



第8周小结

1

树

① 树中节点计算方法



- 度为 m 的树中所有节点的度 $\leq m$
- 至少有一个度为 m 的节点



度为2的树至少有3个节点!

树中节点计算的基本公式



- 任何非空树中：分支数 = 所有节点度之和，分支数 = $n-1$
- 度为 m 的树中： $n = n_0 + n_1 + \cdots + n_m$
- 度为 m 的树中：所有节点度之和 = $n_1 + 2n_2 + \cdots + mn_m$



已知一棵度为4的树中，度为 i ($i>1$) 的节点个数有 i 个，问该树中有多少个叶子节点？

解： $n = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n_0 + 1 + 2 + 3 + 4 = n_0 + 10$ ，即： $n_0 = n - 10$

度之和 = $n - 1$

度之和 = $n_1 + 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = 30$

所以 $n = 30 + 1 = 31$ ， $n_0 = n - 10 = 31 - 10 = 21$ 。

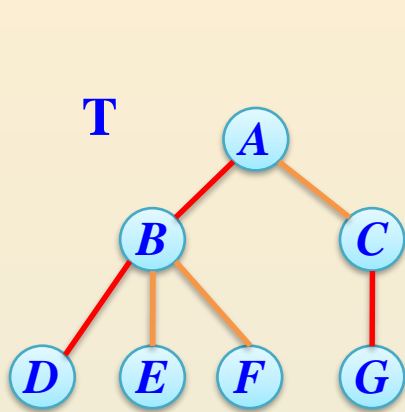
② 树和二叉树的转换与还原

树转换为二叉树
二叉树还原为树

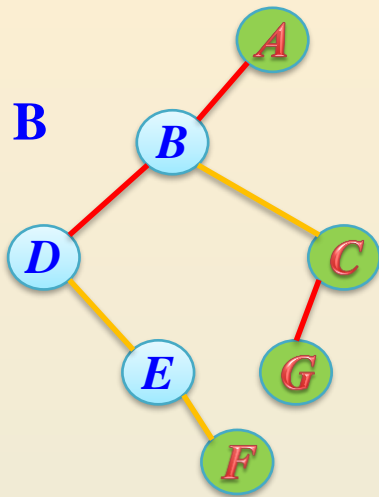
} 过程



将森林T转换为二叉树B，若T中有 n 个非叶子节点，
则二叉树B中无右孩子的节点个数是多少？



非叶子节点：3



无右孩子的节点：4

- T中一个非叶子节点至少有一个孩子节点，其中有一个最右边的孩子节点s
- 在B中s没有右孩子 \Rightarrow T中 n 个非叶子节点，B中对应 n 个没有右孩子节点
- T的根节点对应B的根节点，它一定是没有右孩子节点 $\Rightarrow n+1$

