



第4周小结

1

栈

① 先进后出表。1, 2, 3, ..., n 通过一个栈的出栈序列个数？

$$\frac{1}{n+1} C_{2n}^n = \frac{1}{n+1} \times \frac{(2n)!}{n! \times n!}$$



第n个Catalan数

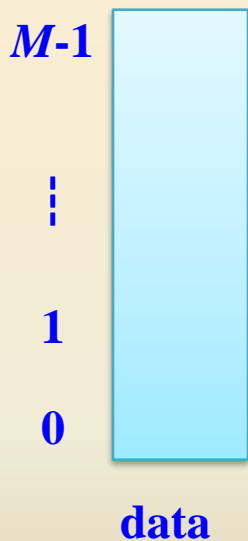
当n=3, 结果为5。

② 一个大小为 n 的顺序栈，最多只能进行 n 次进栈操作吗？

错误： 可以进行任意多次进栈操作。

但最多只能进行连续 n 次进栈操作。

③ 顺序栈只能将栈底设置在data[0]端吗？

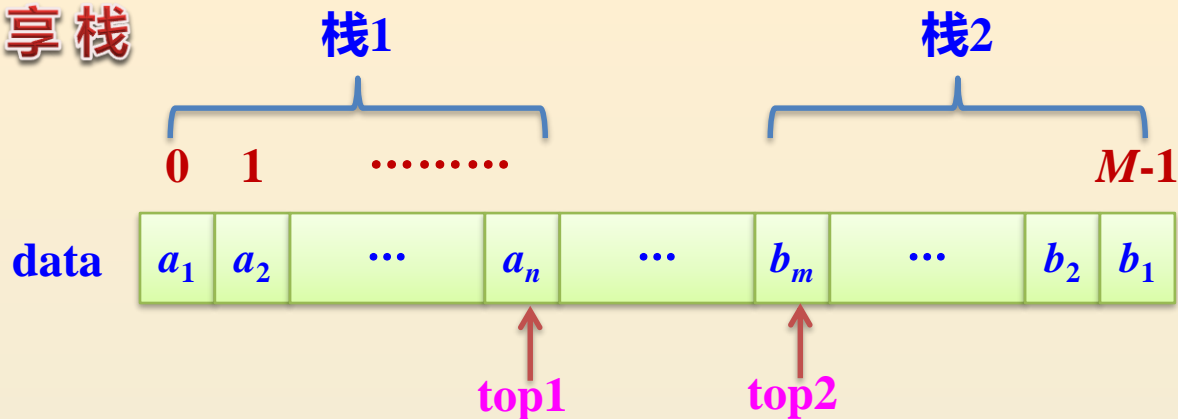


可以将栈底设置在任意一端，但不能设置在中间。

将栈底设置在`data[M-1]`端的设计：

- 初始化： `top=M`
- 栈空： `top==M`
- 栈满： `top==0`（最小下标）
- 元素 e 进栈： `top--; data[top]=e`
- 出栈： `e=data[top]; top--`

④ 共享栈



- 初始化: $top1 = -1; top2 = M;$
- 栈1空: $top1 == -1$ 栈2空: $top2 == M$
- 栈满: $top1 + 1 = top2$
- 元素进栈1: $top1++;$ $data[top1] = e;$
- 元素进栈2: $top2--;$ $data[top2] = e;$
- 栈1出栈: $e = data[top1]; top1--;$
- 栈2出栈: $e = data[top2]; top2++;$

2

队 列

① 先进先出表。 $1, 2, 3, \dots, n$ 通过一个队列的出队序列个数？

只有一个：即 $1, 2, 3, \dots, n$

② 环形队列解决了假溢出问题，任何情况下都使用环形队列吗？

- 采用环形队列时，进队的元素可能被覆盖。
- 如果需要用队列中全部进队的元素进一步求解问题，应该采用非环形队列。如用队列求解迷宫路径！

③ 如果需要多个队列，可以像共享栈一样设置共享队列吗？如果需要10个队列，如何设计？

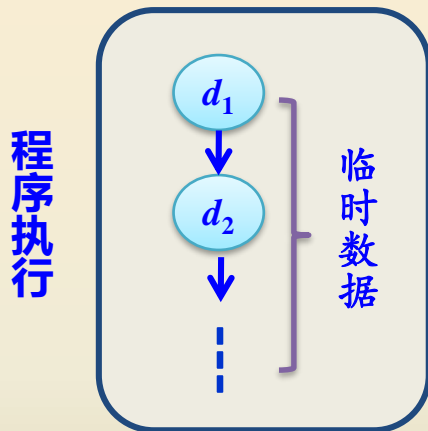
不能。因为栈是向一端生长的，而队列不是。为了节省空间，应该采用链队。

如果需要10个队列，可以设置10个链队：

- 队头指针：front[10]
- 队尾指针：rear[10]

3

栈和队列的应用



保存 d_1 、 d_2 、...

