西南交通大学2014年全日制硕士研究生

招生入学考试

数字通信原理解析

一、某离散信源由 1024 个相互独立、等概率出现的符号构成，该信源产生的消息需经由模拟电话信道传输，若电话信道带宽为4KHz，信道输出端信噪比要求为31，试求

1. 信道容量。

2. 该信源信息无差错传输时，发送一个符号的最短时间间隔为多少？

解： 1.由香农公式$C = B\log_2\left(1+\dfrac{S}{N}\right)$可知，

信道容量：

$$C = 4000\log_2\left(1+31\right) = 20000\,\mathrm{bit/s}$$

2.由题可知，信源熵：

$$H = -\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$$

$$= -\log_2 \frac{1}{1024} = 10\,\text{bit/符号}$$

由于无差错传输，发送一个符号的间隔为

$$\Delta t = \frac{H}{C} = \frac{10\,\text{bit}}{20000\,\text{bit/s}} = 5\times 10^{-4}\,\text{s}$$

二、已知数字信息流为 100001100001，试求：

1. 若用相邻码源的极性变化表示“1”，极性不变化表示“0”，写出相应的差分码（设初始码元为 0）。

2. 写出相应的 AMI 码。

3. 写出相应的 HDB3 码。

4. 若该序列为第一类部分相应系统的输入序列，写出该序列对应的预编码输出结果及相关编码结果。

5. 若码元速率为 2400B，载波频率为 4800Hz，画出 2PSK 信号、2ASK 信号以及 2DPSK 信

号的波形示意图。

解：1.　0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1，其中 0 为初始码元

2.　+1 0 0 0 0 -1 +1 0 0 0 0 -1

3.　先化为 AMI 码：+1 0 0 0 0 -1 +1 0 0 0 0 -1

用 000V 替换 0000：+1 0 0 0 V -1 +1 0 0 0 V -1

用 B00V 替换 000V：+1 0 0 0 V -1 +1 B 0 0 V -1

符号交替变换：+1 0 0 0 +V -1 +1 –B 0 0 -V +1

4.　预编码定义为 $d_n = b_n \oplus d_{n-1}$，设预编码第一位为 0

二电平序列定义为 $a_n = 2d_n - 1$，采样序列定义为 $c_n = a_n + a_{n-1}$

判决输出定义为$\hat{b}_n = \begin{cases} 0, c_n = \pm 2 \\ 1, c_n = 0 \end{cases}$

输入数据 $\{b_n\}$ 1 0 0 0 0 1

1 0 0 0 0 1

预编码输出$\{d_n\}$ $\underline{0}$ 1 1 1 1 1