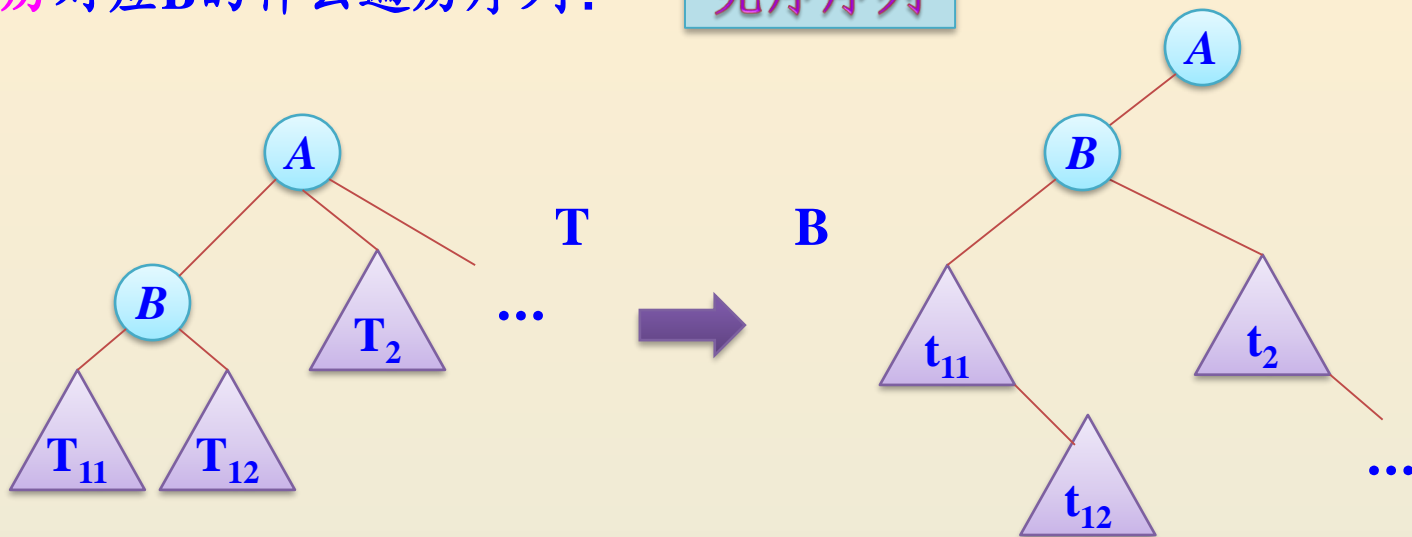
③ 树的遍历

- 先根遍历
 - 后根遍历
 - 层次遍历
- } 具有递归性



给定一棵树T，将其转换成二叉树B后，T的先根遍历对应B的什么遍历序列？

先序序列



先根遍历：A B T₁₁ T₁₂ T₂ ...

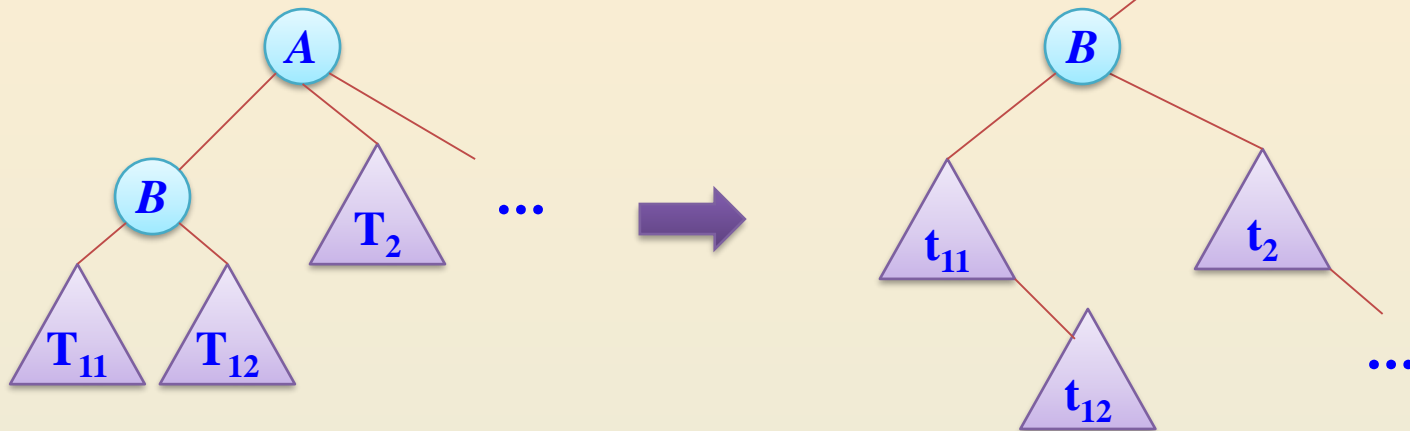


先序遍历：A B t₁₁ t₁₂ t₂ ...



给定一棵树T，将其转换成二叉树B后，T的**后根**
遍历对应B的什么遍历序列？

中序序列

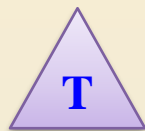


后根序列: $B \ T_{11} \ T_{12} \ T_2 \ \cdots \ A$ \longrightarrow 中序序列: $B \ t_{11} \ t_{12} \ t_2 \ \cdots \ A$



已知一棵树T的先根序列和后根序列，可以唯一确定这棵树？

Yes !



