] = (2^{-n}u[n - 2]) * u[n - 3]$
- b) $\underline{y[n]} = \cos(\frac{\pi}{2}n) * (2^n u[-n + 2])$

4. (1 pto.) Dado un sistema LTI discreto en el tiempo con respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(\omega - \frac{\pi}{4})} \left(\frac{1 + e^{-j2\omega} + 4e^{-j4\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j2\omega}} \right), \quad |\omega| < \pi$$

determinar la salida del sistema $y[n]$ si la entrada está dada por

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}(n + 1)\right).$$

5. (1 pto.) Una secuencia discreta tiene la siguiente transformada de Fourier en el tiempo-discreto

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 - a^2}{(1 - ae^{-j\omega})(1 - ae^{j\omega})}, \quad |a| < 1.$$

Encuentre la secuencia $x[n]$ y calcule la integral $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) \cos(\omega) d\omega$.

6. (1 pto.) Un sistema LTI (lineal e invariante en el tiempo) está descrito por la siguiente ecuación

$$y[n] = x[n] + 2x[n - 1] + x[n - 2].$$

- a) Determine $h[n]$, la respuesta impulsiva del sistema. ¿Es el sistema estable?
- b) Determine $H(e^{j\omega})$, la respuesta en frecuencia del sistema. Utilice identidades trigonométricas para simplificar la expresión.

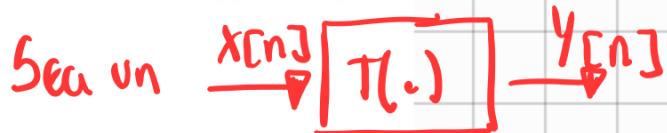
Porte teórica - Laboratorio 2

Hinojosa David, Céspedes Espinoza - 20213704

Pregunta 1

1. (2pts) Para cada uno de los siguientes sistemas, determine si el sistema es (1) estable, (2) causal, (3) lineal e (4) invariante en el tiempo.

- a) $T(x[n]) = x[n^2]$
- b) $T(x[n]) = x[n-1] - 2x[4-n]$
- c) $T(x[n]) = x[n] \cos(\omega_o n + \pi/4)$
- d) $T(x[n]) = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$



a) $Y[n] = X[n^2]$

① 2P

(1) Estabilidad: Sea un $x[n]$ estable $\rightarrow |x[n]| \leq M$ (acotado)

$\rightarrow |X[n^2]| \leq M$, porque el argumento solo desplaza los valores más no afecta la magnitud de la salida
 $|Y[n]| \leq M$ \rightarrow Es un sistema Bibo-Estable

(2) Causalidad: Probando para $n=2$ $Y[2] = X[4]$
 $n=3$ $Y[3] = X[9]$

A partir de $n=2$ la salida del sistema depende de valores de la entrada del futuro. (Viaja en el tiempo xd)
Las salidas no dependen solo de valores en el pasado o presentes \rightarrow No es un sistema causal

(3) Linealidad: Se debe cumplir que

$$T \left(\sum_k a_k x_k[n] \right) = \sum_k a_k T(x_k[n])$$

Como $T\{ \cdot \}$ solo actúa a nivel de argumentos de n

$$\rightarrow T\left\{ \sum_k a_k x[n] \right\} = \sum_k a_k y_k[n] = \sum_k a_k x_k[n^2]$$

$$y \sum_k a_k x_k[n] = \sum_k a_k y_k[n] \quad \checkmark \quad \text{Igualas}$$

→ El sistema sí es lineal

(4) Invarianza:

$$Y[n] = T\{X[n]\} = X[n^2] \rightarrow Y[n-n_0] = Y[(n-n_0)^2]$$

$$T\{X[n-n_0]\} = X[n^2-n_0] \neq Y[n-n_0]$$

$Y[n, n_0] \neq Y[n-n_0] \rightarrow$ El sistema No es Invariante en el tiempo

b) $Y[n] = X[n-1] - 2X[4-n]$

(1) Estabilidad: Sea $|X[n]| < M \rightarrow |X[n-1]| \leq M$

1 teórica al sumar y operar

2 señales acotadas, el resultado es una señal acotada

→ $Y[n]$ es acotado →

Solo si altera orden, $|X[4-n]| \leq M$
no magnitud

El sistema es Bi-estable

(2) Causalidad : Para $n=0 \rightarrow Y[0] = X[-1] - 2X[4]$

Lasalida (ontempo 0) depende de una entrada en el futuro (tempo 4).

Entonces el sistema no es causal

(3) Linealidad : Tomamos un $x[n] = \sum_k a_k x_k[n]$

$$T\{x[n]\} = \left(\sum_k a_k x_k[n-1] \right) - 2 \left(\sum_k a_k x_k[4-n] \right)$$

iguales

$$\sum_k a_k T\{x_k[n]\} = \sum_k a_k \left(x_k[n-1] - 2x_k[4-n] \right)$$

Entonces El sistema es lineal

(4) Invarianza : $Y[n] = X[n-1] - 2X[4-n]$

$$T\{x[n-n_0]\} = X[n-n_0-1] - 2X[4-n-n_0]$$

$$Y[n-n_0] = X[n-n_0-1] - 2X[4-n+n_0]$$

$Y[n-n_0] \neq Y[n, n_0] \rightarrow$ El sistema no es invariante en el tiempo

C) $Y[n] = X[n] \cos(\omega_0 n + \pi/4)$

(1) Estabilidad: $|x[n]| \leq M$

$$|\cos(w_0 n + \pi/\mu)| \leq 1 \quad |(x)|$$

$$|x[n] \cos(w_0 n + \pi/\mu)| \leq M$$

$$|y[n]| \leq M \quad \text{Leyendo}$$

→ El sistema es BIBO estable.

(2) Causal: la salida $y[n]$ solo depende de valores en el mismo instante de la entrada
El sistema es causal.

(3) Lineal: Tenemos $x[n] = \sum_k a_k x_k[n]$

$$T\{x[n]\} = \sum_k a_k x_k[n] \cos(w_0 n + \pi/\mu)$$

$$= \sum_k a_k (x_k[n] \cos(w_0 n + \pi/\mu))$$

→ El sistema es lineal.

