

2.5 有序表

1、什么是有序表

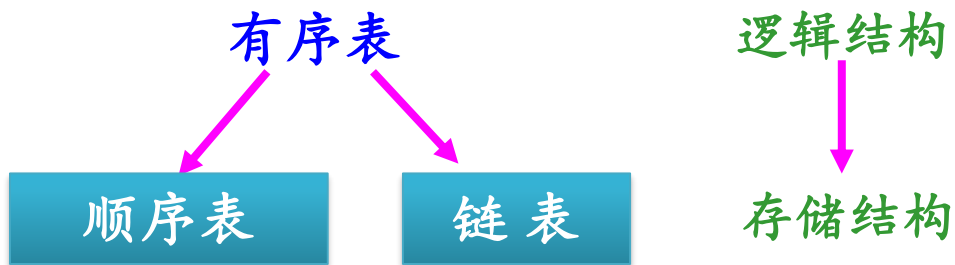
所谓**有序表**，是指这样的线性表，其中所有元素以**递增或递减**方式有序排列。

有序表 \subset 线性表

为了简单，假设有有序表元素是以**递增**方式排列。

从中看到，有序表和线性表中元素之间的逻辑关系相同，其区别是运算实现的不同。

既然有序表中元素逻辑关系与线性表的相同，有序表可以采用与线性表相同的存储结构。



若以**顺序表**存储有序表，会发现基本运算算法中只有ListInsert()算法与前面的顺序表对应的运算有所差异，其余都是相同的。有序顺序表的ListInsert()算法如下：

```
void ListInsert(SqList *&L, ElemType e)
{   int i=0, j;
    while (i<L->length && L->data[i]<e)
        i++;
    for (j=ListLength(L); j>i; j--)
        L->data[j]=L->data[j-1];
    L->data[i]=e;
    L->length++;
}
```

//查找值为 e 的元素
//将data[i..n]后移一个位置
//有序顺序表长度增1

ListInsert(L, i, e)



线性表

ListInsert(L, e)



有序表

若以单链表存储有序表，同样发现基本运算算法中只有ListInsert()算法与前面的单链表对应的运算有所差异，其余都是相同的。有序单链表的ListInsert()的算法如下：

```
void ListInsert(LinkList *&L, ElemType e)
```

```
{   LinkList *pre=L, *p;
```

```
    while (pre->next!=NULL && pre->next->data<e)
```

```
        pre=pre->next;    //查找插入节点的前驱节点*pre
```

```
    p=(LinkList *)malloc(sizeof(LinkList));
```

```
    p->data=e;    //创建存放e的数据节点*p
```

```
    p->next=pre->next;    //在*pre节点之后插入*p节点
```

```
    pre->next=p;
```

```
}
```

在*pre之后插入*p

查找插入的位置*pre

思考题：

有序表和线性表有什么异同？

有序表和顺序表有什么不同？



2、有序表的归并算法

【例2-11】 假设有两个有序表LA和LB。设计一个算法，将它们合并成一个有序表LC。



二路归并示意图

顺序表二路归并示例的演示

例如, $LA = (1, 3, 5)$, $LB = (2, 4, 6, 8)$,
其二路归并过程如下:



LA 、 LB 中每个元素恰好遍历一次, 时间复杂度为 $O(m+n)$ 。

采用顺序表存放有序表时，二路归并算法如下：

```
void UnionList(SqList *LA,SqList *LB,SqList *&LC)
{   int i=0, j=0, k=0;           //i、j分别为LA、LB的下标,k为LC中元素个数
    LC=(SqList *)malloc(sizeof(SqList));    //建立有序顺序表LC
    while (i<LA->length && j<LB->length)
    {   if (LA->data[i]<LB->data[j])
        {   LC->data[k]=LA->data[i];
            i++; k++;
        }
        else           //LA->data[i]>LB->data[j]
        {   LC->data[k]=LB->data[j];
            j++; k++;
        }
    }
}
```

两个有序表均没有遍历完


```
while (i<LA->length)           //LA尚未扫描完,将其余元素插入LC中
{   LC->data[k]=LA->data[i];
    i++;k++;
}
while (j<LB->length)           //LB尚未扫描完,将其余元素插入LC中
{   LC->data[k]=LB->data[j];
    j++;k++;
}
LC->length=k;
}
```

本算法的时间复杂度为 $O(m+n)$, 空间复杂度为 $O(m+n)$ 。

采用单链表存放有序表时，二路归并算法如下：

```
void UnionList1(LinkList *LA, LinkList *LB, LinkList *&LC)
{
    LinkList *pa=LA->next, *pb=LB->next, *r, *s;
    LC=(LinkList *)malloc(sizeof(LinkList)); //创建LC的头节点
    r=LC;                                     //r始终指向LC的尾节点
    while (pa!=NULL && pb!=NULL)
    {
        if (pa->data<pb->data)
        {
            s=(LinkList *)malloc(sizeof(LinkList)); //复制节点
            s->data=pa->data;
            r->next=s; r=s;                          //采用尾插法将*s插入到LC中
            pa=pa->next;
        }
        else
        {
            s=(LinkList *)malloc(sizeof(LinkList)); //复制节点
            s->data=pb->data;
            r->next=s; r=s;                          //采用尾插法将*s插入到LC中
            pb=pb->next;
        }
    }
}
```

```
while (pa!=NULL)
{
    s=(LinkList *)malloc(sizeof(LinkList)); //复制节点
    s->data=pa->data;
    r->next=s;r=s;           //采用尾插法将*s插入到LC中
    pa=pa->next;
}
```

```
while (pb!=NULL)
{
    s=(LinkList *)malloc(sizeof(LinkList)); //复制节点
    s->data=pb->data;
    r->next=s;r=s;           //采用尾插法将*s插入到LC中
    pb=pb->next;
}
```

```
r->next=NULL //尾节点的next域置空
```

