

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО"

**ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6**

по дисциплине

**"ИНФОРМАТИКА "**

**"Работа с системой компьютерной вёрстки T<sub>E</sub>X"**

Вариант №33

*Выполнил:*

Студент группы Р3118

Павлов Александр Сергеевич

*Преподаватель:*

Балакшин Павел Велерьевич



Санкт-Петербург, 2021

ние приводится к виду  $4 \cos y = -3 \cos 3y$ , или  $\cos y = -3 \cos 3y - 3 \cos y = -6 \cos y \cdot \cos 2y$ ,

**2. 9109.** Указание. Пусть  $A=xyzt$ , где  $x, y, z, t$  — цифры. Из условия после преобразований получим уравнение  $111(x-t) + 10(y-z)=10$ , откуда  $x=t, y-z=1$ .

**3.**  $(3; +\infty)$  при  $a \leq 2$ ;

$(2; a) \cup (3; +\infty)$  при  $2 < a \leq 3$ ;

$(2; 3) \cup (a; +\infty)$  при  $a > 3$

Указание. Исходное неравенство равносильно совокупности двух систем:

$$\begin{cases} x-a > 0, \\ \log_3(x-2) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x-a < 0, \\ \log_3(x-2) < 0. \end{cases}$$

$$4. \frac{d^2 \sin \phi \sin \alpha (1 + 2 \cos 2\phi)}{8 \cos^3 \phi} \times$$

$$\times \sqrt{4 \cos^2 \alpha \cos^2 \phi + \sin^2 \alpha (1 - 2 \cos 2\phi)^2}$$

при  $0 < \phi < \pi/4$ ;

$$\frac{1}{4} d^2 \sin 2\alpha \sin 2\phi \frac{\sqrt{4 \cos^2 \phi + \operatorname{tg}^2 \alpha (2 \sin \phi - \cos 2\phi)^2}}{2 \sin \phi - \cos 2\phi}$$

при  $\pi/4 \leq \phi < \pi/2$

Указание. Пусть  $O$  — центр описанной около треугольника  $ABC$  окружности,  $O_1$  — точка пересечения высот равному ему треугольника  $A_1B_1C_1$  (рис. 5). Если  $0 < \phi < \pi/4$ , треугольник  $ABC$  остроугольный и точки  $O$  и  $O_1$  лежат внутри треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно, так что в этом случае сечение является трапецией (рис. 6). При  $\pi/4 \leq \phi < \pi/2$  треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  либо прямоугольные (при  $\phi = \pi/4$ ), либо тупоугольные, а сечение будет треугольником (рис. 7).

В первом случае  $AB = d \sin \alpha$ ,  $BB_1 = d \cos \alpha$ . Пусть  $O_2$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$  (рис. 8). Тогда  $BO = AB/(2 \cos \phi)$ ,  $BO_2 = BC \times \cos 2\phi / \cos \phi$  и  $OO_2 = |BO - BO_2| = d \sin \alpha |1 - 2 \cos 2\phi| / (2 \cos \phi)$ . Высоту  $OO_1$  трапеции находим из соотношения

$$OO_1^2 = OO_2^2 + BB_1^2.$$

Для вычисления оснований трапеции — отрезков  $MN$  и  $M_1N_1$  — воспользуйтесь подобием соответствующих треугольников:

$$MN = AC \cdot \frac{BO}{BD}; M_1N_1 = AC \cdot \frac{BO_2}{BD}.$$

Если  $\pi/4 \leq \phi < \pi/2$ , сечение — треугольник с основанием, равным  $AC = 2d \sin \alpha \sin \phi$  и высотой  $KL$ .

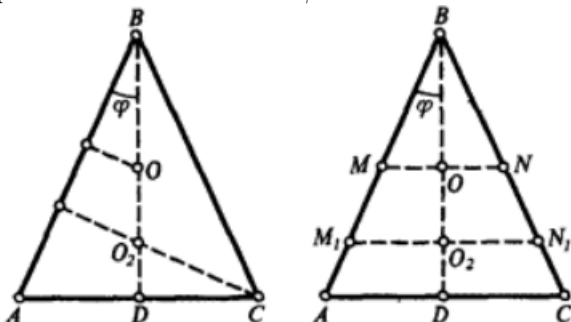


Рис. 8.

