Soluciones de Derivadas - Problemas 1-20

1. $y = (-5x)^{30}$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = 30(-5x)^{29} \cdot (-5)$**Resultado:** $-150(-5x)^{29}$

2. $y = (3/x)^{14}$

Reescribir: $y = 3^{14}x^{-14}$**Regla de la potencia:** $\frac{dy}{dx} = 3^{14} \cdot (-14)x^{-15}$**Resultado:** $\frac{-14 \cdot 3^{14}}{x^{15}}$

3. $y = (2x^2 + x)^{200}$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = 200(2x^2 + x)^{199} \cdot (4x + 1)$**Resultado:** $200(2x^2 + x)^{199}(4x + 1)$

4. $y = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^5$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = 5\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^4 \cdot \left(1 + \frac{2}{x^3}\right)$**Resultado:** $5\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^4 \left(1 + \frac{2}{x^3}\right)$

5. $y = \frac{1}{(x^3 - 2x^2 + 7)^4}$

Reescribir: $y = (x^3 - 2x^2 + 7)^{-4}$**Regla de la cadena:** $\frac{dy}{dx} = -4(x^3 - 2x^2 + 7)^{-5} \cdot (3x^2 - 4x)$
Resultado: $\frac{-4(3x^2 - 4x)}{(x^3 - 2x^2 + 7)^5}$

6. $y = \frac{10}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}$

Reescribir: $y = 10(x^2 - 4x + 1)^{-1/2}$**Regla de la cadena:** $\frac{dy}{dx} = 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)(x^2 - 4x + 1)^{-3/2} \cdot (2x - 4)$**Resultado:** $\frac{-5(2x-4)}{(x^2-4x+1)^{3/2}} = \frac{-10(x-2)}{(x^2-4x+1)^{3/2}}$

7. $y = (3x - 1)^4(-2x + 9)^5$

Regla del producto: $\frac{dy}{dx} = 4(3x - 1)^3 \cdot 3 \cdot (-2x + 9)^5 + (3x - 1)^4 \cdot 5(-2x + 9)^4 \cdot (-2)$
Resultado: $(3x - 1)^3(-2x + 9)^4[12(-2x + 9) - 10(3x - 1)] = (3x - 1)^3(-2x + 9)^4(-54x + 118)$

8. $y = x^4(x^2 + 1)^6$

Regla del producto: $\frac{dy}{dx} = 4x^3(x^2 + 1)^6 + x^4 \cdot 6(x^2 + 1)^5 \cdot 2x$**Resultado:** $2x^3(x^2 + 1)^5[2(x^2 + 1) + 6x^2] = 2x^3(x^2 + 1)^5(8x^2 + 2)$

9. $y = \operatorname{sen}\sqrt{2x}$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = \cos(\sqrt{2x}) \cdot \frac{d}{dx}[\sqrt{2x}] = \cos(\sqrt{2x}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}}$**Resultado:** $\frac{\cos(\sqrt{2x})}{\sqrt{2x}}$

10. $y = \sec(x^2)$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = \sec(x^2)\tan(x^2) \cdot \frac{d}{dx}[x^2] = \sec(x^2)\tan(x^2) \cdot 2x$**Resultado:** $2x\sec(x^2)\tan(x^2)$

11. $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

Reescribir: $y = \left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{1/2}$**Regla de la cadena:** $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{-1/2} \cdot \frac{4x}{(x^2+1)^2}$**Resultado:** $\frac{2x}{(x^2+1)\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}} = \frac{2x\sqrt{x^2+1}}{(x^2+1)\sqrt{x^2-1}}$

12. $y = \frac{3x-4}{(5x+2)^3}$

Regla del cociente: $\frac{dy}{dx} = \frac{3(5x+2)^3-(3x-4)\cdot 3(5x+2)^2\cdot 5}{(5x+2)^6}$**Resultado:** $\frac{3(5x+2)-15(3x-4)}{(5x+2)^4} = \frac{-30x+66}{(5x+2)^4}$

13. $y = [x + (x^2-4)^3]^{10}$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = 10[x + (x^2-4)^3]^9 \cdot [1 + 3(x^2-4)^2 \cdot 2x]$**Resultado:** $10[x + (x^2-4)^3]^9[1 + 6x(x^2-4)^2]$

14. $y = \left[\frac{1}{(x^3-x+1)^2}\right]^4$

Reescribir: $y = (x^3-x+1)^{-8}$**Regla de la cadena:** $\frac{dy}{dx} = -8(x^3-x+1)^{-9} \cdot (3x^2-1)$**Resultado:** $\frac{-8(3x^2-1)}{(x^3-x+1)^9}$

