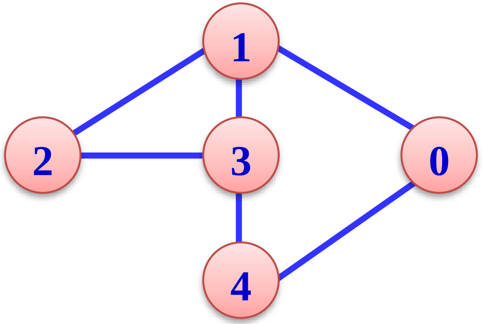
第8章 图

8.1 图的概念

8.1.1 图的定义

图（Graph）G由顶点集合V(G)和边集合E(G)构成。



G=（V，E）

V = { 0，1，2，3，4 }

E = { (0,1)，(0,4)，(1,2)， (1,3)，(2,3)，(3,4) }

说明：对于n个顶点的图，对每个顶点连续编号，即顶点的编号为0～n−1。通过编号唯一确定一个顶点。

图抽象数据类型＝逻辑结构＋基本运算（运算描述）

图的基本运算如下：

❶ **InitGraph(&g)**：图初始化。

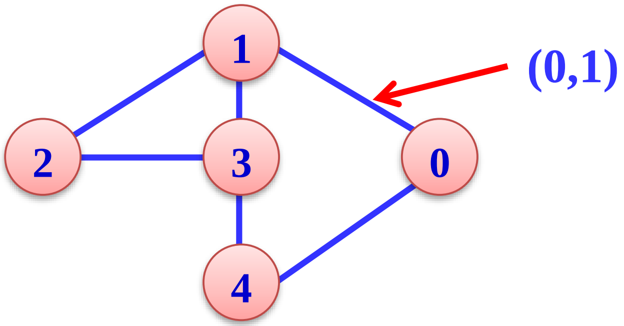
❷ **ClaerGraph(&g)**：销毁图。

❸ **DFS(G,v)**：从顶点v出发深度优先遍历。

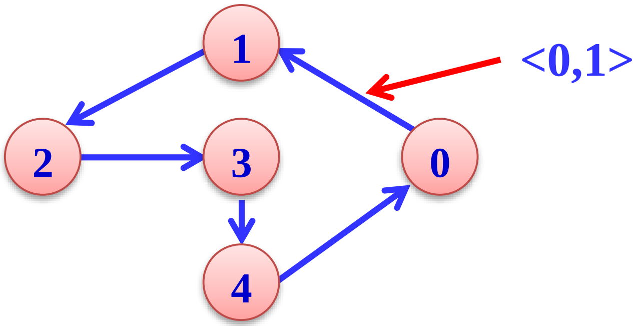
❹ **BFS(G,v)**：从顶点v出发广度优先遍历。

…

在图G中，如果代表边的顶点对是无序的，则称G为无向图。用圆括号序偶表示无向边。



如果表示边的顶点对是有序的，则称G为有向图。用尖括号序偶表示有向边。



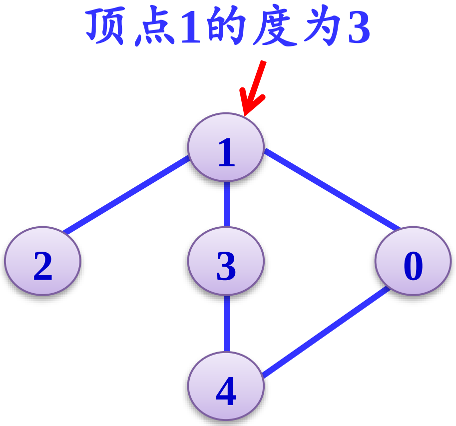
8.1.2 图的基本术语

1、端点和邻接点

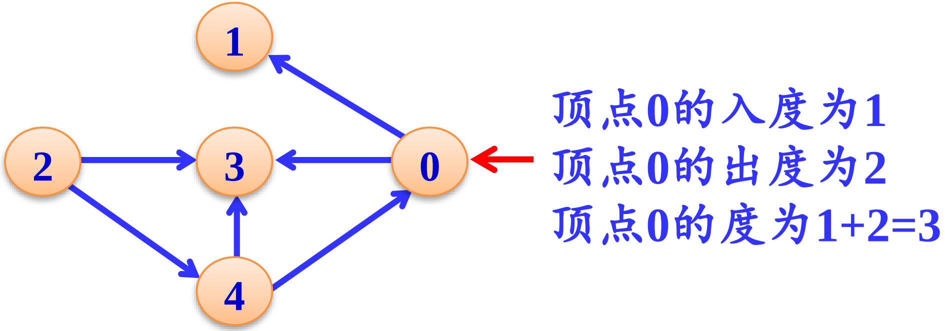
- 无向图：若存在一条边(i，j) ⇨ 顶点i和顶点j为端点，它们互为邻接点。