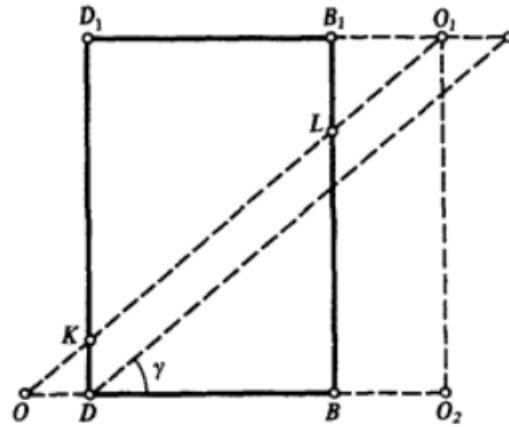


Рис. 9.

При вычислении  $KL$  нужно, как и раньше, найти  $OO_2 = O_2D + OB - BD$  (рис. 9), заметить, что  $KL = BD / \cos \gamma$ , где  $\gamma$  — угол наклона секущей плоскости к плоскости основания и воспользоваться тем, что  $\operatorname{tg} \gamma = B_1B / OO_2$ .

Вариант 2

$$1. \frac{\pi}{4}(4k+1); -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{4 - \sqrt{17}}{\sqrt{2}} + \pi k, k \in Z.$$

2. 60 ч.

3.  $x_1 = -(c + 63); x_2 = 1 - c$ . Оба корня положительны при  $c < -63$ .

4. Если  $0 < \gamma \leq \arccos \frac{1}{3}$ , имеются два существенно различных случая:  $R_1 = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{3 \cos \gamma - 1}{\cos \gamma}}$  (сечение параллельно плоскости основания) и  $R_2 = h \sqrt{2} \frac{\operatorname{ctg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \gamma / 2}{\sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2 \gamma}}$  (сечение параллельно боковой грани).

Если  $\arccos \frac{1}{3} < \gamma < \pi/2$ , остаются только сечения, параллельные боковым граням, при этом  $R = R_2$ .

**Физика**

Билет 1

1. Полное ускорение  $\vec{a}$  складывается из нормального  $\vec{a}_n$  и тангенциального  $\vec{a}_\tau$ :

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Нормальное ускорение равно  $a_n = v^2/R$ , а скорость тела  $v$  при постоянном тангенциальном ускорении линейно растет со временем:  $v = a_\tau t$ . В результате получаем

$$a = \sqrt{((a_\tau t)^2/R)^2 + a_\tau^2} = a_\tau \sqrt{1 + (a_\tau t^2/R)^2}.$$

2. Средняя энергия атома аргона  $\bar{E}$  связана с температурой  $T$  соотношением  $\bar{E} = 3/2 kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана. Температуру найдем из уравнения Клайперона-Менделеева:  $T = pV/(\nu R)$ . Тогда  $\bar{E} = 3/2 kpV/(\nu R) = 3/2 pV/(\nu N_A) = 1,2 \cdot 10^{-23}$  Дж, где  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$  — число Авогадро.

3. Потенциал шарика возрастает до тех пор, пока кинетическая энергия самых быстрых вылетающих из него фотоэлектронов достаточна для того, чтобы они смогли преодолеть возникающий задерживающий потенциал и удалиться от шарика на бесконечно большое расстояние. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта запишется в виде

$$hc/\lambda = A + e\phi_{max}$$

откуда находим искомую работу выхода  $A$ :

$$A = hc/\lambda - e\phi_{max} = 4,36 \text{ эВ.}$$

4. Поскольку сила, действующая на протон со стороны магнитного поля, не изменяет величину скорости  $v$ , а начальная скорость протона равна нулю, закон сохранения энергии - для момента, когда протон находится в точке  $A$ , и для начального момента - запишется в виде

$$mv^2/2 - eEh = 0.$$

Второй закон Ньютона для протона в точке  $A$ , в проекциях на ось  $Y$ , выглядит так:

$$-ma = eE - evB.$$

Таким образом, ускорение протона равно

$$a = (e/m)(B\sqrt{2(e/m)Eh} - E) = 10^{12} \text{ м/с}^2.$$

*Билет 2*

1. На рисунке (см. рис. 2 в статье) представлены графики изобарны процессов. Давление газа в состоянии 1 меньше, чем в состоянии 4.

2. На частицу в магнитном поле действует сила Лоренца  $F = |q|vB$ , сообщающая ей центростремительное ускорение  $a = v^2/R = F/m = |q|vB/m$ . Отсюда

$$|q| = mv/(BR).$$

Правило нахождения направления силы  $\vec{F}$  дает ответ на вопрос о знаке заряда - он отрицательный.