- 先产生的数据后处理—**栈**（先进后出表）
- 先产生的数据先处理—**队列**（先进先出表）

简单表达式求值

这里限定的简单表达式求值问题是：用户输入一个包含“+”、“-”、“*”、“/”、正整数和圆括号的合法算术表达式，计算该表达式的运算结果。

例如， $exp = "1+2*(4+12)"$ \leftarrow 中缀表达式

中缀表达式的运算规则：“先乘除，后加减，从左到右计算，先括号内，后括号外”。

因此，中缀表达式不仅要依赖运算符优先级，而且还要处理括号。

算术表达式的另一种形式是后缀表达式或逆波兰表达式，就是在算术表达式中，运算符在操作数的后面。

如 $1+2*3$ 的后缀表达式为 $1\ 2\ 3\ *\ +$ 。

后缀表达式：

- 已考虑了运算符的优先级。
- 没有括号。
- 只有操作数和运算符，而且越放在前面的运算符来越优先执行。

中缀表达式的求值过程：

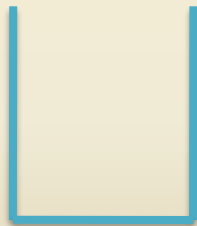
- 将中缀算术表达式转换成后缀表达式。
- 对该后缀表达式求值。

(1) 将算术表达式转换成后缀表达式

$exp \Rightarrow postexp$

扫描 exp 的所有字符：

- 数字字符直接放在 $postexp$ 中
- 运算符通过一个栈来处理优先级

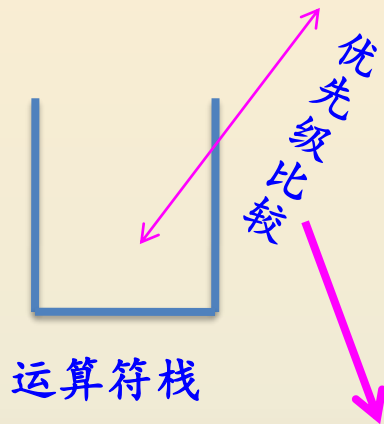


运算符栈

$exp \Rightarrow postexp$

情况1（没有括号）

$exp =$ " 1 + 2 + 3 "



$postexp :$

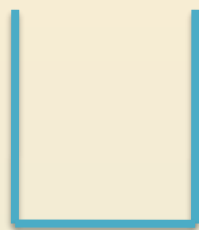
"1+2+3" \Rightarrow "1 2 + 3 +"

- 先进栈的先退栈即先执行：
只有大于栈顶优先级才能直接进栈
- exp 扫描完毕，所有运算符退栈

$exp \Rightarrow postexp$

情况2（带有括号）

$exp = "2 * (1 + 3) - 4"$



运算符栈

$postexp :$



$postexp = "2 1 3 + * 4 -"$

- 开始时，任何运算符都进栈
- (：一个子表达式开始，进栈
- 栈顶为(：任何运算符进栈
-)：退栈到 (
- 只有大于栈顶的优先级，才进栈；否则退栈

```
while (从exp读取字符ch , ch!='\0')
{
    ch为数字：将后续的所有数字均依次存放到postexp中，
        并以字符'#'标志数值串结束;
    ch为左括号'('：将此括号进栈到Optr中;
    ch为右括号')'：将Optr中出栈时遇到的第一个左括号'('以前的运算符依次出
        栈并存放到postexp中，然后将左括号'('出栈;
    ch为其他运算符：
        if ( 栈空或者栈顶运算符为'(' ) 直接将ch进栈;
        else if (ch的优先级高于栈顶运算符的优先级)
            直接将ch进栈;
        else
            依次出栈并存入到postexp中，直到栈顶运算符优先级小于ch的优先级，
            然后将ch进栈;
}
```

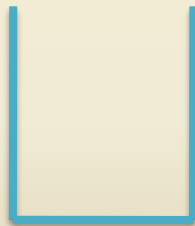
若exp扫描完毕，则将Optr中所有运算符依次出栈并存放到postexp中。

(2) 后缀表达式求值

postexp \Rightarrow 值

扫描*postexp*的所有字符：

- 数字字符：转换为数值并进栈
- 运算符：退栈两个操作数，计算，将结果进栈



操作数栈

while (从postexp读取字符ch , ch!='\0')

```
{  ch为'+' : 从Opnd栈中出栈两个数值 $a$ 和 $b$  , 计算 $c=b+a$ ;将 $c$ 进栈;  
  ch为'-' : 从Opnd栈中出栈两个数值 $a$ 和 $b$  , 计算 $c=b-a$ ;将 $c$ 进栈;  
  ch为'*' : 从Opnd栈中出栈两个数值 $a$ 和 $b$  , 计算 $c=b*a$ ;将 $c$ 进栈;  
  ch为'/' : 从Opnd栈中出栈两个数值 $a$ 和 $b$  , 若 $a$ 不为零 , 计算 $c=b/a$ ;将 $c$ 进栈;  
  ch为数字字符 : 将连续的数字串转换成数值 $d$  , 将 $d$ 进栈;  
}
```

返回Opnd栈的栈顶操作数即后缀表达式的值;