- 有向图：若存在一条边<i，j> ⇨ 顶点i为起始端点（简称为起点），顶点j为终止端点（简称终点），它们互为邻接点。

2、顶点的度、入度和出度

- 无向图：以顶点i为端点的边数称为该顶点的度。

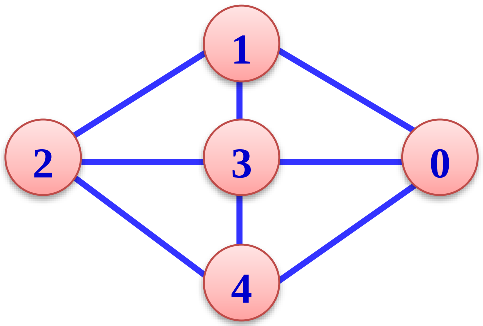


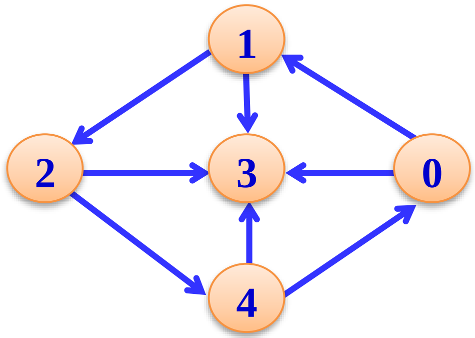
- 有向图：以顶点i为终点的入边的数目，称为该顶点的入度。以顶点i为始点的出边的数目，称为该顶点的出度。一个顶点的入度与出度的和为该顶点的度。



若一个图中有n个顶点和e条边，每个顶点的度为d_i（$0 \leqslant i \leqslant n-1$），则有：

$$e = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n-1} d_i$$





n=5，e=8

d_0=3，d_1=3，d_2=3，d_3=4，d_4=3

$(d_0+ d_1+ d_2+ d_3+ d_4)/2 = 8$

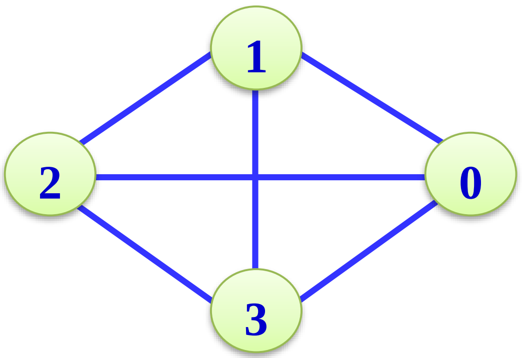
n=5，e=8

d_0=3，d_1=3，d_2=3，d_3=4，d_4=3

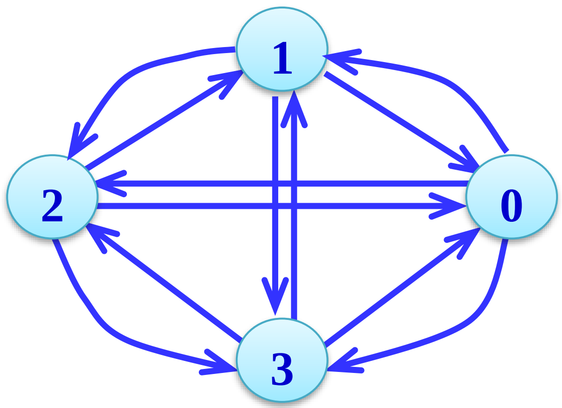
$(d_0+ d_1+ d_2+ d_3+ d_4)/2 = 8$

3、完全图

- 无向图：每两个顶点之间都存在着一条边，称为完全无向图，包含有$n(n-1)/2$条边。
- 有向图：每两个顶点之间都存在着方向相反的两条边，称为完全有向图，包含有$n(n-1)$条边。