3. Ускорение системы, состоящей из нити и обоих тел, равно

$$a = F/(m_1 + m_2 + m).$$

Тело  $A$  движется под действием силы натяжения нити в точке соединения с этим телом, поэтому

$$T_A = m_2 a = F m_2 / (m_1 + m_2 + m).$$

Ускорение тела  $B$  обусловлено действием на него силы  $\vec{F}$  и силы натяжения нити в точке соединения с ним:

$$m_1 a = F - T_B,$$

следовательно,

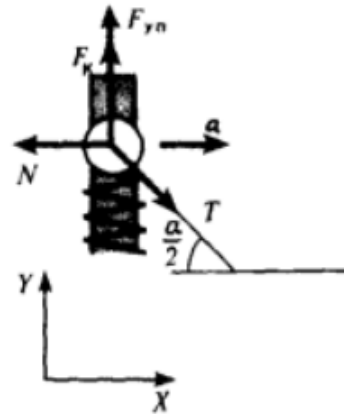
$$T_B = F - m_1 a = F(m_2 + m)/(m_1 + m_2 + m).$$

4. Пользуясь свойством обратимости хода лучей, точку  $S$  можно рассматривать как мнимое изображение. Тогда формула линзы запишется в виде

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{l} = D,$$

где  $d$  - расстояние от линзы до точки пересечения лучей, преломившихся в линзе. Отсюда

$$d = l/(1 + Dl) = 13,6 \text{ см.}$$



**Рис. 10.**

*Билет 3*

1. Уравнение движения тела, брошенного под углом к горизонту, имеет вид

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t - \vec{g} t^2 / 2,$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор тела в произвольный момент движения  $t$ ,  $\vec{r}_0$  - начальный радиус-вектор,  $\vec{v}_0$  - начальная скорость тела.

2. Внутренняя энергия  $\nu$  молей одноатомного газа связана с его температурой соотношением  $U = 3/2 \nu RT$ .

Теперь из уравнения Клапейрона-Менделеева легко найти давление газа:

$$p = \nu RT/V = 2U/(3V) = 1 \text{ атм.}$$

3. Лучи, преломившиеся в линзе и отразившиеся от зеркала, вновь преломляются в линзе. Поэтому оптическая система "линза+зеркало" равна удвоенной оптической силе линзы, а уравнение этой системы имеет вид

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{F}.$$

Отсюда получаем  $f = Fd/(2d - F) = -20 \text{ см.}$

Изображение мнимое и находится на расстоянии 20 см от линзы.

4. Запишем второй закон Ньютона для системы в целом:  $m\vec{a} = \vec{F}$ , а также для одной из муфточек (рис.10):  $m_M \vec{a} = \vec{T} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}$ , где  $m_M$  - масса муфточки,  $\vec{T}$  - сила натяжения нити,  $\vec{F}$  - сила упругости пружины,  $\vec{N}$  - сила нормальной реакции стержня,  $\vec{F}$  - сила кулоновского взаимодействия муфточек. Запишем эти уравнения в проекциях на оси  $X$  и  $Y$  соответственно:  $ma = F$ ,