(4) Invariancia:

$$y[n] = x[n] \cos(w_0 n + \pi/\mu) \rightarrow y[n-n_0] =$$

$$x[n-n_0] \cos(w_0 (n-n_0) + \pi/\mu)$$

$$\hookrightarrow y[n-n_0] = x[n-n_0] \cos(w_0 (n-n_0) + \pi/\mu)$$

≠

→ El sistema no es invariante en el ~~tiempo~~

d)

$$Y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

(1) Estabilidad : tomamos un $|x[n]| \leq M$

Usamos un contraejemplo para demostrar lo contrario

$x[n] = 1$ (lumpo entrada acotada)

poro $Y[n] = \sum_{k=-\infty}^n 1$ (La suma diverge)

→ La salida no es estable

→ El sistema no es BIBO - estable

(2) Causalidad : El sistema funciona como acumulador
es decir suma todos los valores del pasado
hasta el actual . $y[3] = x[3] + x[2] + x[1] + x[0] + \dots$

La salida siempre dependerá de valores del pasado o actuales

→ El sistema es causal

(3) Lineal : $X[n] = \sum_k a_k x_k[n]$

$$T\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^n x[k] = \sum_{k=-\infty}^n \left(\sum_m a_m x_m[k] \right)$$

$$= \sum_m a_m \underbrace{\left(\sum_{k=-\infty}^n x_m[k] \right)}_{T\{x_m[n]\}}$$

→ El sistema si
es lineal

(4) Invarianza:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots$$

$$y[n-n_0] = x[n-n_0] + x[n-1-n_0] + \dots$$

$$y[n, n_0] = x[n-n_0] + x[n-1-n_0] + \dots$$

$$\rightarrow y[n, n_0] = y[n-n_0] \rightarrow \text{Si es invariantes en el tiempo}$$

6. (1 pto.) Un sistema LTI (lineal e invariante en el tiempo) está descrito por la siguiente ecuación

$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2].$$

a) Determine $h[n]$, la respuesta impulsiva del sistema. ¿Es el sistema estable?

b) Determine $H(e^{j\omega})$, la respuesta en frecuencia del sistema. Utilice identidades trigonométricas para simplificar la expresión.

a) $h[n] = ? \times \delta[n]$

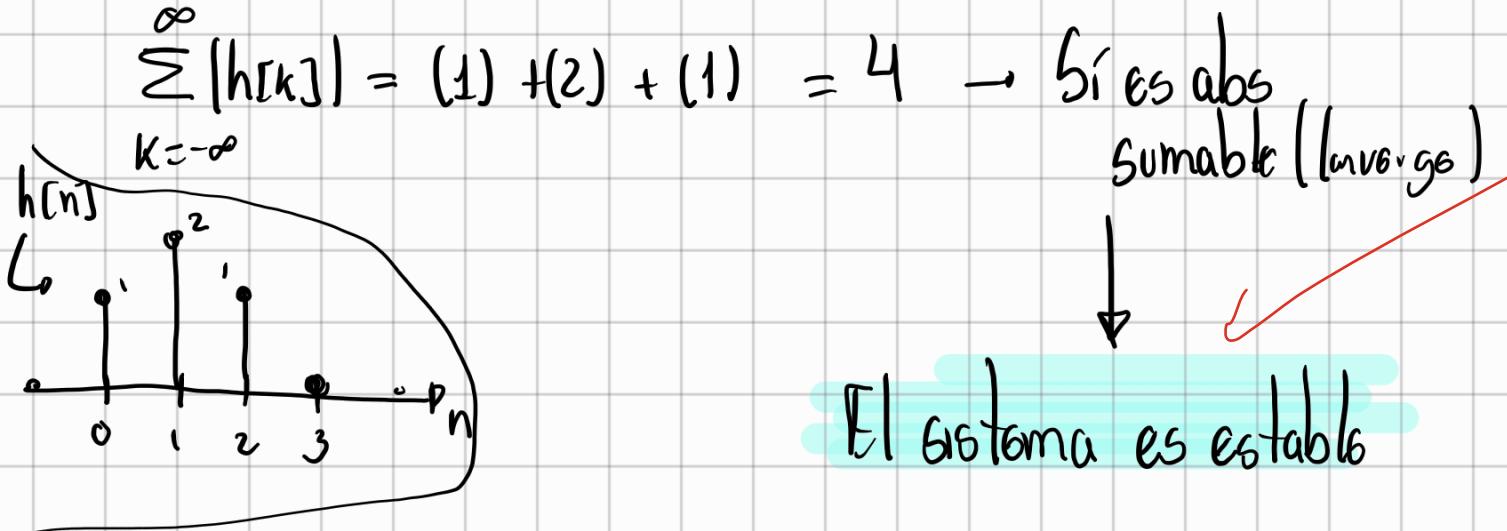
→ Reemplazando $y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2]$

$$h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$$

↳ respuesta al impulso

Si $h[n]$ es absolutamente sumable

→ El sistema es estable



b) $H(e^{j\omega}) = \text{DFT}\{h[n]\}$

$$\text{Definición } H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-jn\omega}$$

$$= 1 + 2e^{-j\omega} + e^{-2j\omega}$$

$$= e^{-j\omega} (e^{j\omega} + 2 + e^{-j\omega})$$

$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega} (2 + 2 \cos(\omega))$

función de transferencia

5. (1 pto.) Una secuencia discreta tiene la siguiente transformada de Fourier en el tiempo-discreto

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 - a^2}{(1 - ae^{-j\omega})(1 - ae^{j\omega})}, \quad |a| < 1.$$

Encuentre la secuencia $x[n]$ y calcule la integral $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) \cos(\omega) d\omega$.