完全无向图：$n=4$，$e=n(n-1)/2=6$



完全有向图：$n=4$，$e=n(n-1)=12$

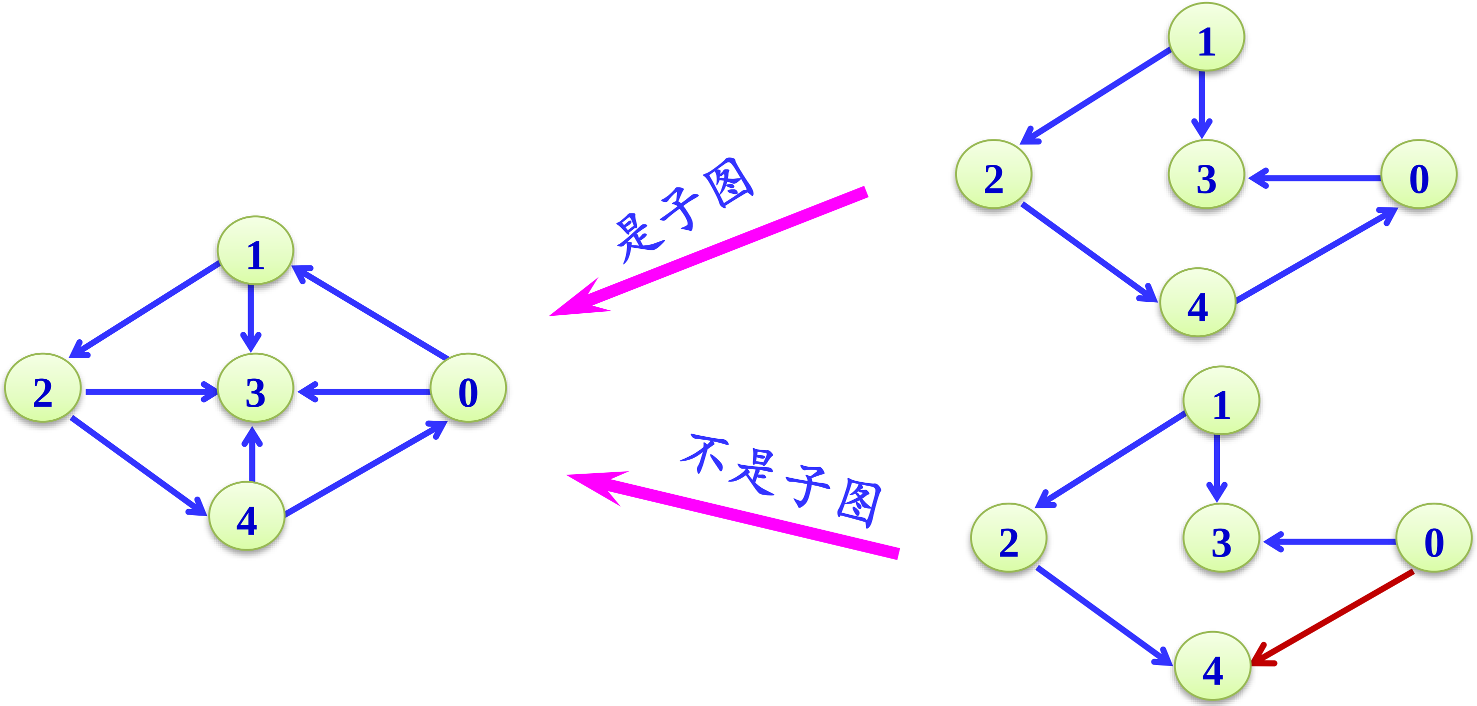
4、稠密图、稀疏图

当一个图接近完全图时，则称为稠密图。

相反，当一个图含有较少的边数（即当$e \ll n(n-1)$）时，则称为稀疏图。

5、子图

设有两个图G=(V，E)和G'=(V'，E')，若V'是V的子集，即V'⊆V，且E'是E的子集，即E'⊆E，则称G'是G的子图。



思考题

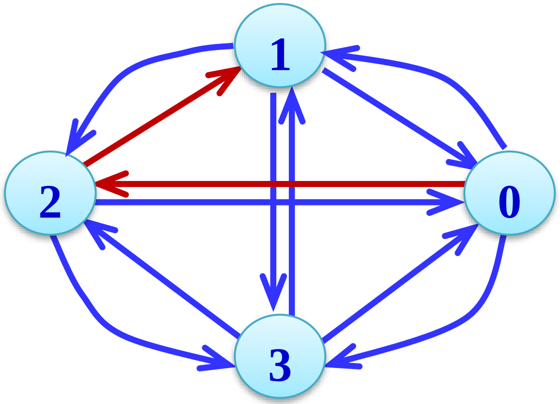