0 1 1 1 1 1 0

二电平序列$\{a_n\}$ $\underline{-1}$ +1 +1 +1 +1

+1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1

采样序列 $\{c_n\}$ 0 +2 +2 +2

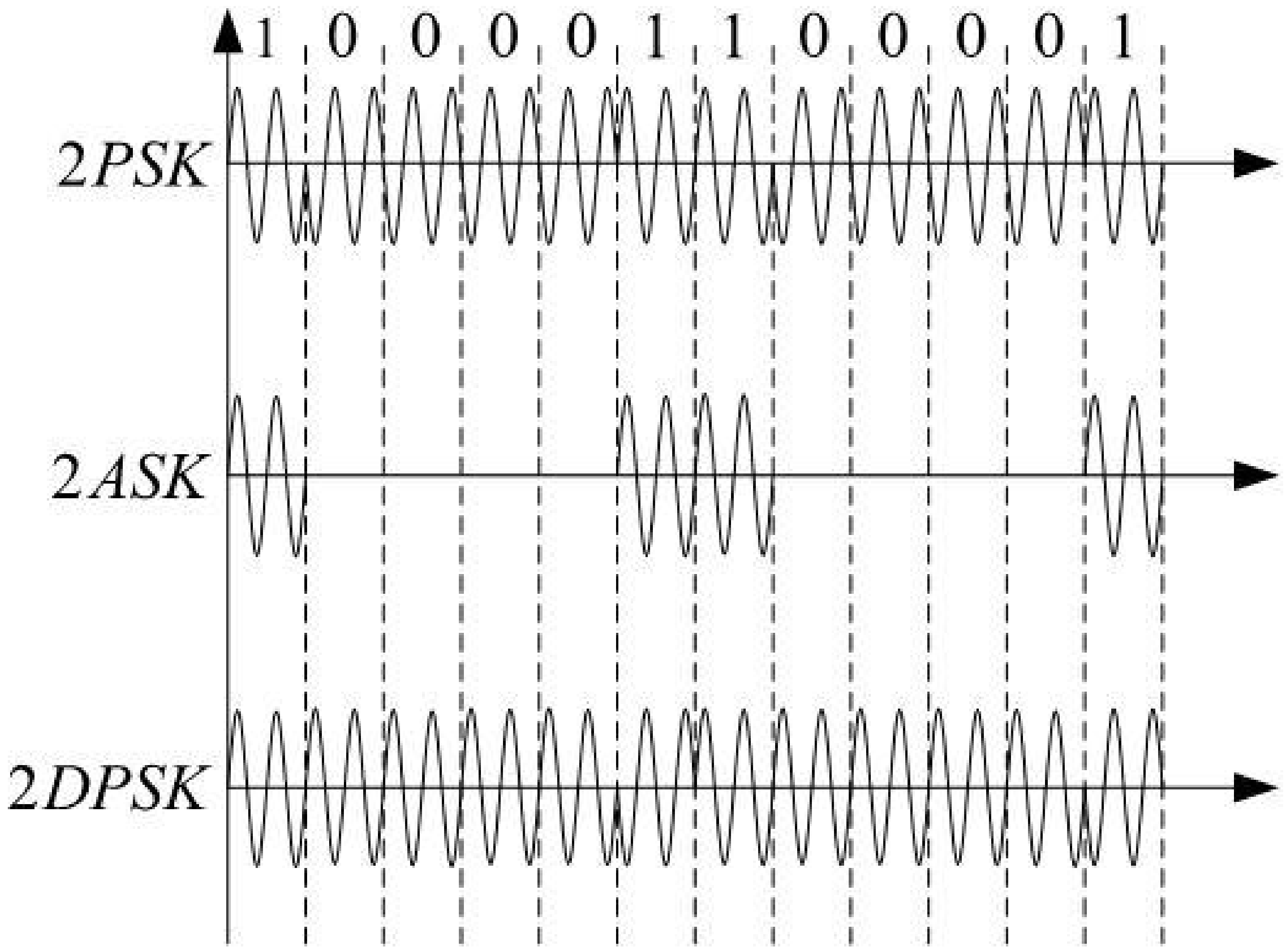
+2 0 -2 -2 -2 -2 -2 -2

判决输出 $\{\hat{b}_n\}$ 1 0 0 0 0

1 0 0 0 0 0 0

5. 由题可知，$r_s = 2400\,\text{Baud}$，$f_c = 4800\,\text{Hz}$，故调制到载波上后，每传输一个符号等价于传输两个周期，即载波频率为码元速率的 2

倍，绘出的曲线如下图所示：



三、设有一最高频率为 300Hz 的模拟信号，现将其通过抽样、量化、编码后转换成 PCM 信号，试求：

1. 所需的最小取样速率为多少？

2. 若采样速率为 800Hz，量化电平数为 64，则二进制 PCM 信号的传输速率为多少？

3. 在满足无码间干扰条件下，传输（2）中

PCM 信号的基带传输系统所需的最小传输带宽为多少 Hz？频带利用率为多少？

4. 若采用$\alpha = 0.2$的升余弦滚降频谱信号传输（2）中的 PCM 信号，则基带传输系统带宽为多少？频带利用率为多少？

解：1.最小取样速率即满足奈奎斯特采样定理的最小速率，即

$$r_s = \frac{1}{T_s} = 2B = 2 \times 300 = 600\,\mathrm{Hz}$$

2.由(1)可知，该速率满足奈奎斯特采样定理，即信号可以无码间干扰地传输，则

$$R_b = r_s \times \log_2(M) = 800 \times \log_2(64) = 4800\,\mathrm{bit/s}$$

3.由(2)可知，该 PCM 信号的最小传输带宽为$B = \dfrac{1}{2} R_b = 2400\,\mathrm{Hz}$，则

频带利用率为

$$\eta_s = \frac{r_s}{B} = \frac{800}{2400} = \frac{1}{3}\,\text{Baud/ Hz}$$

4.传输带宽为

$$B = \frac{1+\alpha}{2} r_s = \frac{1+0.2}{2} \times 800 = 480\,\text{Hz}$$

频带利用率为

$$\eta_s = \frac{r_s}{B} = \frac{2}{1+\alpha} = \frac{2}{1+0.2} = \frac{5}{3}\,\text{Baud/ Hz}$$

四、已知某基带传输系统如图 4-1 所示，其中发送滤波器、信道及接收滤波器组成的基带传输系统的总传输特性为 $H(f) = G_T(f)C(f)G_R(f)$，其幅频特性如题图 4-2 所示，求：