若LB没有扫描完，将余下节点复制到LC中

本算法的时间复杂度为 $O(m+n)$ ，空间复杂度为 $O(m+n)$ 。

思考题：

假设两个有序表LA和LB采用单链表存储，设计一个算法，将它们合并成一个有序表单链表LC。要求算法的空间复杂度为 $O(1)$ 。



【例2-12】 一个长度为 L ($L \geq 1$) 的升序序列 S ，处在第 $\lceil L/2 \rceil$ 个位置的数称为 S 的中位数。

例如：若序列 $S_1=(11,13,15,17,19)$ ，则 S_1 的中位数是15。

两个序列的中位数是含它们所有元素的升序序列的中位数。例如，若 $S_2=(2,4,6,8,20)$ ，则 S_1 和 S_2 的中位数是11。

现有两个等长的升序序列 A 和 B ，试设计一个在时间和空间两方面都尽可能高效的算法，找出两个序列 A 和 B 的中位数。要求：

(1) 给出算法的基本设计思想。

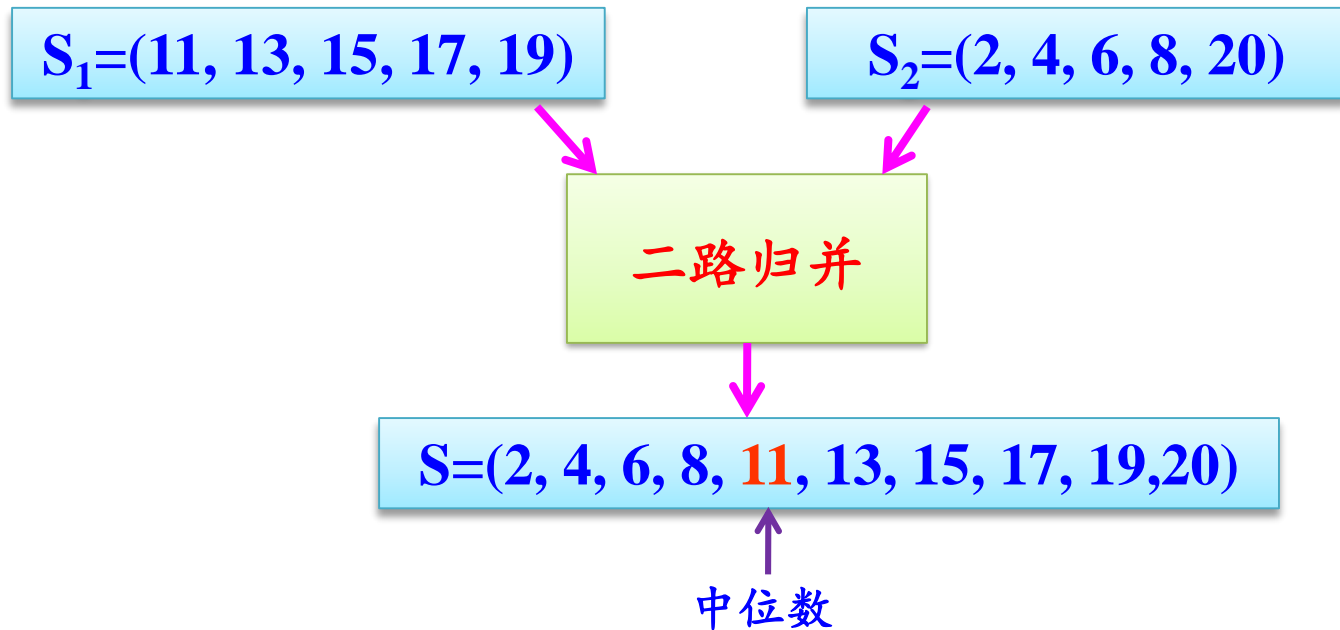
(2) 根据设计思想，采用C、C++或Java语言描述算法，关键之处给出注释。

(3) 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

注：本题为2011年全国考研题。

算法设计思路

$n=5$



实际上，不需要求出 S 的全部元素，用 k 记录当前归并的元素个数，当 $k=n$ 时，归并的那个元素就是中位数。

$n=5$

i
↓

$S_1=(11, 13, 15, 17, 19)$

$k=5$

$S_2=(2, 4, 6, 8, 20)$

↑
 j



$k=n$, 结果为 i 、 j 所指较小的元素

中位数为 $S_1[i]=11$

对应的算法如下：

```
int M_Search(int A[], int B[], int n)
{
    int i, j, k;
    i = j = k = 0;
    while (i < n && j < n)
    {
        k++;
        if (A[i] < B[j])
        {
            if (k == n) return A[i];
            i++;
        }
        else // A[i] >= B[j]
        {
            if (k == n) return B[j];
            j++;
        }
    }
}
```

算法的时间复杂度为 $O(n)$ ，空间复杂度为 $O(1)$ 。

——本章完——