5

1P

$$(1 - ae^{-j\omega})(1 - ae^{j\omega}) = 1 - ae^{j\omega} - ae^{-j\omega} + a^2$$

también

$$A(1 - ae^{j\omega}) + B(1 - ae^{-j\omega}) = 1 - a^2$$

$\uparrow \quad \uparrow$

$$1 - ae^{j\omega} + (ae^{j\omega})(1 - ae^{-j\omega}) = 1 - a^2$$

$$\cancel{1 - ae^{j\omega} + ae^{j\omega}} - a^2 = 1 - a^2$$

$$\rightarrow X(e^{j\omega}) = \frac{(1 - ae^{j\omega}) + (+ae^{j\omega})(1 - ae^{-j\omega})}{(1 - ae^{-j\omega})(1 - ae^{j\omega})}$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} + \frac{ae^{j\omega}}{1 - ae^{j\omega}}$$

x tablas sabemos que

$$\text{DFT } \left\{ a^n u[n] \right\} = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$$

Y tamb $\xrightarrow{\text{x propiedades}}$
 $P[n] \leftrightarrow P(e^{j\omega})$

$$P[-n] \rightarrow P(e^{-j\omega})$$

$$\text{con } |a| < 1$$

$$Y \quad P[n - n_0] \leftrightarrow P(e^{j\omega}) e^{jn_0 \omega}$$

$$\rightarrow \text{DFT} \left\{ \bar{a}^n u[-n] \right\} = \frac{1}{1 - ae^{j\omega}}$$

$$\rightarrow \text{DFT} \left\{ \bar{a}^{n-1} u[-n-1] \right\} = \frac{e^{jn_0 \omega}}{1 - ae^{j\omega}}$$

$$\rightarrow X(e^{jw}) = \frac{1}{1-a e^{jw}} + \frac{a e^{jw}}{1-a e^{jw}} \quad \left. \right\} F^{-1}$$

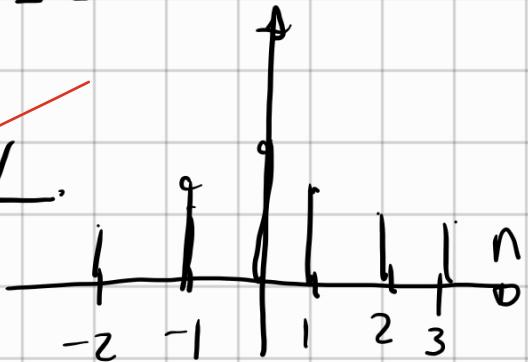
$$X[n] = a^n u[n] + a^{-n-1} u[-n-1]$$

~~$X[n] = a^n u[n] + a^{-n} u[-n-1]$~~

(equivalente)

$X[n] = a^{|n|}$ Lg g d

↳ Señal antitimpón discreto



→ Calcular $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) \cos(w) dw$ Es similar a IDFT

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) \left(\frac{e^{jw} + e^{-jw}}{2} \right) dw$$

$$\beta = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) e^{jw} dw \right) \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) e^{-jw} dw \right) \frac{1}{2}$$

Usaremos frucazo

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) e^{jw} e^{jwn} dw + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) e^{-jw} e^{jwn} dw \right) \Big|_{n=0}$$

IDFT (I) IDFT (II) Evaluando n=0

$$\text{Si } X[n] \xrightarrow{\text{F1y}} X(e^{jw})$$

$$X[n-1] \xrightarrow{\text{F1y}} X(e^{jw}) e^{jw}$$

$$\Rightarrow (I) = X[n-1] \quad \text{y} \quad (II) = X[n+1]$$

$$\rightarrow \beta = \frac{1}{2} \left(X[n-1] + X[n+1] \right) \Big|_{n=0}$$

$$\beta = \frac{1}{2} (X[-1] + X[1])$$

$$X[n] = a^{\ln T}$$

$$\hookrightarrow X[1] = X[-1] = a$$

$$\beta = \frac{2a}{2} \quad \hookrightarrow \boxed{\beta = a}$$

Entonces . . .

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{jw}) \cos(w) dw = a \quad \cancel{\text{Rpta}}$$

Pregunta 3

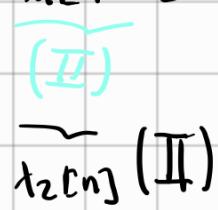
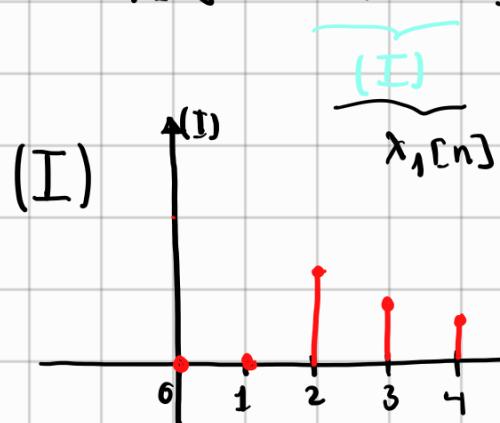
3. (1 pto.) Determina analíticamente la convolución discreta en los siguientes casos.

a) $y[n] = (2^{-n}u[n-2]) * u[n-3]$

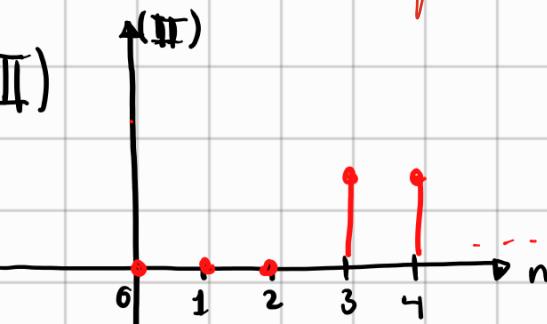
b) $y[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n) * (2^n u[-n+2])$



a) $y[n] = 2^{-n} u[n-2] * u[n-3]$



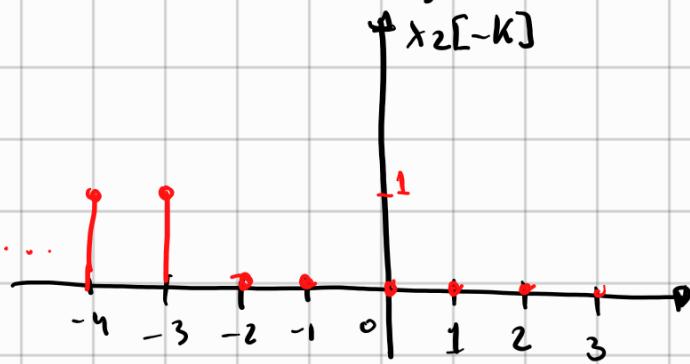
(III)



