高等数学——导数与微分(1)

数学协会

庄子云：一尺之锤，日取其半，万世不竭。

前言：亲爱的数学协会的成员们，大家好，我们又见面了！希望我们在互相学习中不断提高。今次讲义聚焦于导数，复合函数求导，隐函数求导以及微分简单应用的内容。该部分内容难度不大，我们意在梳理一些已知知识点，此外添加一些额外的内容。其次搜集一些例题以及练习兹以对知识点的巩固。同样，编者水平有限，欢迎大家指出改正。(★为重点，一定要掌握；※为拓展内容)

1. **导数**

**1.导数的定义**

导数的一般有两种极限表达形式：

★

①函数在某点处可导，那么该点处必定连续。反之若函数在某点处连续，但在该点处不一定可导。

②函数在某一点可导函数在该点的左右导数存在且相等。

③函数在某点的导数值等于函数在该点切线的斜率。

例1利用导数定义求的导数.

例2求函数的导数.

例3设函数在处可导，且，则.

例4曲线在点处的法线方程

**2.导数求导法则(针对复合函数)**

①从前文可以看出利用导数定义求导数是非常繁琐的，所以数学教育工作者们总结出了一些基本的初等函数的求导公式。为了节省版面不一一列出，书上有对应的公式，大家一定要熟记。

②四则运算的求导法则要熟练：

加减法：. 乘法：. 除法：.

③对于复合函数的求导，打个比方，类似于脱衣服，脱掉一层你就需要把它挂到衣钩上，对应于求导就是把它乘上去。

**例**5求函数的导数.

解：①观察复合函数是由哪些函数复合而成的。对于本题，很明显是由与组合而成。

②开始脱衣服，顺序当然是从最外层开始脱起。那么什么是最外层呢？可以看到是被包围着的，理所当然肯定是最外层咯！所以求导过程就写成了：



从最外层开始脱起的数学含义指的是：在脱外层时里面那层要保留它的形式。当然熟练之后就不需要那个中间变量了，可以直接写出答案。

例6设，求.

**3.高阶导数**

顾名思义，就是二阶及其以上阶次的导数。常用的阶导数有(括号代表求导万不可理解成次方)：



 ；  ； ；

 .

※**莱布尼茨(Leibniz)公式**：

如果函数与都在点处具有阶导数，那么显然及也在点处具有阶导数，则



例7，求.

**4.隐函数及参数方程求导**

隐函数指的是不能明显看出函数关系的函数，如.而隐函数求导法一般来说有两种：

①**两边同时对求导**。例8求函数的导数.

②**对数求导法**；要着重注意同时取自然对数后的处理，例如对取对数变成后，再对进行求导时，此时要注意是因变量，所以变成，这是一个复合函数求导。

例9已知，求.

参数方程指的是以为主要形式的方程。针对这一类方程所出的题目也很简单，无非是先求出关于的导数，然后求对应点的切线方程以及法线方程。至于求关于的导数，需先求出关于的导数以及关于的导数，然后以即可求出.

例10曲线在处的法线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. **微分**

可微的含义：函数的增量若可表示为，则称函数在处可微。

可微必定可导，可导必定可微。微分可表示为.

微分的运算法则同导数的运算法则类似，不再赘述。

对于微分要注意一些微分变形公式：

此外令则

对于上式的，可以用来求函数的近似值。

此外有几个常用的近似公式也可用到：



例11计算的近似值.

例12计算的近似值.

**本章练习**

①在点可导是在点可微的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_条件.

②设，则

③根据导数的定义，求的导数.

④求的导数.

⑤求的二阶导数.

⑥求曲线在相应点处的切线方程及法线方程.

⑦设函数由方程所确定，求.

⑧求的和，以及是否存在.

⑨利用函数的微分替代函数的增量求的值.

Ad.

南理工专转本赞助

南理工专转本招生与咨询电话：18551315384.

QQ：1365689769.

**微笑果栈（水果商店）**

群号码：474089880