15. $y = x(x^{-1} + x^{-2} + x^{-3})^{-4}$

Simplificar: $y = x\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)^{-4} = x\left(\frac{x^2+x+1}{x^3}\right)^{-4} = x \cdot \frac{x^{12}}{(x^2+x+1)^4}$**Resultado:** $\frac{x^{13}}{(x^2+x+1)^4}$
Derivada: $\frac{13x^{12}(x^2+x+1)-4x^{13}(2x+1)}{(x^2+x+1)^5} = \frac{x^{12}[13(x^2+x+1)-4x(2x+1)]}{(x^2+x+1)^5} = \frac{x^{12}(5x^2+9x+13)}{(x^2+x+1)^5}$

16. $y = (2x+1)^3\sqrt{3x^2-2x}$

Regla del producto: $\frac{dy}{dx} = 3(2x+1)^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3x^2-2x} + (2x+1)^3 \cdot \frac{6x-2}{2\sqrt{3x^2-2x}}$**Resultado:** $\frac{(2x+1)^2[6\sqrt{3x^2-2x}+(2x+1)(3x-1)/\sqrt{3x^2-2x}]}{1} = \frac{(2x+1)^2[6(3x^2-2x)+(2x+1)(3x-1)]}{\sqrt{3x^2-2x}}$

17. $y = \operatorname{sen}(\pi x + 1)$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = \cos(\pi x + 1) \cdot \pi$**Resultado:** $\pi\cos(\pi x + 1)$

18. $y = -2\cos(-3x+7)$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = -2 \cdot (-\operatorname{sen}(-3x+7)) \cdot (-3)$**Resultado:** $-6\operatorname{sen}(-3x+7)$

19. $y = \operatorname{sen}^3 5x$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = 3\operatorname{sen}^2(5x) \cdot \cos(5x) \cdot 5$**Resultado:** $15\operatorname{sen}^2(5x)\cos(5x)$

20. $y = 4\cos^2\sqrt{x}$

Regla de la cadena: $\frac{dy}{dx} = 4 \cdot 2\cos(\sqrt{x}) \cdot (-\operatorname{sen}(\sqrt{x})) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$**Resultado:** $\frac{-4\cos(\sqrt{x})\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

Problemas 21-38: Encontrar f'(x)

21. $f(x) = x^3\cos x^3$

Regla del producto: $f'(x) = 3x^2\cos(x^3) + x^3 \cdot (-\operatorname{sen}(x^3)) \cdot 3x^2$**Resultado:** $f'(x) = 3x^2\cos(x^3) - 3x^5\operatorname{sen}(x^3)$

22. $f(x) = \frac{\operatorname{sen} 5x}{\cos 6x}$

Regla del cociente: $f'(x) = \frac{5\cos(5x)\cos(6x) - \operatorname{sen}(5x) \cdot (-6\operatorname{sen}(6x))}{\cos^2(6x)}$**Resultado:** $f'(x) = \frac{5\cos(5x)\cos(6x) + 6\operatorname{sen}(5x)\operatorname{sen}(6x)}{\cos^2(6x)}$

23. $f(x) = (2 + x\operatorname{sen} 3x)^{10}$

Regla de la cadena: $f'(x) = 10(2 + x\operatorname{sen}(3x))^9 \cdot [\operatorname{sen}(3x) + x \cdot 3\cos(3x)]$**Resultado:** $f'(x) = 10(2 + x\operatorname{sen}(3x))^9[\operatorname{sen}(3x) + 3x\cos(3x)]$

24. $f(x) = \frac{(1-\cos 4x)^2}{(1+\operatorname{sen} 5x)^3}$

Regla del cociente: $f'(x) = \frac{2(1-\cos(4x)) \cdot 4\operatorname{sen}(4x) \cdot (1+\operatorname{sen}(5x))^3 - (1-\cos(4x))^2 \cdot 3(1+\operatorname{sen}(5x))^2 \cdot 5\cos(5x)}{(1+\operatorname{sen}(5x))^6}$**Resultado:** $f'(x) = \frac{(1-\cos(4x))[(1+\operatorname{sen}(5x))[8\operatorname{sen}(4x)] - (1-\cos(4x))[15\cos(5x)]]}{(1+\operatorname{sen}(5x))^4}$

25. $f(x) = \tan(1/x)$

Regla de la cadena: $f'(x) = \sec^2(1/x) \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$**Resultado:** $f'(x) = -\frac{\sec^2(1/x)}{x^2}$

26. $f(x) = x\cos(5/x^2)$

Regla del producto: $f'(x) = \cos(5/x^2) + x \cdot (-\operatorname{sen}(5/x^2)) \cdot \left(-\frac{10}{x^3}\right)$**Resultado:** $f'(x) =$

