

ÉPREUVE DU 02/10/2019

Les notes de cours, calculatrices et téléphones portables ne sont pas autorisés.

Durée de l'épreuve : 1 heure.

Question de cours (2 pts)

Soit X une variable aléatoire réelle sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, et soit $a \in \mathbb{R}$.

1. Justifier que l'ensemble $\{X = a\}$ est bien dans \mathcal{F} .
2. Exprimer $\mathbb{P}(X = a)$ à l'aide de la fonction de répartition F_X (sans justifier).
3. Que donne cette formule dans le cas où X admet une densité ?

Exercice 1 (4 pts)

On lance trois fois de suite un dé. Proposer un espace probabilisé pour décrire cette expérience, puis déterminer lequel des événements suivants est le plus probable.

1. Les trois chiffres obtenus sont identiques.
2. La somme des trois chiffres obtenus vaut cinq.
3. Le chiffre six est obtenu exactement deux fois.

Exercice 2 (4 pts)

Sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, on considère les ensembles suivants :

$$\mathcal{E} := \{A \in \mathcal{F} : \mathbb{P}(A) = 0 \text{ ou } \mathbb{P}(A) = 1\}.$$

$$\mathcal{C} := \{A \in \mathcal{F} : \mathbb{P}(A) = 0\}.$$

1. Montrer que \mathcal{E} est une tribu sur Ω .
2. Montrer que \mathcal{C} n'est pas une tribu sur Ω , puis déterminer $\sigma(\mathcal{C})$.