设有一个图G=(V，E)，取V的子集V'， E的子集E'。那么，(V', E')一定是G的子图吗？

6、路径和路径长度

在一个图G=(V，E)中，从顶点i到顶点j的一条**路径**（i，i_1，i_2，…，i_m，j）。其中所有的(i_x，i_y) ∈E(G)，或者<i_x，i_y> ∈E(G)

路径长度是指一条路径上经过的边的数目。

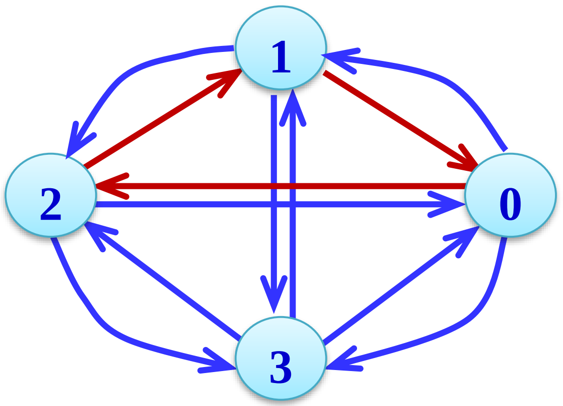
若一条路径上除开始点和结束点可以相同外，其余顶点均不相同，则称此路径为**简单路径**。