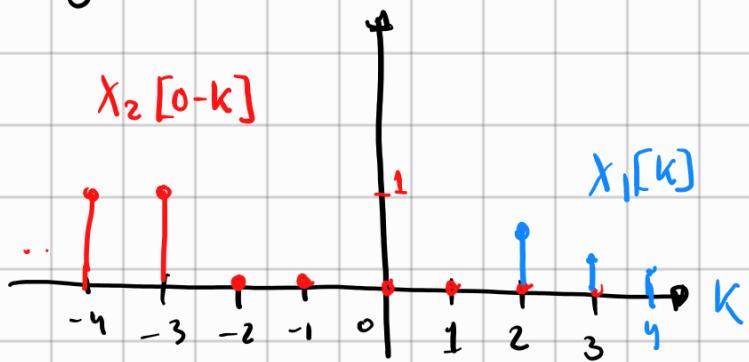
3 1p

Por definición: $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] x_2[n-k]$

Primeros instantes (II)



Segundo vemos si se solapan con n=0



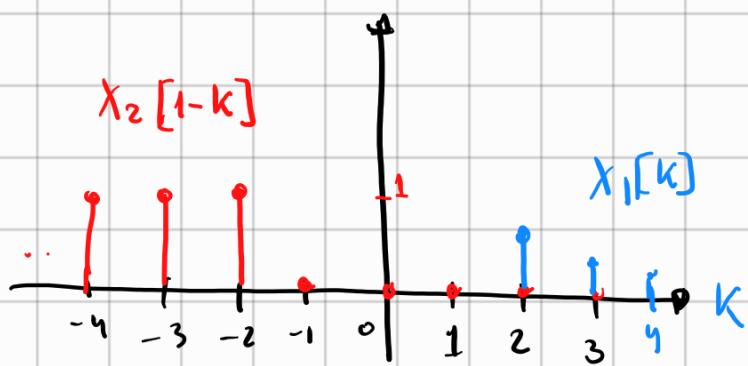
Se nota que para

$$n < 0$$

$$\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[n-k] x_1[k] \right) = 0$$

$\rightarrow y[n] = 0, n < 0$

Luego $n=1$



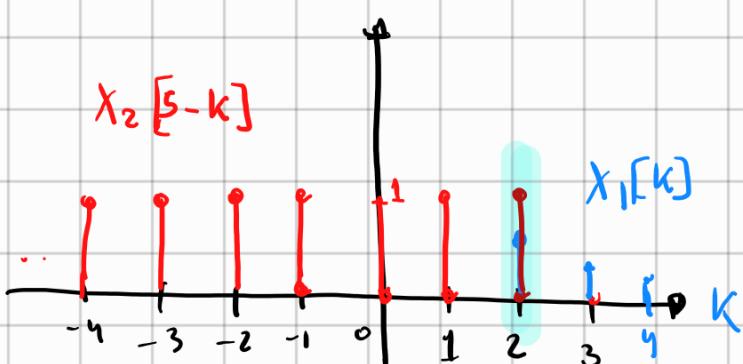
de nuevo no hay
traslape

$$\Rightarrow Y[1] = 0$$

x observación hasta
 $n=4$, $y[n]=0$

$$\rightarrow \boxed{Y[n] = 0, n \leq 4}$$

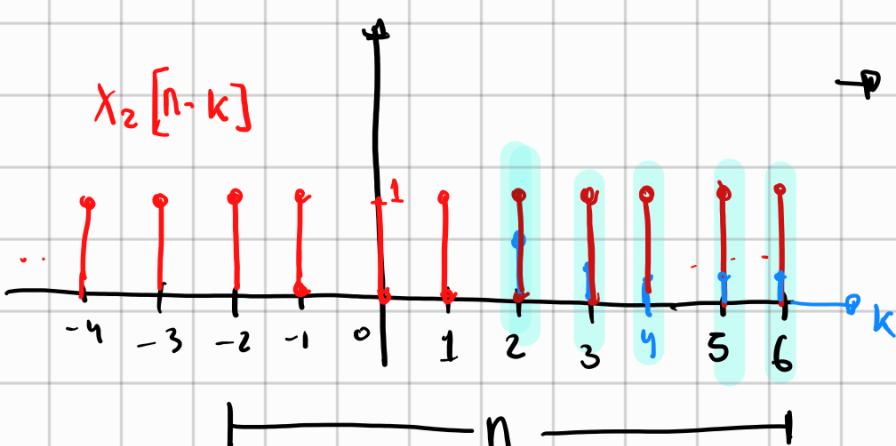
Ahora para $n=5$



Hay 1 traslape

$$Y[5] = (1)(2^{-2}) = 1/4$$

En general podemos observar esto como un acumulado



$$\rightarrow Y[n] = \sum_{k=2}^{n-3} 2^{-k}, n \geq 5$$

$$Y[n] = \left(\sum_{k=0}^{n-3} 2^{-k} \right) - 1 - \frac{1}{2}$$

$$Y[n] = \left(\frac{1 - (1/2)^{n-2}}{1 - (1/2)} \right) - 3/2 \rightarrow Y[n] = 2 \left(1 - (1/2)^{n-2} \right) - 3/2$$

$$\boxed{Y[n] = 1/2 - 2(1/2)^{n-2}}$$

$\forall n \geq 5$

$$\rightarrow Y[n] = \left(\frac{1}{2} - 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \right) u[n-5] \text{ Rpta}$$

Otra forma para confirmar xd

$$Y[n] = 2^{-n} u[n-2] * u[n-3]$$

$$Y[n+5] = 2^{-2} \left(2^{-n} u[n] * u[n] \right) \xrightarrow{\text{desplazamientos}}$$

$$Y[n+5] = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} \right) u[n]$$

$$Y[n] = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} \right) u[n-5]$$

$$Y[n] = \left(\frac{1}{2} - 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \right) u[n-5]$$

b) $Y[n] = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}_{h_1[n]} * \underbrace{2^n}_{h_2[n]} u[-n+2]$

$$\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n=1 \\ -1, & n=2 \\ 0, & n=3 \end{cases}$$

es periódico
ca periodo = 4

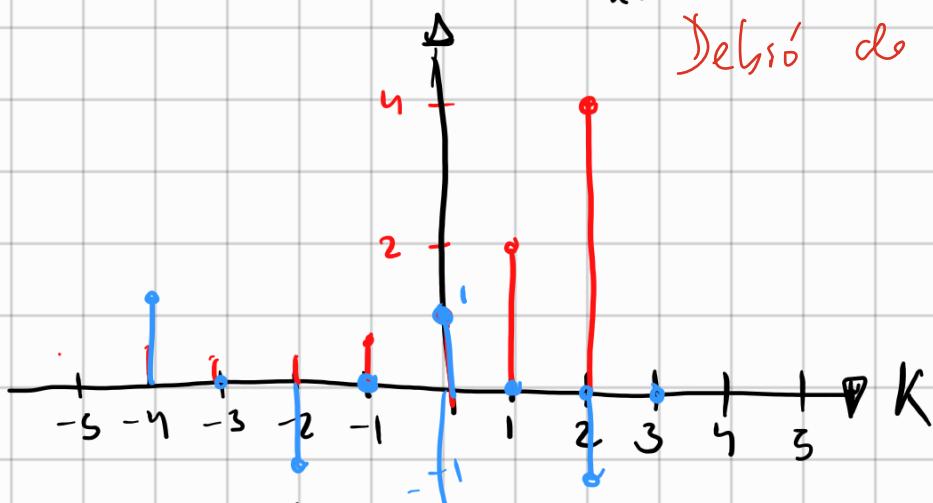
1º inversión de $\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$; pero es par así que no cambia