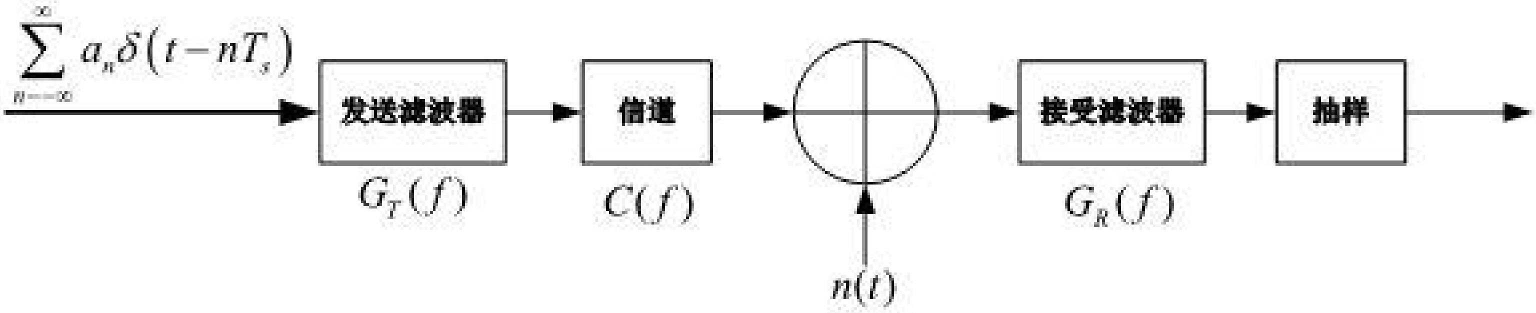
1. 该基带传输系统的冲激响应 $h(t)$；

2. 若已知传输速率为 $4k$ Baud，则在满足抽样点上无码间干扰的条件下，图中 B 的取值

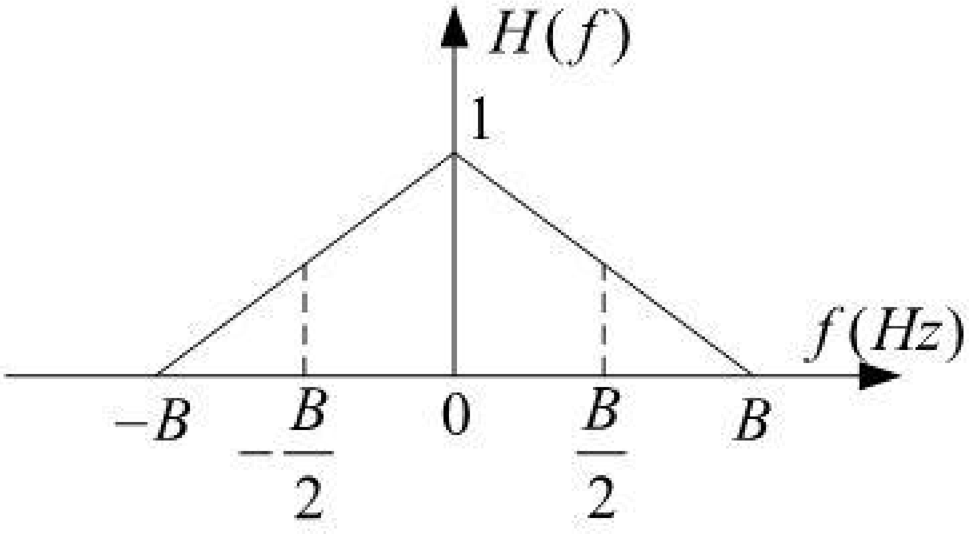
最小为多少？此时系统的频带利用率为多少？

3. 若 $B = 1200\,\text{Hz}$，试判断当传输速率分别是 $1200\,\text{Baud}$、$600\,\text{Baud}$、$300\,\text{Baud}$ 时在抽样点有无码间串扰；

4. 与理想低通特性相比，由于码元定时误差的影响所引起的码间串扰是增大还是减小？为什么？



题图 4-1



题图 4-2

解： 1.由傅里叶变换可知

$$g(t)=\wedge\left(\frac{t}{\tau}\right)\xleftrightarrow{f}G(f)=\tau\,\mathrm{Sa}^2(\pi f\tau)$$