T的先根序列 → B的先序序列

T的后根序列 → B的中序序列



唯一确定B

唯一还原为T

④ 树的存储结构

- 双亲存储结构：表示1: 1的关系
- 孩子链存储结构：表示1: n 的关系
- 孩子兄弟链存储结构：树转化为二叉树，对应二叉链



在一棵树T中最常用的操作是查找某个节点的祖先节点，采用哪种存储结构最合适？

☑ 双亲存储结构

如最常用的操作是查找某个节点的所有兄弟，采用哪种存储结构最合适？

☑ 孩子链存储结构或者孩子兄弟链存储结构

2

二叉树

① n 个不同的节点构造的二叉树个数？

$$\frac{1}{n+1} C_{2n}^n = \frac{1}{n+1} \times \frac{(2n)!}{n! \times n!}$$



第 n 个Catalan数

当 $n=3$ ，结果为5。

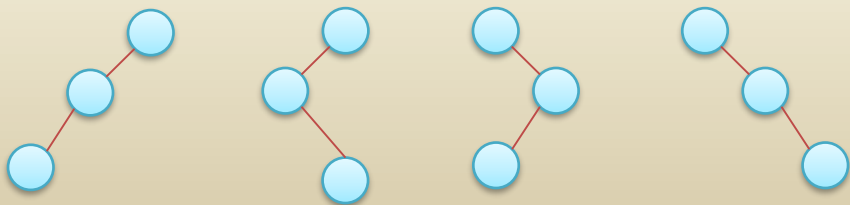


有 n 个节点并且高度为 n 的**不同形态**的二叉树个数是多少？

该二叉树：有 n 层，每层一个节点，该节点可以作为双亲节点的左孩子，也可以作为右孩子

⇒ 这样的二叉树的个数= $1 \times 2 \times \cdots \times 2 = 2^{n-1}$ 。

例如，当 $n=3$ 时有 $2^2=4$ 个这样的二叉树。



② 二叉树中节点计算方法

基本公式



- 二叉树中所有节点的度 ≤ 2
- 分支数 = 所有节点度之和, 分支数 = $n-1$
- $n = n_0 + n_1 + n_2$
- 所有节点度之和 = $n_1 + 2n_2$
- $n_0 = n_2 + 1$

③ 完全二叉树中节点计算方法

基本公式和原理



- 节点个数为 n ，树形可以唯一确定
- 叶子节点个数为 n_0 ，树形不能唯一确定
- n 为奇数时， $n_1=0$ ； n 为偶数时， $n_1=1$ 。
- $n_0=n_2+1$
- 高度 $h=\lceil \log_2(n+1) \rceil$ ，是 n 个节点高度最小的二叉树



含有60个叶子节点的二叉树的最小高度是多少？

- 在该二叉树中， $n_0=60$ ， $n_2=n_0-1=59$ ， $n=n_0+n_1+n_2=119+n_1$ 。
- 当 $n_1=0$ 且为完全二叉树时高度最小。
- 此时高度 $h=\lceil \log_2(n+1) \rceil = \lceil \log_2 120 \rceil = 7$ 。

④ 满二叉树中节点计算方法

基本公式和原理



- 高度 $h=\log_2 n$
- 高度为 h 的满二叉树, $n=2^h-1$, n 一定为奇数
- $n_0=n_2+1$
- $n_1=0$



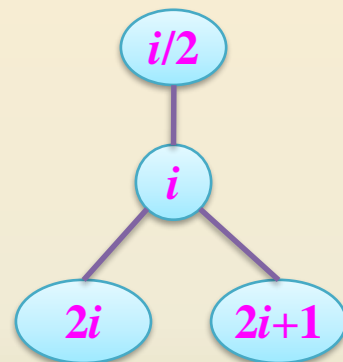
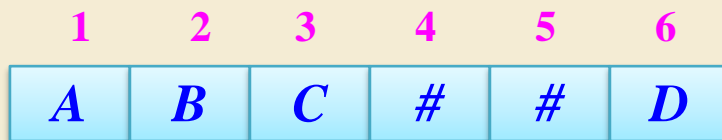
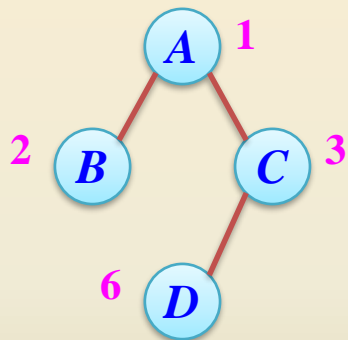
已知一棵非空满二叉树中有31个分支节点，则总节点个数是多少？

- $n_2 + n_1 = 31$ ，而 $n_1 = 0$ ，所以 $n_2 = 31$ （双分支节点个数）。
- $n_0 = n_2 + 1 = 32$ （二叉树性质）， $n = n_0 + n_1 + n_2 = 63$ 。