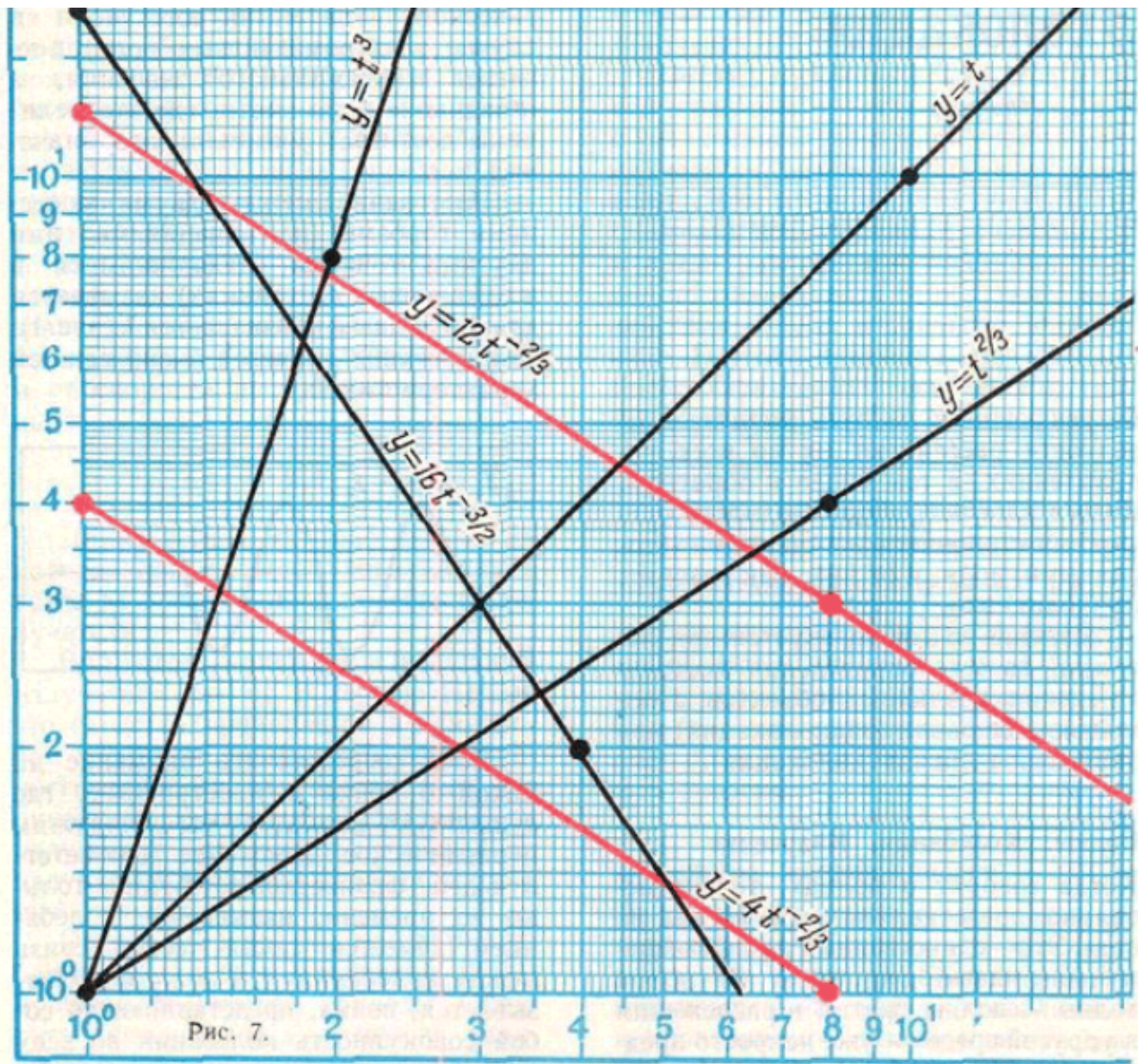
$$0 = -T \sin(\alpha/2) + k(l_0 - l) + q^2/(4\pi\epsilon_0 l^2),$$

где  $l$  - расстояние между муфточками. Заметим также, что силы  $T$  и  $F$  связаны соотношением

$$F = 2T \cos(\alpha/2),$$

а величина  $l$  может быть выражена через  $l_0$ :