其中$\mathrm{Sa}(x)=\dfrac{\sin x}{x}$

由傅里叶变换互易对称性质可知

$$G(t)\longleftrightarrow g(-f)=2\pi g(-\omega)$$

故，该基带传输系统的冲激响应为

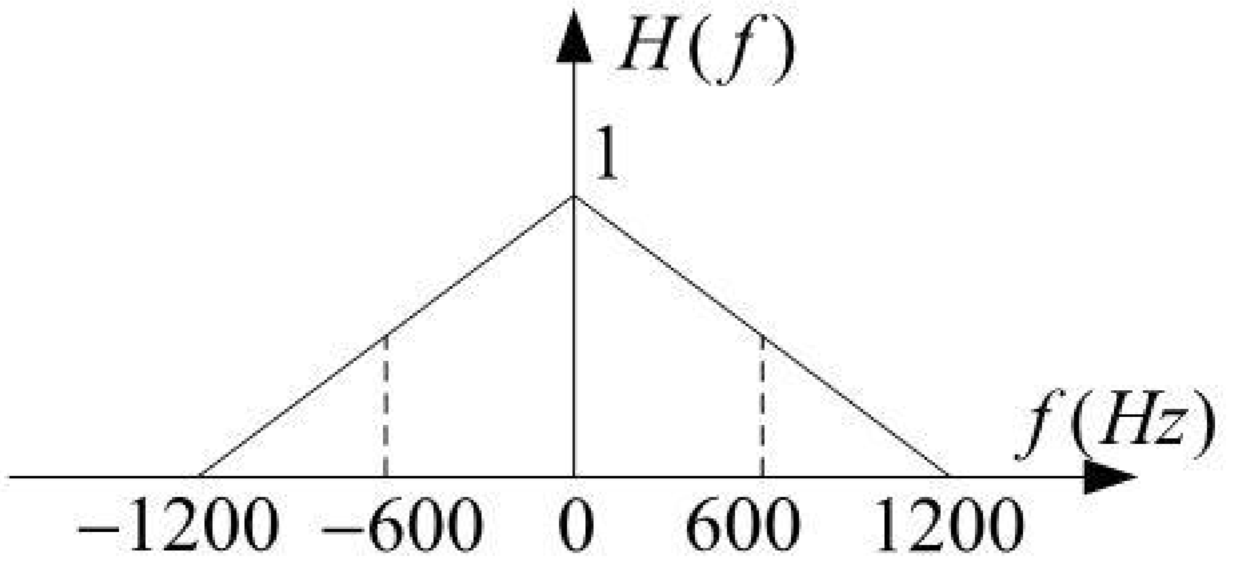
$$h(t)=\mathrm{Sa}^2(\pi tB)$$

2.只要检查在区间$\left(-\dfrac{r_s}{2},\dfrac{r_s}{2}\right)$上能否叠加成一根水平直线即可判断有无码间干扰（其中r_s是传输速率），显然在$\left(-\dfrac{B}{2},\dfrac{B}{2}\right)$上可以叠加为一根水平直线，故取值最小为

