Павлов Р32111 [signature] Павлов Александр Р32111

Вариант 5

Задание 1.

Объём выборки = 6

Выборка: 180 176 179 181 183 179

Т.к. $n \le 30$, то используем случай малого объёма выборки

$$\bar{x} - t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{180+176+179+181+183+179}{6} = 179{,}67$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 180^2+176^2+179^2+181^2+183^2+179^2 = 193708$$

$$D(x) = \frac{193708}{6} - (179{,}67)^2 = 3{,}358$$

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D(x) \qquad S^2 = \frac{6}{5} \cdot 3{,}358 = 4{,}03 \qquad S \approx 2{,}01$$

Найдём квантиль распределения Стьюдента для $\gamma = 0{,}95$; $n = 6$

$t_{0{,}975}(5) = 2{,}571$. Подставляем в ф-лу (1):

$$179{,}67 - 2{,}571 \cdot \frac{2{,}01}{\sqrt{6}} < m < 179{,}67 + 2{,}571 \cdot \frac{2{,}01}{\sqrt{6}}$$

Получаем доверительный интервал:

$$177{,}560 < m < 181{,}780$$

Задание 2 Павлов Р32111 [подпись]

$n = 100 \quad \sum x_i = 1119 \quad \sum x_i^2 = 12585,61 \quad \gamma = 0,9$

Т.к. $n \geq 30$, то используем случай большого объема выборки

$$\bar{x} - \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} \qquad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1119}{100} = 11,19$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{12585,61}{100} - 11,19^2 =$$

$= 0,64 \qquad \sigma = 0,8$

Найдем t_γ: $\Phi(t_\gamma) = \frac{1+\gamma}{2} = 0,95$

Значит $t_\gamma = 1,645$ Подставляем в ф-лу (1)

$$11,19 - \frac{1,645 \cdot 0,8}{10} < m < 11,19 + \frac{1,645 \cdot 0,8}{10}$$

Получаем доверительный интервал:

$$11,06 < m < 11,32$$

Задание 3. Павлов P32111

Число снарядов	0	1	2	3	4	5
Число участников	229	211	93	35	7	1

Оценим параметр λ распределения Пуассона

$$\hat{\lambda} = \bar{x} = \frac{229\cdot 0 + 211\cdot 1 + 93\cdot 2 + 35\cdot 3 + 7\cdot 4 + 1\cdot 5}{576} = 0,93$$

Вычисляем теор. вероятности p_i по формуле

$$p_i = \frac{\hat{\lambda}^i}{i!} e^{-\hat{\lambda}}$$

i	n_i	p_i	n_i^*
0	229	0,395	228
1	211	0,367	211
2	93	0,171	98
3	35	0,053	31
4	7	0,013	7
5	1	0,002	1

$\sum n_i = 576$

$\sum n_i^* = 576$

Т.к последние две строки не удовл. условию $n\cdot p_i \geq 5$, то объединяем их.

i	n_i	n_i^*	$\frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*}$
0	229	228	0,004
1	211	211	0
2	93	98	0,255
3	35	31	0,516
≥ 4	8	8	0

$$\chi^2_{набл} = \sum \frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*} = 0,004^2 + 0,255^2 + 0,516^2 = 0,331$$

Павлов Р32111

По заданному уровню значимости $\alpha = 0,01$ определяем $1-\alpha = 0,99$; $K = 5$, $l = 1$; $K - l - 1 = 3$

$$\chi^2_{критич} = \chi^2_{1-\alpha}(K-l-1) = \chi^2_{0,99}(3) = 11,3$$

Сравниваем $\chi^2_{набл} = 0,331 < \chi^2_{критич} = 11,3$. Значит, гипотеза о распределении числа отказов по закону Пуассона принимается.