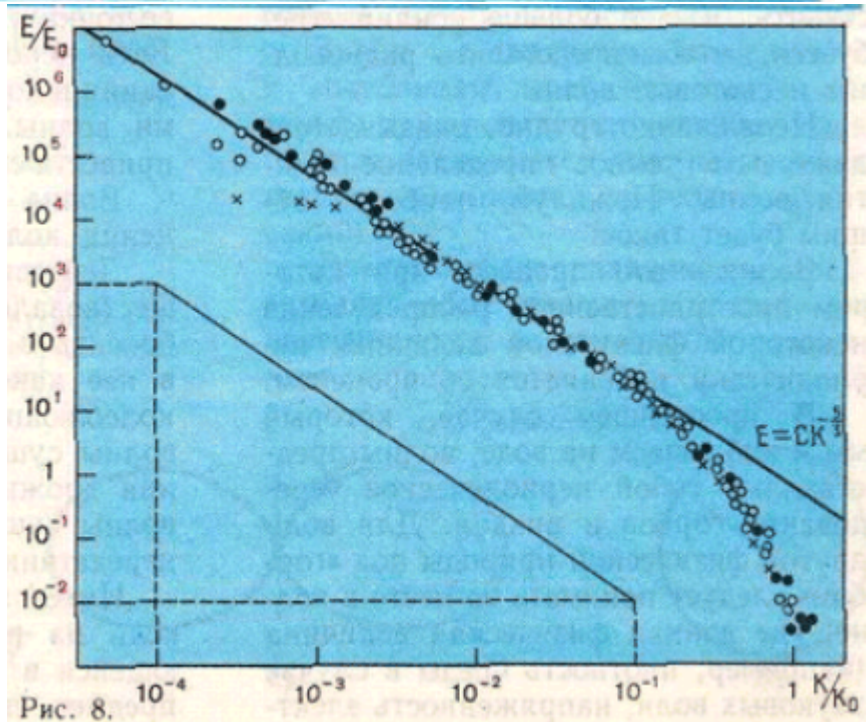
$$l = l_0 \sin(\alpha/2).$$



Замечание. Во всей промышленной продукции группа А в 1913 году составляла 35,1%, а в 1970 году 74,8%.

Таблица

Год	Группа А	Группа В
1913	100	100
1917	81	67
1928	155	120
1932	424	187
1937	1013	373
1940	1340	460
1945	1504	273
1950	2746	566
1955	5223	996
1960	8936	1498
1965	14156	2032
1970	21359	3281





## Исходные документы:

ние приводится к виду  $4 \cos y = -3 \cos 3y$ , или  $\cos y = -3 \cos 3y - 3 \cos y = -6 \cos y \cdot \cos 2y$ .  
 2. 9109. У к а з а н и е. Пусть  $A = xyz$ , где  $x, y, z, t$  — цифры. Из условия после преобразований получим уравнение  $111(x-t) + 10(y-z) = 10$ , откуда  $x=t, y-z=1$ .

3.  $(3; +\infty)$  при  $a \leq 2$ ;

$(2; a) \cup (3; +\infty)$  при  $2 < a \leq 3$ ;

$(2; 3) \cup (a; +\infty)$  при  $a > 3$

У к а з а н и е. Исходное неравенство равносильно совокупности двух систем:

$$\begin{cases} x-a > 0, \\ \log_3(x-2) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x-a < 0, \\ \log_3(x-2) < 0. \end{cases}$$

$$4. \frac{d^2 \sin \varphi \sin \alpha (1 + 2 \cos 2\varphi)}{8 \cos^3 \varphi} \times \\ \times \sqrt{4 \cos^2 \alpha \cos^2 \varphi + \sin^2 \alpha (1 - 2 \cos 2\varphi)^2}$$

при  $0 < \varphi < \pi/4$ ;

$$\frac{1}{4} d^2 \sin 2\alpha \sin 2\varphi \frac{\sqrt{4 \cos^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 \alpha (2 \sin \varphi - \cos 2\varphi)^2}}{2 \sin \varphi - \cos 2\varphi}$$

при  $\pi/4 \leq \varphi < \pi/2$ .

У к а з а н и е. Пусть  $O$  — центр описанной около треугольника  $ABC$  окружности,  $O_1$  — точка пересечения высот равному треугольнику  $A_1B_1C_1$  (рис. 5). Если  $0 < \varphi < \pi/4$ , треугольник  $ABC$  остроугольный и точки  $O$  и  $O_1$  лежат внутри треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно, так что в этом случае сечение является трапецией (рис. 6). При  $\pi/4 \leq \varphi < \pi/2$  треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  либо прямоугольные (при  $\varphi = \pi/4$ ), либо тупоугольные, а сечение будет треугольником (рис. 7).

В первом случае  $AB = d \sin \alpha$ ,  $BB_1 = d \cos \alpha$ . Пусть  $O_2$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$  (рис. 8). Тогда  $BO = AB / (2 \cos \varphi)$ ,  $BO_2 = BC \cos 2\varphi / \cos \varphi$  и  $OO_2 = |BO - BO_2| = d \sin \alpha |1 - 2 \cos 2\varphi| / (2 \cos \varphi)$ . Высоту  $OO_1$  трапеции находим из соотношения

$$OO_1^2 = OO_2^2 + BB_1^2.$$

Для вычисления оснований трапеции — отрезков  $MN$  и  $M_1N_1$  — воспользуемся подобием соответствующих треугольников:

$$MN = AC \cdot \frac{BO}{BD}; \quad M_1N_1 = AC \cdot \frac{BO_2}{BD}.$$

Если  $\pi/4 \leq \varphi < \pi/2$ , сечение — треугольник с основанием, равным  $AC = 2d \sin \alpha \sin \varphi$ , и высо-