$$B=r_s=4000\,\mathrm{Hz}$$

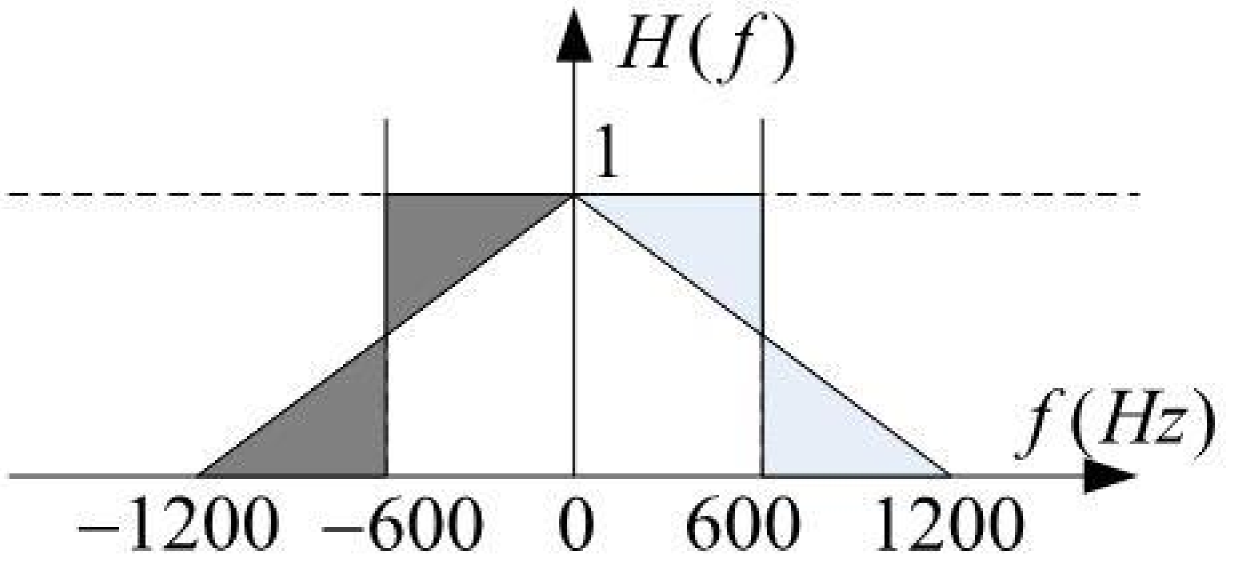
频带利用率为$\eta_s = \dfrac{r_s}{B} = 1$

3.当$B = 1200\,\text{Hz}$时，$H(f)$变为下图所示：



当传输速率为$1200\,\text{Baud}$时，

$\dfrac{r_s}{2} = 600\,\text{Baud}$，



可以叠加为一条水平直线，故当传输速率为

1200 Baud时可以无码间干扰传输；

同理，当传输速率为600 Baud时，也可以无码间干扰传输；

同理，当传输速率为300 Baud时，也可以无码间干扰传输。

4.定时误差所引起的码间串扰与系统$h(t)$的收尾快慢有关，收尾越快，则由定时误差引起的码间串扰越小。理想低通冲激响应$h(t)$尾部以$\frac{1}{t}$衰减，而本题图中，系统响应$h(t)$的尾部以$\frac{1}{t^2}$衰减（$\mathrm{Sa}^2(x)=\frac{\sin^2 x}{x^2}$），衰减较快，因此与理想低通滤波器相比，本题系统由于码元定时误差所引起的码间串扰减小。

五、利用匹配滤波器进行基带信号接收的过程如图 5-1 所示。若 a_n 取值为± 1，且$+1$、-1等概率出现，$g_T(t)$ 的波形如图 5-2 所示，试求：