2º Vemos traslapo

Para $n=0$

$$Y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k] \cdot x_1[0-k]$$

Delsó de $x_2[k]$ analíticamente

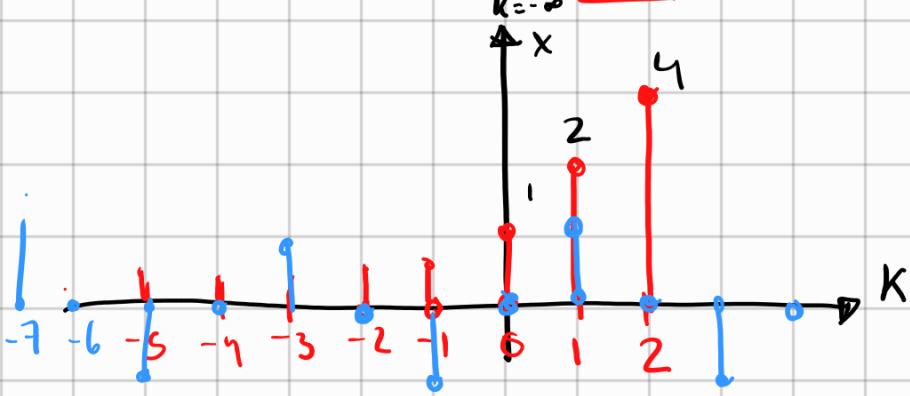


Siempre se lapa

$$\begin{aligned} Y[0] &= \left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + 2^{-12} + \dots \right) \\ &\quad - \left(2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-10} + \dots \right) - 4 \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} (2^4)^k - 2^{-2} \left(1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots \right) - 4 \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} (2^4)^k - 2^{-2} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (2^4)^k \right) - 4 \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (2^{-4})^k - \frac{1}{4} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (2^{-4})^k \right) - 4 \\ &= \left(\frac{1}{1-2^{-4}} \right) \left(1 - \frac{1}{2^{-4}} \right) - 4 \end{aligned}$$

$$Y[0] = -3,2$$

para $n=1$ $y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k] \cdot x_1[i-k]$



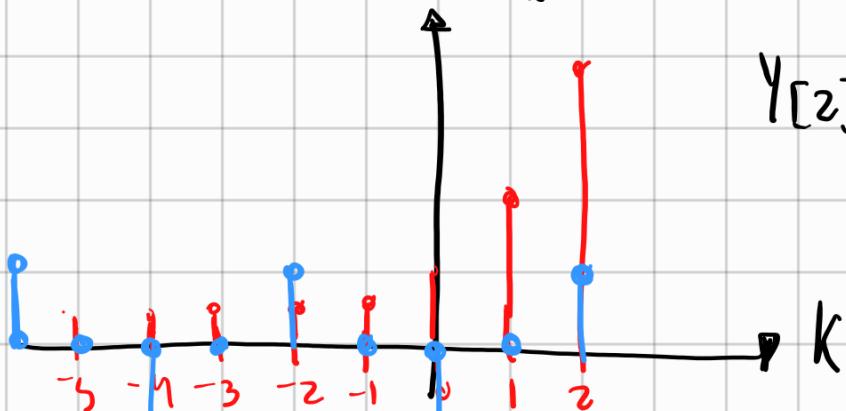
$$y[1] = (2^{-3} + 2^{-7} + 2^{-11} + \dots) - (2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-9} + \dots) + 2$$

$$y[1] = 2^{-3} (1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots) + 2 - 2^{-1} (1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots)$$

$$y[1] = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{1-2^{-4}} \right) + 2 \rightarrow y[1] = 1,6$$

Para $n=2$

$$y[2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k] x_1[2-k]$$

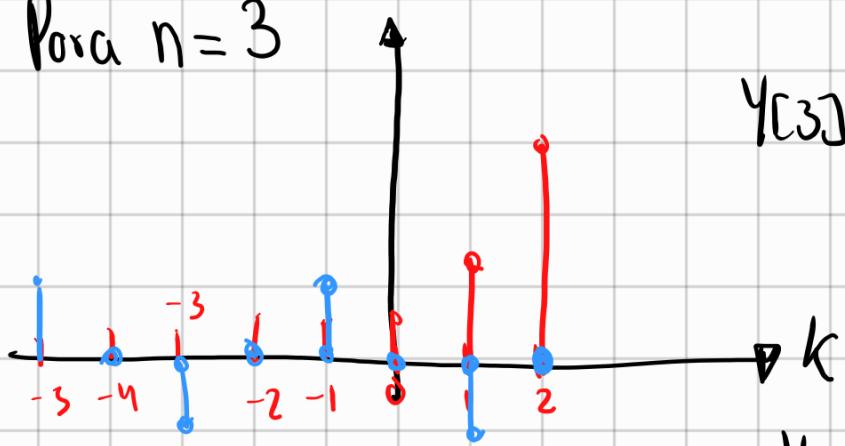


$$y[2] = 4 + (2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-10} + \dots) - (1 + 2^{-4} + 2^{-8} + \dots)$$

$$y[2] = 4 + (2^{-2} - 1) \left(\frac{1}{1-2^{-4}} \right)$$

$$y[2] = 3,2$$

Para $n=3$



$$Y[3] = -2 + \left(2^{-1} + 2^{-5} + \dots \right) - \left(2^{-3} + 2^{-7} + \dots \right)$$

$$Y[3] = -2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) \left(\frac{1}{1-2^{-4}} \right)$$