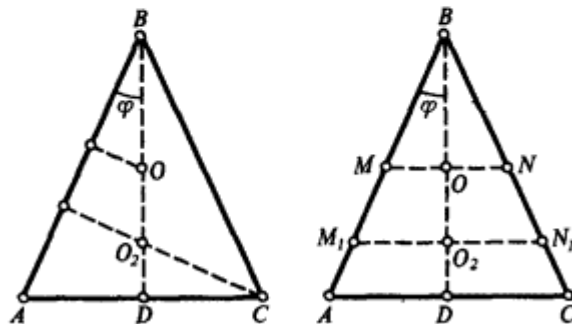


Рис. 8.

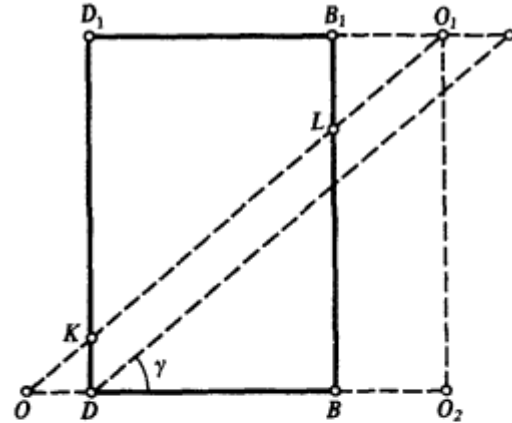


Рис. 9.

той  $KL$ . При вычислении  $KL$  нужно, как и раньше, найти  $OO_2 = O_2D + OB - BD$  (рис. 9), заметить, что  $KL = BD / \cos \gamma$ , где  $\gamma$  — угол наклона секущей плоскости к плоскости основания и воспользоваться тем, что  $\operatorname{tg} \gamma = B_1B / OO_2$ .

### В а р и а н т 2

$$1. \frac{\pi}{4} (4k+1); \quad -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin \frac{4 - \sqrt{17}}{\sqrt{2}} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

2. 60 ч.

3.  $x_1 = -(c+63)$ ;  $x_2 = 1-c$ . Оба корня положительны при  $c < -63$ .

4. Если  $0 < \gamma \leq \arccos 1/3$ , имеются два существенно различных случая:  $R_1 =$

$$= \frac{h}{2} \sqrt{\frac{3 \cos \gamma - 1}{\cos \gamma}} \quad (\text{сечение параллельно}$$

плоскости основания) и  $R_2 = h \sqrt{2} \frac{\operatorname{ctg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \gamma / 2}{\sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2 \gamma}}$

(сечение параллельно боковой грани). Если  $\arccos 1/3 < \gamma < \pi/2$ , остаются только сечения, параллельные боковым граням, при этом  $R = R_2$ .

### Ф и з и к а

#### Б и л е т 1

1. Полное ускорение  $\vec{a}$  складывается из нормального  $\vec{a}_n$  и тангенциального  $\vec{a}_t$ :

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}.$$

Нормальное ускорение равно  $a_n = v^2 / R$ , а скорость тела  $v$  при постоянном тангенциальном ускорении линейно растет со временем:  $v = at$ . В результате получаем

$$a = \sqrt{(at^2/R)^2 + a_t^2} = a_t \sqrt{1 + (a_t t^2/R)^2}.$$

2. Средняя энергия атома аргона  $\bar{E}$  связана с температурой  $T$  соотношением  $\bar{E} = 3/2 kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана. Температуру найдем из уравнения Клапейрона — Менделеева:  $T = pV / (\nu R)$ . Тогда

$$\bar{E} = 3/2 k p V / (\nu R) = 3/2 p V / (\nu N_A) = 1,2 \cdot 10^{-23} \text{ Дж},$$

где  $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  — число Авогадро.