$\cos(5/x^2) + \frac{10 \operatorname{sen}(5/x^2)}{x^2}$

27. $f(x) = \operatorname{sen} 2x \cos 3x$

Regla del producto: $f'(x) = 2\cos(2x) \cdot \cos(3x) + \operatorname{sen}(2x) \cdot (-3\operatorname{sen}(3x))$**Resultado:** $f'(x) = 2\cos(2x)\cos(3x) - 3\operatorname{sen}(2x)\operatorname{sen}(3x)$

28. $f(x) = \operatorname{sen}^2 2x \cos^3 3x$

Regla del producto: $f'(x) = 2\operatorname{sen}(2x) \cdot 2\cos(2x) \cdot \cos^3(3x) + \operatorname{sen}^2(2x) \cdot 3\cos^2(3x) \cdot (-\operatorname{sen}(3x)) \cdot 3$**Resultado:** $f'(x) = 4\operatorname{sen}(2x)\cos(2x)\cos^3(3x) - 9\operatorname{sen}^2(2x)\cos^2(3x)\operatorname{sen}(3x)$

29. $f(x) = (\sec 4x + \tan 2x)^5$

Regla de la cadena: $f'(x) = 5(\sec(4x) + \tan(2x))^4 \cdot [4\sec(4x)\tan(4x) + 2\sec^2(2x)]$**Resultado:** $f'(x) = 5(\sec(4x) + \tan(2x))^4[4\sec(4x)\tan(4x) + 2\sec^2(2x)]$

30. $f(x) = \csc^2 2x - \csc 2x^2$

Derivada término a término: $f'(x) = 2\csc(2x) \cdot (-\csc(2x)\cot(2x)) \cdot 2 - (-\csc(2x^2)\cot(2x^2)) \cdot 4x$**Resultado:** $f'(x) = -4\csc^2(2x)\cot(2x) + 4x\csc(2x^2)\cot(2x^2)$

31. $f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen} 2x)$

Regla de la cadena: $f'(x) = \cos(\operatorname{sen}(2x)) \cdot \cos(2x) \cdot 2$**Resultado:** $f'(x) = 2\cos(\operatorname{sen}(2x))\cos(2x)$

32. $f(x) = \tan\left(\cos \frac{x}{2}\right)$

Regla de la cadena: $f'(x) = \sec^2\left(\cos\frac{x}{2}\right) \cdot \left(-\operatorname{sen}\frac{x}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}$**Resultado:** $f'(x) = -\frac{\sec^2\left(\cos\frac{x}{2}\right)\operatorname{sen}\frac{x}{2}}{2}$

33. $f(x) = \cos(\operatorname{sen}\sqrt{2x+5})$

Regla de la cadena: $f'(x) = -\operatorname{sen}(\operatorname{sen}\sqrt{2x+5}) \cdot \cos(\sqrt{2x+5}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$**Resultado:** $f'(x) = -\frac{\operatorname{sen}(\operatorname{sen}\sqrt{2x+5})\cos(\sqrt{2x+5})}{\sqrt{2x+5}}$

34. $f(x) = \tan(\tan x)$

Regla de la cadena: $f'(x) = \sec^2(\tan x) \cdot \sec^2 x$**Resultado:** $f'(x) = \sec^2(\tan x)\sec^2 x$

35. $f(x) = \operatorname{sen}^4(4x^2 - 1)$

Regla de la cadena: $f'(x) = 4\operatorname{sen}^3(4x^2-1) \cdot \cos(4x^2-1) \cdot 8x$**Resultado:** $f'(x) =$

$32x\,\mathrm{sen}^3(4x^2-1)\cos(4x^2-1)$

36. $f(x)=\sec(\tan^2 x^4)$

Regla de la cadena: $f'(x)=\sec(\tan^2 x^4)\tan(\tan^2 x^4)\cdot 2\tan(x^4)\cdot\sec^2(x^4)\cdot 4x^3$ **Resultado:** $f'(x)=8x^3\sec(\tan^2 x^4)\tan(\tan^2 x^4)\tan(x^4)\sec^2(x^4)$

37. $f(x)=(1+(1+(1+x^3)^4)^5)^6$

Regla de la cadena: $f'(x)=6(1+(1+(1+x^3)^4)^5)^5\cdot 5(1+(1+x^3)^4)^4\cdot 4(1+x^3)^3\cdot 3x^2$
Resultado: $f'(x)=360x^2(1+x^3)^3(1+(1+x^3)^4)^4(1+(1+(1+x^3)^4)^5)^5$

38. $f(x)=\left[x^2-\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-4}\right]^2$

Regla de la cadena: $f'(x)=2\left[x^2-\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-4}\right]\cdot\frac{d}{dx}\left[x^2-\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-4}\right]$ **Derivada interior:** $\frac{d}{dx}\left[x^2-\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-4}\right]=2x-(-4)\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-5}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=2x-\frac{4}{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)^5}$ **Resultado:** $f'(x)=2\left[x^2-\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-4}\right]\left[2x-\frac{4}{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)^5}\right]$