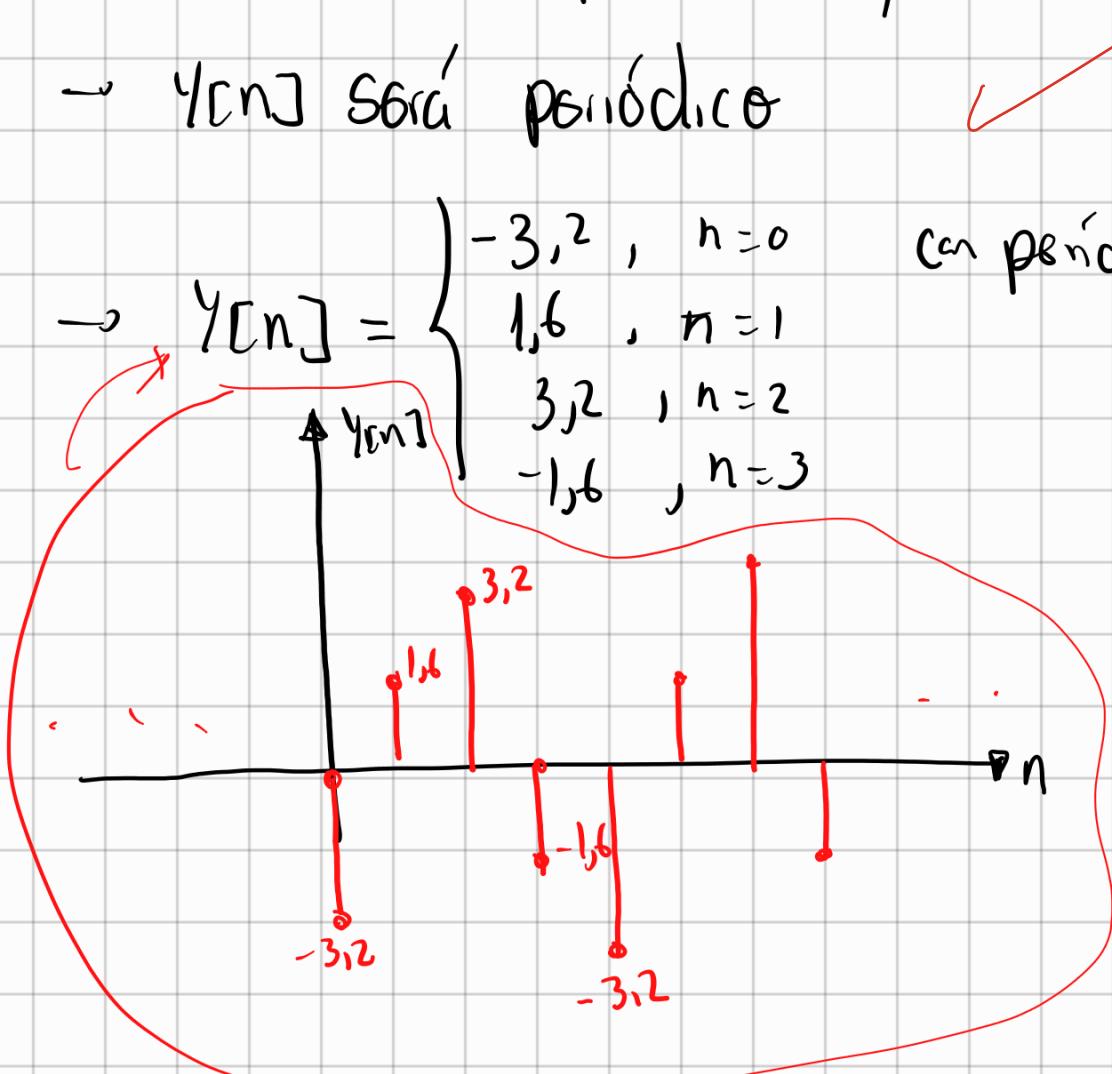
$$Y[3] = -1,6$$

(como $y[n]$ es el resultado de una convolución de una señal periódica y otra aperiódica)

→ $y[n]$ será periódico

con período $N=4$

$$\rightarrow Y[n] = \begin{cases} -3,2, & n=0 \\ 1,6, & n=1 \\ 3,2, & n=2 \\ -1,6, & n=3 \end{cases}$$



Pregunta(4)

4. (1 pto.) Dado un sistema LTI discreto en el tiempo con respuesta en frecuencia

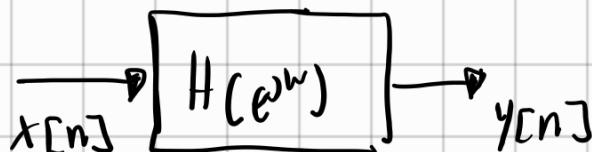
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(\omega - \frac{\pi}{4})} \left(\frac{1 + e^{-j2\omega} + 4e^{-j4\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j2\omega}} \right), \quad |\omega| < \pi$$

determinar la salida del sistema $y[n]$ si la entrada está dada por

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}(n+1)\right).$$

(4) 1 p

Tengamos



x teórica de superposición de expo complejas

$$X[n] = \sum_k a_k e^{j\omega_k n} \rightarrow Y[n] = \sum_k a_k H(\omega_k) e^{j\omega_k n}$$

((cuando entrada es periódica))

$$\sim X[n] = \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{\pi}{2}(n+1)} + e^{-j\frac{\pi}{2}(n+1)} \right).$$

$$\hookrightarrow X[n] = \frac{e^{j\frac{\pi}{2}}}{2} e^{j\frac{\pi n}{2}} + \frac{e^{-j\frac{\pi}{2}}}{2} e^{-j\frac{\pi n}{2}}$$

$$\hookrightarrow Y[n] = \frac{e^{j\frac{\pi}{2}}}{2} H(e^{j\frac{\pi}{2}}) e^{j\frac{\pi n}{2}} + \frac{e^{-j\frac{\pi}{2}}}{2} H(e^{-j\frac{\pi}{2}}) e^{-j\frac{\pi n}{2}}$$

Ahora evaluamos

$$H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = e^{-j(\frac{\pi}{4})} \left(\frac{\cancel{1} + \cancel{e^{-j\pi}} + 4e^{-j2\pi}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\pi}} \right) = e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{(4)}{\frac{1}{2}} = 8e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