1. 数字基带信号 $s_i(t)$ 的功率谱密度。

2. 该数字基带信号能否提取位定时信息？

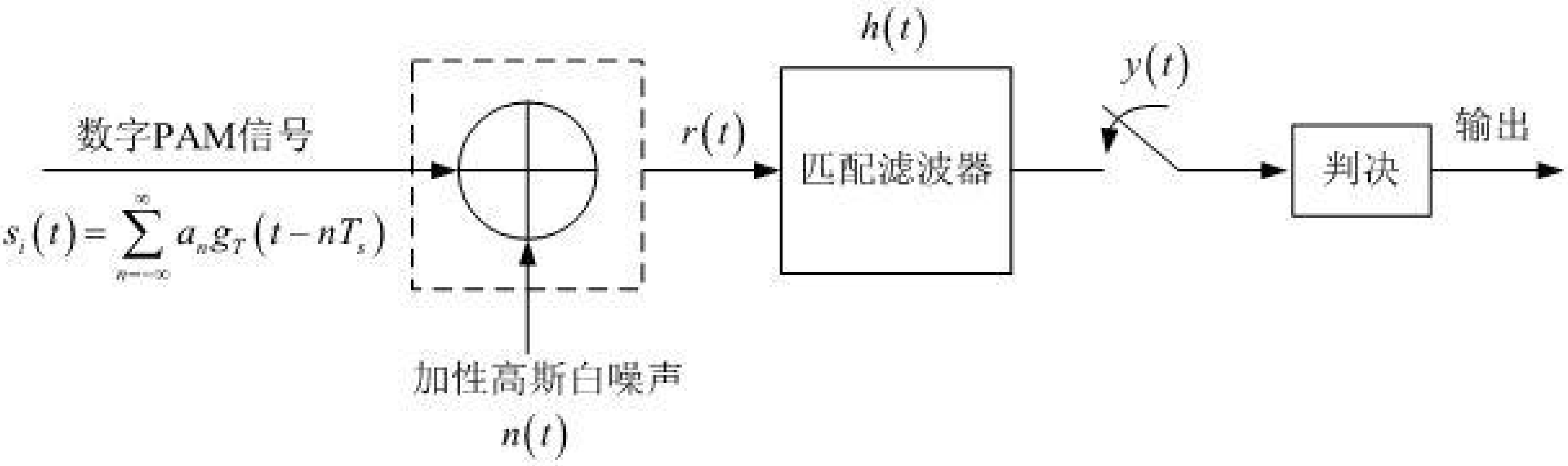
3. 匹配滤波器的冲激响应 $h(t)$，并绘出相应图形？

4. 匹配滤波器的输出信号 $y(t)$？

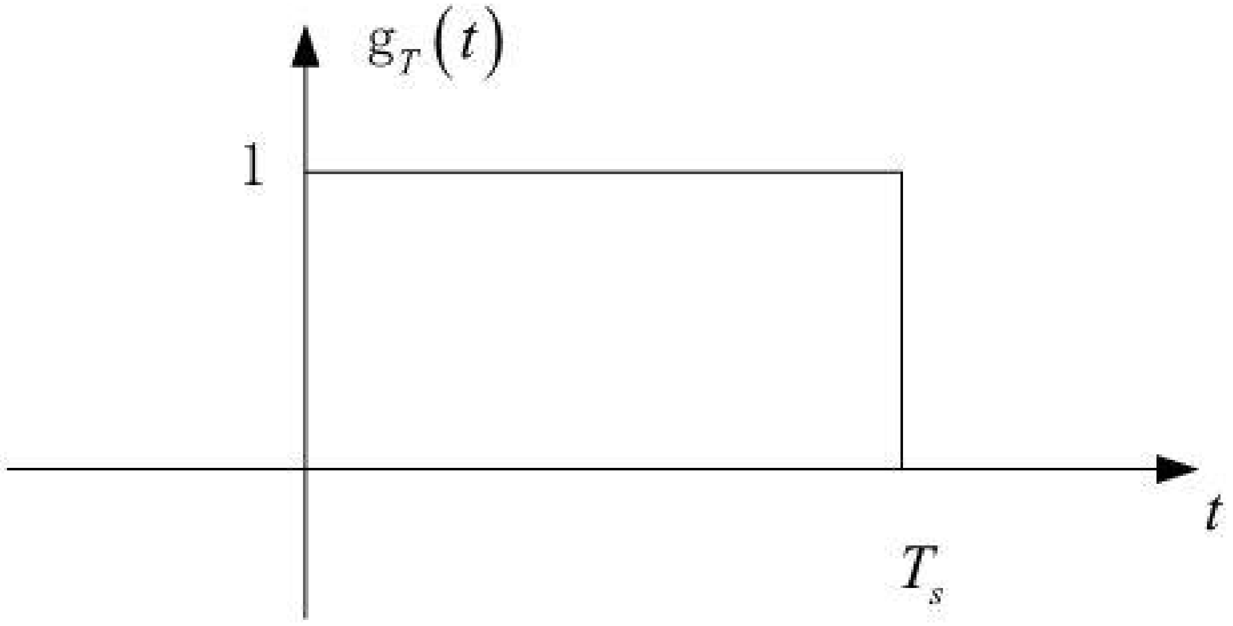
5. 若系统中的背景噪声 $n(t)$ 为双边功率谱密度等于 $\frac{n_0}{2}$ 的高斯白噪声时，求最佳判决时刻 t_0 及最大输出信噪比？

6. 若系统中的背景噪声 $n(t)$ 为双边功率谱

密度等于 $\frac{n_0}{2}$ 的高斯白噪声时，抽样判决时最佳判决门限为多少？此时系统的误码率为多少？(写出分析过程)



题图 5-1



题图 5-2

(功率谱密度计算公式：

$$P_s(f)=\frac{\sigma_a^2}{T_s}\left|G_T(f)\right|^2$$

$$+\frac{m_a^2}{T_s^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{m}{T_s}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T_s}\right))$$

解： 1.由题可知，

$$G_T(f)=T_s\,\mathrm{Sa}\left(\pi fT_s\right)e^{-j\pi fT_s}$$

$$=\frac{\sin\left(\pi fT_s\right)}{\pi f}e^{-j\pi fT_s}$$

由于a_n取值为±1，且$+1$、-1等概率出现，

故a_n的均值$m_a=0$，

a_n的方差

$$\sigma_a^2=\frac{1}{2}\left[\left(a_1-m_a\right)^2+\left(a_2-m_a\right)^2\right]=1,$$

代入可得：

$$P_s(f)=\frac{\sigma_a^2}{T_s}\left|G_T(f)\right|^2+\frac{m_a^2}{T_s^2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{m}{T_s}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T_s}\right)$$