3

二叉树的存储结构

① 顺序存储结构





一棵高度为 h 的并且只有 h 个节点的二叉树，采用顺序存储结构存放在 $R[1..n]$ 中，则 n 应该至少是（ ）。

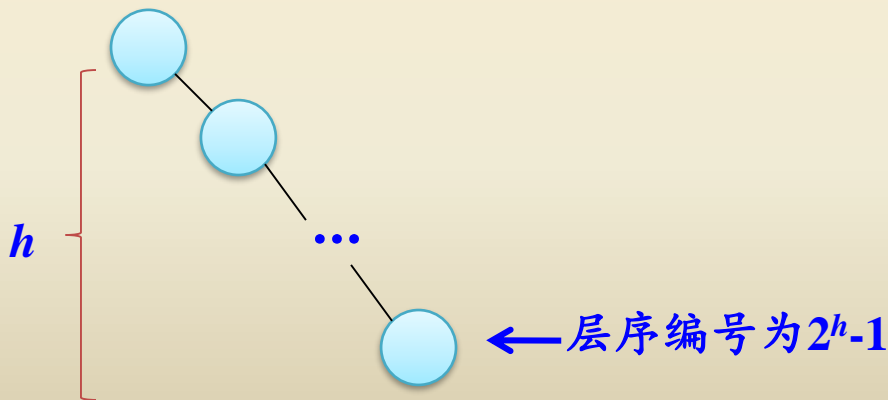
A. $2h$

B. $2h-1$

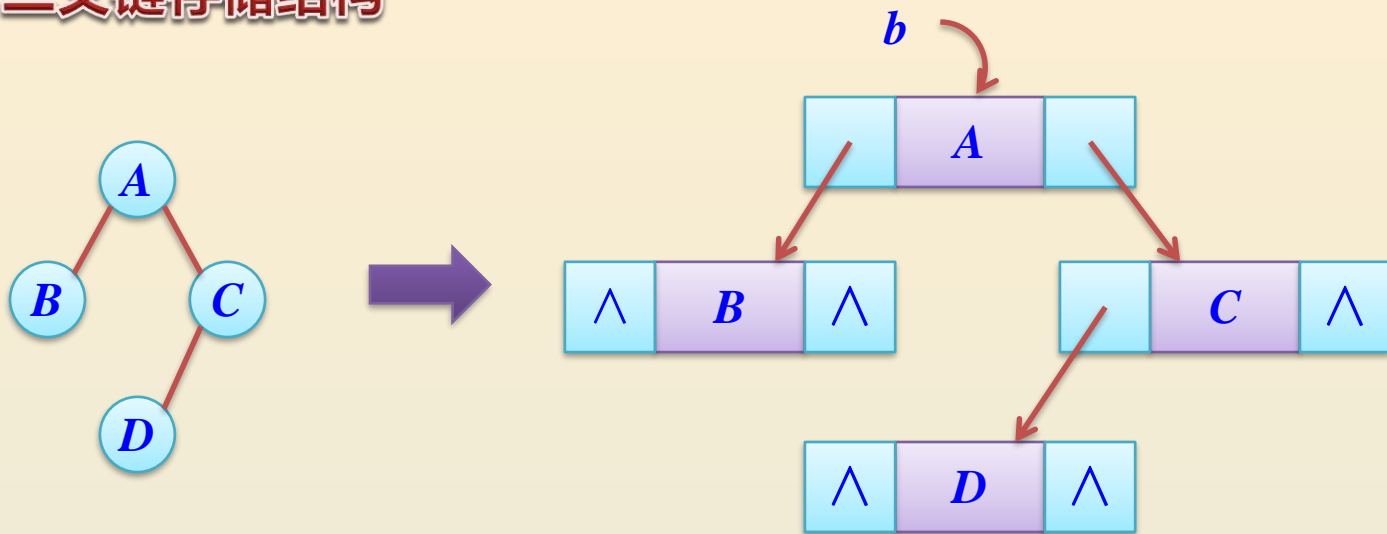
C. 2^h-1

D. 2^h

可能是一棵有斜树，最后一个节点的层序编号为 2^h-1 。 C



② 二叉链存储结构



任何节点的左、右指针分别指向一棵二叉树！ \Rightarrow 递归数据结构



含有 n 个节点的二叉树采用二叉链存储结构，其中空指针域个数是多少？

- 每个节点2个指针域，共 $2n$ 个指针域
- 除了根节点外，每个节点被一个非空指针所指向
- 共有 $n-1$ 个非空指针域
- 空指针域的个数= $2n-(n-1)=n+1$ 。