$\cancel{1}$

$\cancel{e^{-j\pi}}$

$\cancel{4e^{-j2\pi}}$

$\cancel{1 + \frac{1}{2}e^{-j\pi}}$

$\cancel{-1}$

$$H(e^{-j\frac{\pi}{2}}) = e^{-j(-\frac{3\pi}{4})} \left(\frac{\cancel{1} + \cancel{e^{j\pi}} + 4e^{j2\pi}}{1 + \frac{1}{2}e^{j\pi}} \right) = e^{j\frac{3\pi}{4}} \frac{(4)}{\frac{1}{2}} = 8e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

$\cancel{1}$

$\cancel{e^{j\pi}}$

$\cancel{4e^{j2\pi}}$

$\cancel{1 + \frac{1}{2}e^{j\pi}}$

$\cancel{-1}$

$$Y[n] = \frac{e^{j\pi/2}}{2} 8e^{-j\pi/4} e^{j\pi n/2} + \frac{e^{-j\pi/2}}{2} 8e^{j3\pi/4} e^{-j\pi n/2}$$

$$Y[n] = \frac{8}{2} e^{j\pi/4} e^{j\pi n/2} + \frac{8}{2} e^{j\pi/4} e^{-j\pi n/2}$$

$$= 8 e^{j\pi/4} \left(\frac{e^{j\pi n/2} + e^{-j\pi n/2}}{2} \right)$$

$$Y[n] = 8 e^{j\pi/4} (\cos(\pi n/2))$$

← Salida del sistema //

Pregunta 2

2 2P

2. (2 pts.)

a) Dada la secuencia $x[n] = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, queremos encontrar la secuencia $x[-4 - n]$.

1) Consideremos la secuencia $y_1[n]$ que se obtiene primero reflejando $x[n]$ con respecto a $n=0$ y luego desplazando el resultado cuatro muestras a la izquierda. Determine $y_1[n]$ y grafique $y_1[n]$.

2) Consideremos la secuencia $y_2[n]$ que se obtiene primero desplazando $x[n]$ cuatro muestras a la izquierda y luego reflejando el resultado con respecto a $n = 0$. Determine $y_2[n]$.

A partir de sus resultados responda: ¿son las secuencias $y_1[n]$ e $y_2[n]$ iguales? ¿Cuál representa correctamente la secuencia deseada $x[-4 - n]$?

b) Un sistema LTI discreto en el tiempo tiene la siguiente respuesta impulsiva

$$h[n] = \{3, 2, -1, 1\}.$$

Encuentra la salida del sistema $y[n]$ en los siguientes casos.

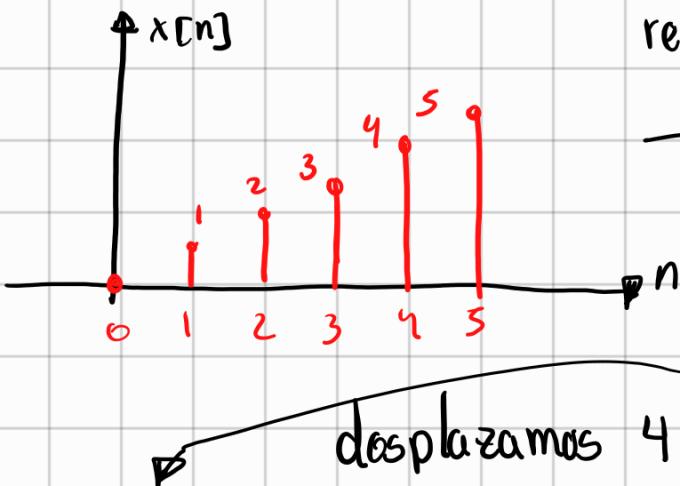
1) $x[n] = 2\delta[n] - \delta[n - 1]$

2) $x[n] = u[n] - u[n - 3]$

Nota: La flecha inferior corresponde al tiempo $n = 0$.

a)