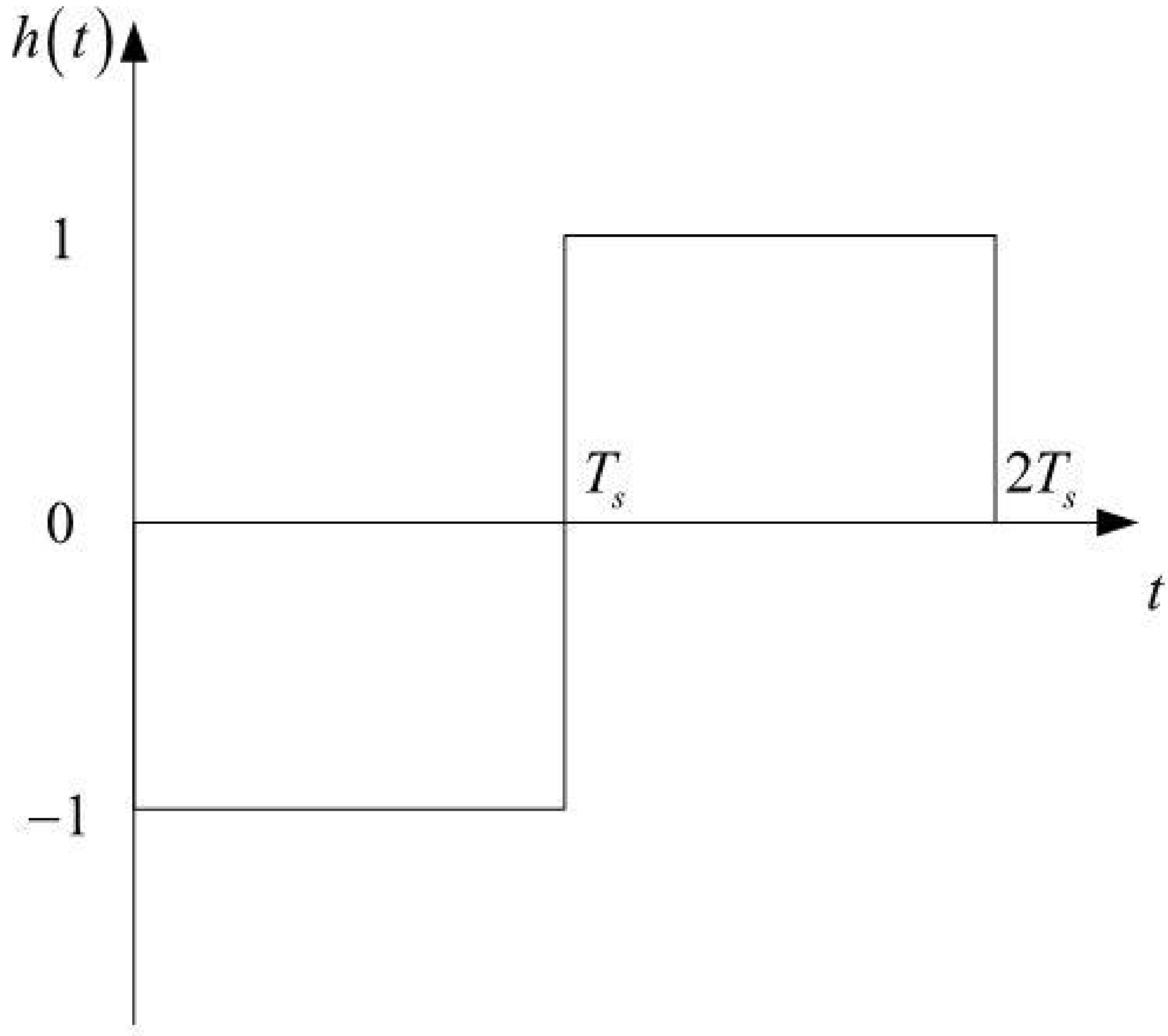
$$=\frac{1}{T_s}\left|G_T(f)\right|^2=T_sSa^2\left(\pi f2T_s\right)$$

2.由(1)可知，该数字基带信号中不存在离散分量，故不能提取位定时信息。

3.设匹配滤波器与 $s_1(t)$ 相匹配，设 $C=1$，

则 $h(t)=s_1(T_s-t)=s_2(t)$

即，$h(t)$ 图形与 $s_2(t)$ 图形相同



4.匹配滤波器的输出信号

$$y(t)=s_1(t)*h(t)$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}s_1(T-\tau)h(\tau)d\tau$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}s_2^2(\tau)d\tau=A^2 2T_s=2T_s$$

当 $0<t\le T_s$ 时， $y(t)=\int_0^t tdt=\frac{1}{2}t^2$

当 $T_s<t\le 2T_s$ 时， $y(t)=\int_{t-T_s}^{2T_s}4T_s-3tdt$

当 $2T_s<t\le 3T_s$ 时，

$$y(t)=\int_{t-2T_s}^{3T_s}-8T_s+3tdt$$

当 $3T_s<t\le 4T_s$ 时， $y(t)=\int_{t-3T_s}^{4T_s}2T_s-tdt$

当 $t>4T_s$ 时， $y(t)=0$

5. 最佳判决时刻就是能输出最大信噪比的

时刻，即 $t_0=2T_s$

最大输出信噪比

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o\mathrm{MAX}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|S(f)\right|^2}{P_n(f)} df$$

$$= \frac{2}{n_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left|S(f)\right|^2 df = \frac{2E_s}{n_0} = \frac{4T_s}{n_0}$$

6. 由题可知，

$$P(a_n = 1) f(V_T \mid 1) \;=\; P(a_n = -1) f(V_T \mid -1)$$

$$P(a_n = 1) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-(V_T - y_{s1})^2 / 2\sigma_n^2}$$

$$= \quad P(a_n = -1) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-(V_T - y_{s-1})^2 / 2\sigma_n^2}$$

$$\exp\left\{ -\frac{(V_T - y_{s1})^2}{2\sigma_n^2} + \frac{(V_T - y_{s-1})^2}{2\sigma_n^2} \right\} = \frac{P(a_n = -1)}{P(a_n = 1)}$$

