Glossaire

1 Graphe orienté

— Un **graphe orienté** $G = (X, U)$ est défini par :

- Un ensemble X dont les éléments sont appelés des **sommets**. L'ordre de G est le nombre n de sommets de G.
- Un ensemble U dont les éléments $u = (i, j)$ sont des couples ordonnés de sommets appelés des **arcs**. On note par m le nombre d'arcs de G : $|U| = m$. Etant donné l'arc $u = (i, j)$, on dit que i est l'**extrémité initiale** et j l'**extrémité terminale**, j est **successeur** de i et i est **prédécesseur** de j.

— Un **p-graphe** est un graphe sans boucle dans lequel il existe au plus p arcs de la forme (i, j) $\forall$ i, j, deux sommets distincts de G.

— L'ensemble des **successeurs** d'un sommet i se note $\Gamma^+_G(i)$ ou $\Gamma^+(i)$ quand il n'y a pas d'ambiguïté sur le graphe.

— L'ensemble des **prédécesseurs** d'un sommet i se note $\Gamma^-_G(i)$ ou $\Gamma^-(i)$.

— L'ensemble des **voisins** d'un sommet i est défini par : $\Gamma_G(i) = \Gamma^+_G(i) \cup \Gamma^-_G(i)$.

— Le **demi-degré extérieur** (resp. **intérieur**) du sommet i, noté $d^+(i)$ (resp. $d^-(i)$) désigne le nombre d'arcs ayant i comme extrémité initiale (resp. terminale). On a :

$$d^+(i) = |\Gamma^+_G(i)| \text{ et } d^-(i) = |\Gamma^-_G(i)|$$

— Le **degré** du sommet i, noté $d(i)$, est le nombre d'arcs ayant i comme extrémité. On a :

$$d(i) = d^+(i) + d^-(i)$$

— G^{-1} est le **graphe inverse** obtenu à partir de G en inversant le sens des arcs.

— Un graphe G est dit **complet** si $\forall$ i, j, deux sommets distincts de G, il existe au moins un arc (i, j) ou (j, i).

— Un graphe G est dit **plein** si $\forall$ i, j, deux sommets distincts de G, $(i, j) \in U$ et $(j, i) \in U$.

2 Graphe non orienté

— Un **graphe non orienté** $G = (X, E)$ est défini par :

- Un ensemble X de sommets.
- Un ensemble E dont les éléments $e = \{i, j\}$ sont des couples de sommets non ordonnés appelés des **arêtes**.

— L'ensemble $\Gamma(i) = \{j \in X : \{i,j\} \in E\}$ est appelé le **voisinage** de i.
— Le **degré** d'un sommet i est défini par $d(i) = |\Gamma(i)|$. C'est le nombre de ses voisins.

— Un **multigraphe** est un graphe non orienté pour lequel il peut exister plusieurs arêtes entre deux sommets i et j de G.
— Un graphe est dit **simple** s'il existe au plus une arête entre deux sommets quelconques de G.
— Un sous-ensemble de sommets $C \subseteq X$ tel que deux sommets quelconques de C sont reliés par une arête est appelé une **clique**.
— Un sommet isolé constitue à lui seul une clique. Une clique d'ordre l est noté K_l.
— Un sous-ensemble de sommets $S \subseteq X$ tel que deux sommets quelconques de S ne sont pas reliés par une arête est appelé un **stable**. Un sommet isolé constitue à lui seul un stable.
— Etant donné un graphe simple $G = (X, E)$, son graphe **complémentaire** $\bar{G} = (X, \bar{E})$, défini sur le même ensemble de sommets, est tel que : $\{i,j\} \in \bar{E}$ ssi $\{i,j\} \notin E$.

3 Définitions communes aux graphes orientés ou non

Adjacence. Deux arêtes (arcs) sont dits **adjacentes** si elles ont au moins une extrémité commune.

Sous-graphe engendré par un sous-ensemble de sommets. Soit $A \subset X$ un sous-ensemble de sommets, le sous-graphe engendré par A est le graphe G_A dont les sommets sont les éléments de A et les arcs (resp. arêtes) les éléments de U (resp. E) ayant leur deux extrémités dans A.

Graphe partiel engendré par un sous-ensemble d'arcs (resp. d'arêtes). Soit $V \subset U$ un sous-ensemble d'arcs, le graphe partiel engendré par V est le graphe dont les sommets sont ceux de X et les arcs ceux de V.

Sous-graphe partiel. Soit $A \subset X$ et $V \subset U$, le sous-graphe partiel engendré par A et V est le graphe partiel de G_A engendré par V.

La **densité** d'un graphe est donnée par le quotient m/n^2.

Un graphe est dit **valué** quand ses arcs et/ou ses sommets sont dotés d'un poids (ou longueur).