0→ 1的一条简单路径，长度为2

7、回路或环

若一条路径上的开始点与结束点为同一个顶点，则此路径被称为回路或环。开始点与结束点相同的简单路径被称为**简单回路**或**简单环**。



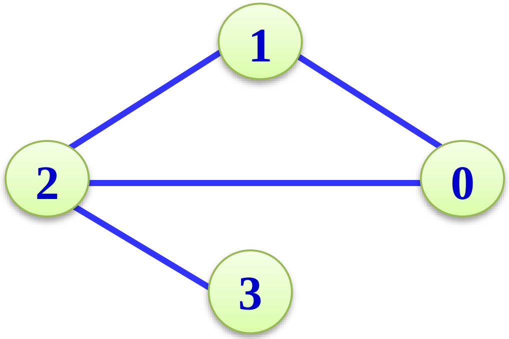
（0，2，1，0）就是一条简单回路，其长度为3。

8、连通、连通图和连通分量

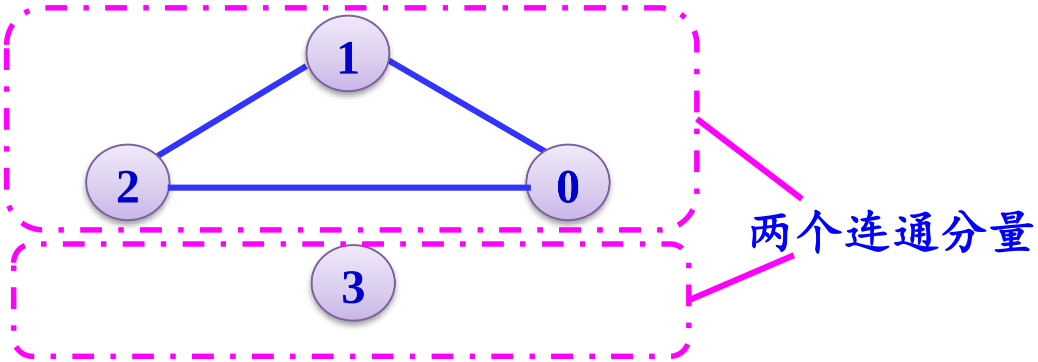
无向图：若从顶点i到顶点j有路径，则称顶点i和j是连通的。

若图中任意两个顶点都连通，则称为连通图，否则称为非连通图。

无向图G中的极大连通子图称为G的连通分量。显然，任何连通图的连通分量只有一个，即本身，而非连通图有多个连通分量。



一个连通图

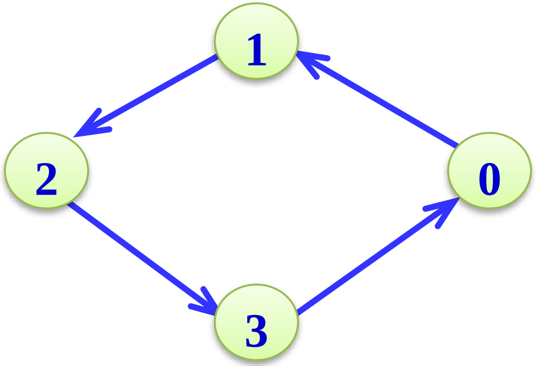


一个非连通图

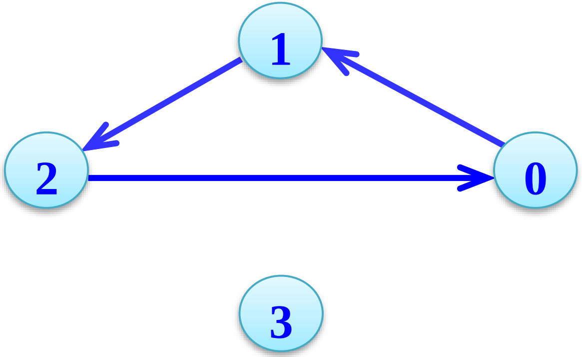
9、强连通图和强连通分量

有向图：若从顶点*i*到顶点*j*有路径，则称从顶点*i*到*j*是连通的。