1) Graficamos $x[n]$



reflejarnos



desplazamos 4 espacios

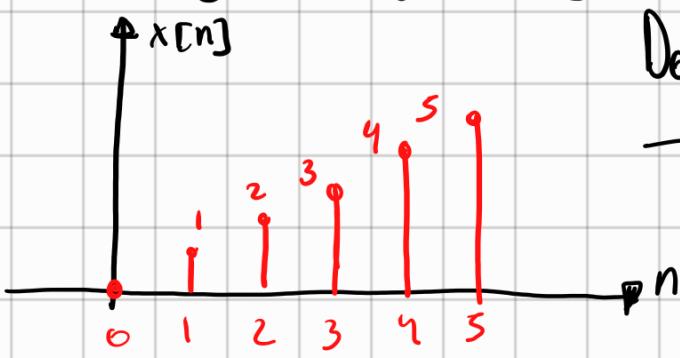
$x[-n-4]$



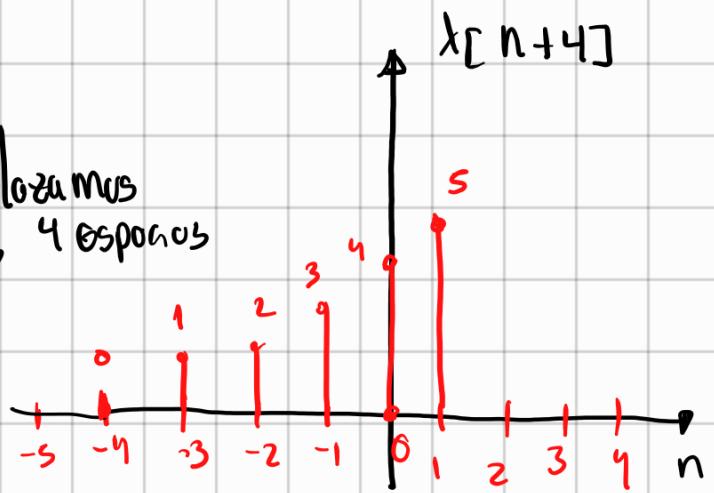
$y_1[n] = x[-n-4]$

2) En cambio

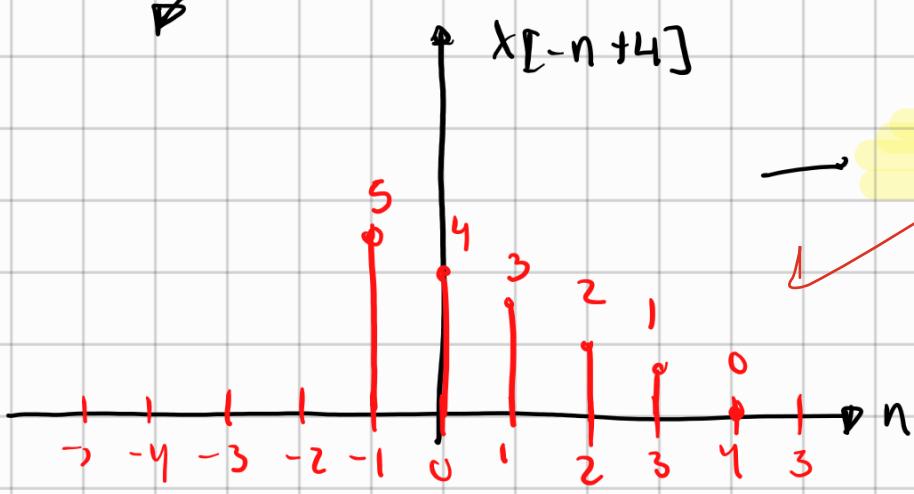
Graficamos $x[n]$



Desplazamiento
4 espacios



Inversión



$$\rightarrow Y_2[n] = X[-n+4]$$

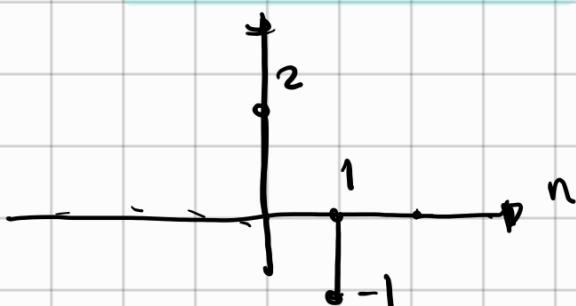
Finalmente, por observación $Y_1[n] \neq Y_2[n]$

~~La secuencia solicitada $x[-n-4]$ está bien representada por $Y_1[n]$.~~

b) Si $h[n] = \{3, 2, -1, 1\}$

hallar $y[n]$ para

$$\Rightarrow x[n] = 2\delta[n] - \delta[n-1]$$



Método de la cinta : $(\text{con } n < 0, y[n] = 0)$

para $n=0$

$$y[0] = 6$$

$h[k]$	3	2	-1	1
$x_{[0-k]}$	-1	2		

$$n=1$$

$h[k]$	3	2	-1	1
$x_{[1-k]}$	-1	2		

$$y[1] = -3 + 4 = 1$$

$$n=2 \rightarrow y[2] = (-1)(2) + (2)(-1) = -4$$

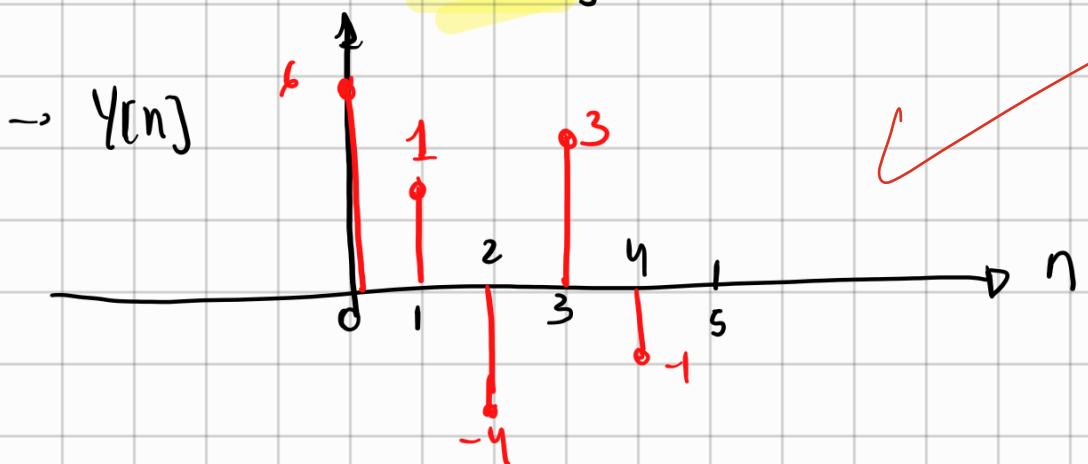
$$n=3 \rightarrow y[3] = (-1)(-1) + (2)(1) = 3$$

$$n=4 \rightarrow y[4] = (-1)(1) + (2)(0) = -1$$

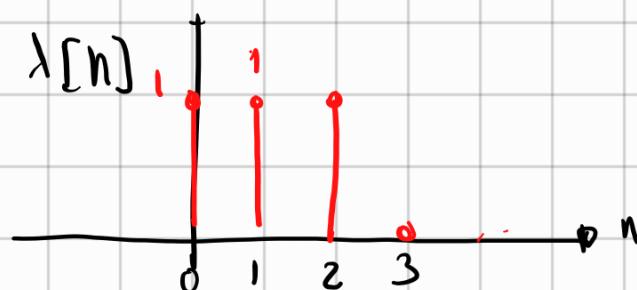
$$\rightarrow n \geq 5 \rightarrow y[n] = 0$$

$$\rightarrow y[n] = 6\delta[n] + 1\delta[n-1] - 4\delta[n-2] + 5\delta[n-3]$$

$$- \delta[n-4]$$



$$\Rightarrow x[n] = u[n] - u[n-3]$$



Método Cinta Corredizora

$$n=0 \quad h[k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad y[0] = 3$$

$$x[0-k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$n=1 \quad h[k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad y[1] = 5$$

$$x[1-k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$n=2 \quad h[k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad y[2] = 4$$

$$x[2-k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$n=3 \quad h[k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad y[3] = 2$$

$$x[3-k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$n=4 \quad h[k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad y[4] = 0$$

$$x[4-k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$n=5 \quad h[k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad y[5] = 1$$

$$x[5-k] \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$n>6 \quad y[n] = 0$$

$$\rightarrow y[n] = \left\{ \begin{array}{l} 3, 5, 4, 2, 0, 1 \end{array} \right.$$

$$y[n] = 3\delta[n] + 5\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$$

$\delta[n-5]$