3. Потенциал шарика возрастает до тех пор, пока кинетическая энергия самых быстрых вылетающих из него фотоэлектронов достаточна для того, чтобы они смогли преодолеть возникающий задерживающий потенциал и удалиться от шарика на бесконечно большое расстояние. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта запишется в виде

$$hc/\lambda = A + e\varphi_{\max},$$

откуда находим искомую работу выхода  $A$ :

$$A = hc/\lambda - e\varphi_{\max} = 4,36 \text{ эВ.}$$

4. Поскольку сила, действующая на протон со стороны магнитного поля, не изменяет величину скорости  $v$ , а начальная скорость протона равна нулю, закон сохранения энергии — для момента, когда протон находится в точке  $A$ , и для начального момента — запишется в виде

$$mv^2/2 - eEh = 0.$$

Второй закон Ньютона для протона в точке  $A$ , в проекциях на ось  $Y$ , выглядит так:

$$-ma = eE - evB.$$

Таким образом, ускорение протона равно равно

$$a = (e/m)(B\sqrt{2(e/m)Eh} - E) = 10^{12} \text{ м/с}^2.$$

#### Билет 2

1. На рисунке (см. рис. 2 в статье) представлены графики изобарных процессов. Давление газа в состоянии 1 меньше, чем в состоянии 4.  
2. На частицу в магнитном поле действует сила Лоренца  $F = |q|vB$ , сообщающая ей центростремительное ускорение  $a = v^2/R = F/m = |q|vB/m$ . Отсюда

$$|q| = mv/(BR).$$

Правило нахождения направления силы  $\vec{F}$  дает ответ на вопрос о знаке заряда — он отрицательный.

3. Ускорение системы, состоящей из нити и обоих тел, равно

$$a = F/(m_1 + m_2 + m).$$

Тело  $A$  движется под действием силы натяжения нити в точке соединения с этим телом, поэтому

$$T_A = m_2 a = F m_2 / (m_1 + m_2 + m).$$

Ускорение тела  $B$  обусловлено действием на него силы  $F$  и силы натяжения нити в точке соединения с ним:

$$m_1 a = F - T_B.$$

следовательно,

$$T_B = F - m_1 a = F(m_2 + m)/(m_1 + m_2 + m).$$

4. Пользуясь свойством обратимости хода лучей, точку  $S$  можно рассматривать как мнимое изображение. Тогда формула линзы запишется в виде

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{l} = D,$$

где  $d$  — расстояние от линзы до точки пересечения лучей, преломившихся в линзе. Отсюда

$$d = l/(1 + Dl) = 13,6 \text{ см.}$$

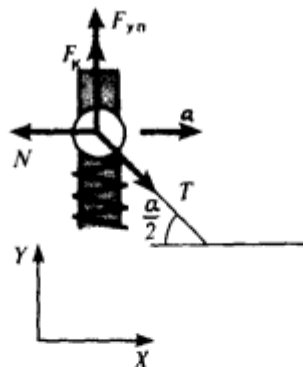


Рис. 10.

#### Билет 3

1. Уравнение движения тела, брошенного под углом к горизонту, имеет вид

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t - \vec{g} t^2 / 2,$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор тела в произвольный момент движения  $t$ ,  $\vec{r}_0$  — начальный радиус-вектор,  $\vec{v}_0$  — начальная скорость тела.

2. Внутренняя энергия  $\nu$  молей одноатомного газа связана с его температурой соотношением

$$U = \frac{3}{2} \nu RT.$$

Теперь из уравнения Клапейрона — Менделеева легко найти давление газа:

$$p = \nu RT / V = 2U / (3V) = 1 \text{ атм.}$$

3. Лучи, преломившиеся в линзе и отразившиеся от зеркала, вновь преломляются в линзе. Поэтому оптическая сила системы «линза + зеркало» равна удвоенной оптической силе линзы, а уравнение этой системы имеет вид

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{F}.$$

Отсюда получаем

$$f = Fd / (2d - F) = -20 \text{ см.}$$

Изображение мнимое и находится на расстоянии 20 см от линзы.

4. Запишем второй закон Ньютона для системы в целом:

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

а также для одной из муфточек (рис.10):

$$m_m \vec{a} = \vec{T} + \vec{F}_{уп} + \vec{N} + \vec{F}_K,$$

где  $m_m$  — масса муфточки,  $\vec{T}$  — сила натяжения нити,  $\vec{F}_{уп}$  — сила упругости пружины,  $\vec{N}$  — сила нормальной реакции стержня,  $\vec{F}_K$  — сила кулоновского взаимодействия муфточек. Запишем эти уравнения в проекциях на оси  $X$  и  $Y$  соответственно:

$$ma = F,$$

$$0 = -T \sin(\alpha/2) + k(l_0 - l) + q^2 / (4\pi\epsilon_0 l^2),$$

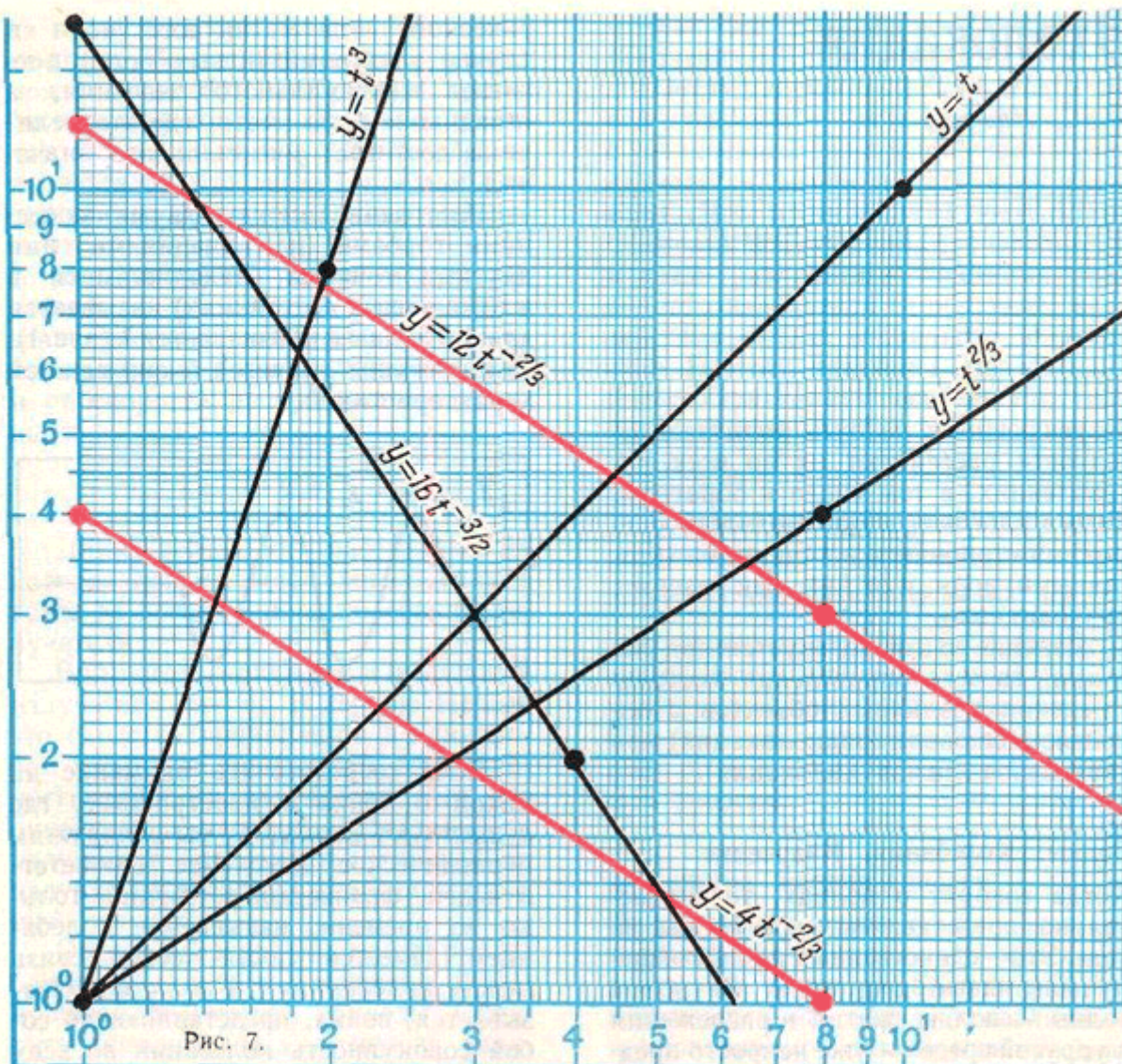
где  $l$  — расстояние между муфточками. Заметим также, что силы  $T$  и  $F$  связаны соотношением

$$F = 2T \cos(\alpha/2),$$

а величина  $l$  может быть выражена через  $l_0$ :

$$l = l_0 \sin(\alpha/2).$$





Замечание. Во всей промышленной продукции группа А в 1913 году составляла 35,1%, а в 1970 году 74,8%.

Таблица

Год	Группа	
	А	В
1913	100	100
1917	81	67
1928	155	120
1932	424	187
1937	1013	373
1940	1340	460
1945	1504	273
1950	2746	566
1955	5223	996
1960	8936	1498
1965	14156	2032
1970	21359	3281