若图G中的任意两个顶点*i*和*j*都连通，即从顶点*i*到*j*和从顶点*j*到*i*都存在路径，则称图G是强连通图。

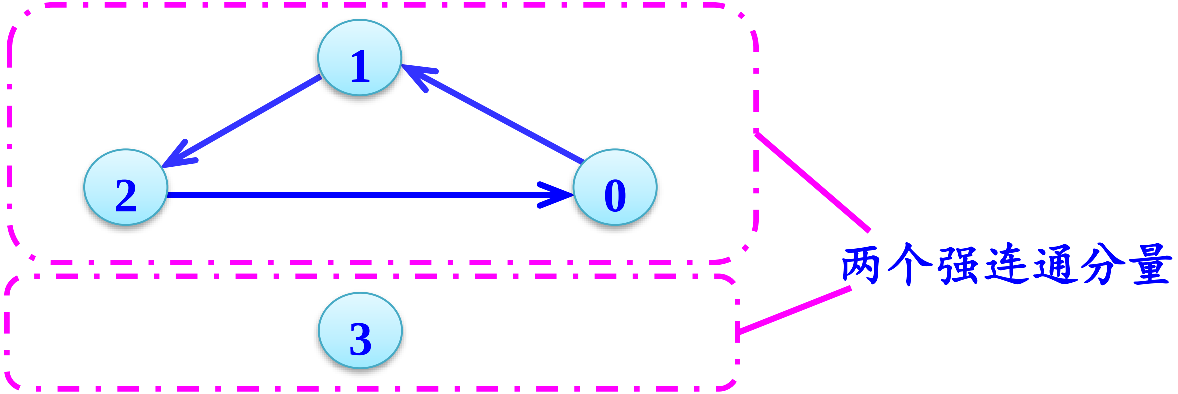


一个强连通图



一个非强连通图

有向图G中的极大强连通子图称为G的**强连通分量**。显然，强连通图只有一个强连通分量，即本身。非强连通图有多个强连通分量。

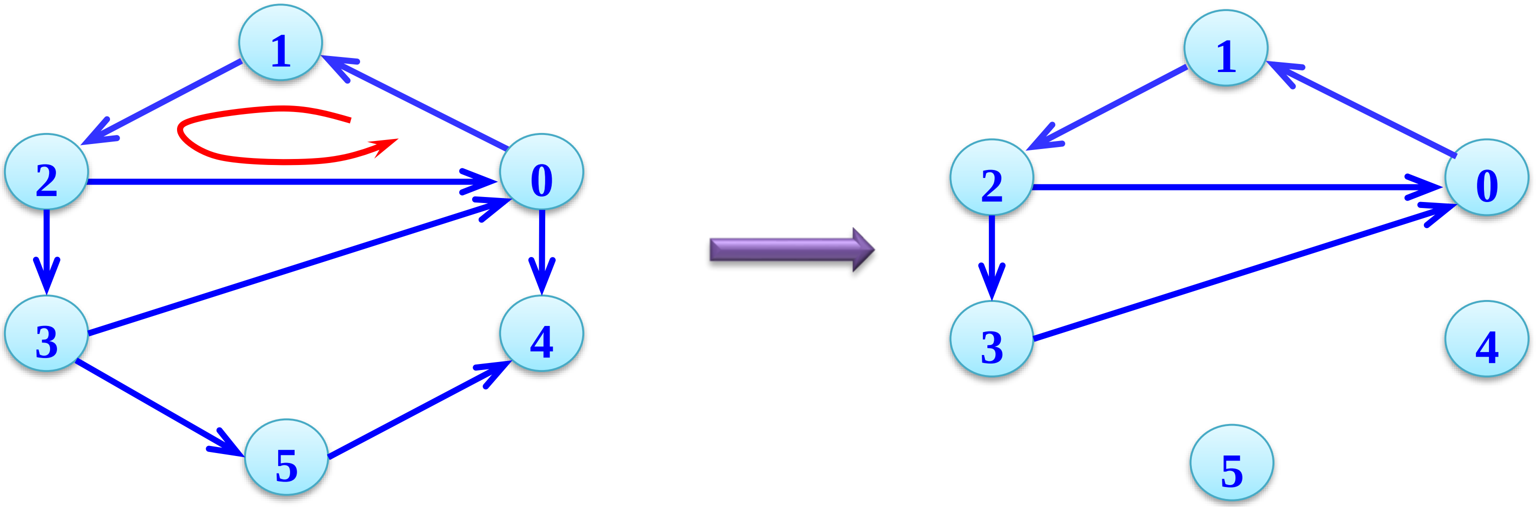


一个非强连通图

在一个非强连通中**找强连通分量**的方法。

① 在图中找有向环。

② 扩展该有向环：如果某个顶点到该环中任一顶点有路径，并且该环中任一顶点到这个顶点也有路径，则加入这个顶点。



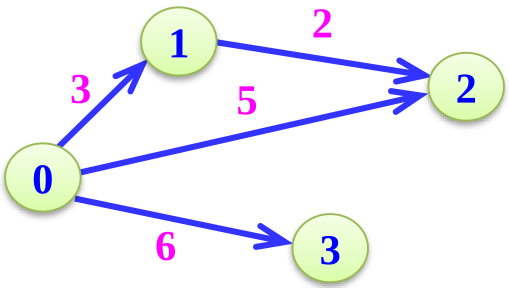
一个非强连通图

3个强连通分量

10、权和网

图中每一条边都可以附带有一个对应的数值，这种与边相关的数值称为**权**。权可以表示从一个顶点到另一个顶点的距离或花费的代价。

边上带有权的图称为**带权图**，也称作**网**。



一个网

——本讲完——