将 $P(a_n = 1) = P(a_n = -1) = \frac{1}{2}$ 代入，得最佳判决门限为:

$$V_{Topt} = \frac{(y_{s1} + y_{s-1})}{2} + \frac{\sigma_n^2}{(y_{s1} - y_{s-1})} \ln \frac{P(a_n = -1)}{P(a_n = 1)}$$

$V_{Topt}=\dfrac{y_{s1}+y_{s-1}}{2}=0$，即输入等概时，最佳判决门限在两种输出信号电平的中间。

系统误码率

$$P_e=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\frac{y_{s1}+y_{s-1}}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(r-y_{s1})^2}{2\sigma_n^2}}dr$$

$$+\frac{1}{2}\int_{\frac{y_{s1}+y_{s-1}}{2}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(r-y_{s-1})^2}{2\sigma_n^2}}dr$$

$$=\int_{\frac{y_{s1}+y_{s-1}}{2}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(r-y_{s-1})^2}{2\sigma_n^2}}dr$$

$$=\int_{\frac{y_{s1}-y_{s-1}}{2\sigma_n}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

$$=Q\left(\frac{y_{s1}-y_{s-1}}{2\sigma_n}\right)=Q\left(\frac{1}{\sigma_n}\right)$$

其中，$\mathrm{Q}(x)=\int_{x}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

六、在某信道中传输数字调制信号，若信道的频带为 $3300 \sim 6300\,\text{Hz}$，信号采用 $\alpha = 0.25$ 的升余弦滚降特性的波形。试分析下列调制方式可以采用相干解调时所对应的载波频率 Hz、最大符号速率 Baud 与最大比特速率 bit/s。

1. 2ASK、BPSK、2DPSK；

2. BFSK；

3. QPSK、DQPSK。

解： 由题可知，信道带宽

$$B = 6300 - 3300 = 3000\,\text{Hz}$$

1.载波频率一般选择频带中央，即

$$f_c = \frac{3300 + 6300}{2} = 4800\,\text{Hz}$$

传输 2ASK、BPSK、2DPSK 信号时，由于信号带宽都是基带信号带宽的 2 倍，因此该信道的等效基带带宽为

$$B = \frac{3000}{2} = 1500\,\text{Hz}$$

故，最高比特速率为

$$r_b = 2 \times 1500 = 3000\,\text{bit/s}$$

最高符号速率为

$$r_s = \frac{2B}{1+\alpha} = \frac{2 \times 1500}{1+0.25} = 2400\,\text{Baud}$$

2. BFSK：载波频率一般选择频带中央，即

$$f_c = \frac{3300+6300}{2} = 4800\,\text{Hz}$$

传输 BFSK 信号时，等效带宽为

$$B_{FSK} = B_T = 2B + \left|f_1 - f_2\right| \geq B + 2B = 3B$$

$$\Rightarrow B = R_S = \frac{B_{2FSK}}{3} = 1000Hz$$

故，　最高符号速率为

$$r_s = \frac{2B}{1+\alpha} = \frac{2 \times 1000}{1+0.25} = 1600\,\text{Baud}$$

最高比特速率为：$r_b = r_s = 1600\,\text{bit/s}$

3. 载波频率一般选择频带中央，即

$$f_c = \frac{3300+6300}{2} = 4800\,\text{Hz}$$

传输 QPSK、DQPSK 信号时，等效带宽为

$$B_{QPSK} = 3000\,\text{Hz}$$

基带带宽：$B = 1500Hz$

故最高符号速率为 $r_s = \dfrac{B_T}{1+\alpha} = 2400\,\text{Baud}$

最高比特速率为 $r_b = 2\times r_s = 4800\,\text{bit/ s}$

七、设某通信系统需要传输 4 个信号：$s_i(t), i = 1,2,3,4$。其中 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的带宽均为 $500\,\text{Hz}$，$s_3(t)$ 和 $s_4(t)$ 的带宽均为 $1k\,\text{Hz}$。分别对 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 以每秒 1200 个样值的速率进行抽样。对 $s_3(t)$ 和 $s_4(t)$ 以每秒 4800 个样值的速率进行抽样。

1. 试设计一个 TDM 系统，将这四路信号复

合成一个数字序列。试求复用后的帧长、每帧时隙数、时隙宽度。

2. 如果每个抽样值采用 8 比特量化成二进制代码，计算 TDM 的传输数据率。

3. 对(2)的 TDM 数据进行 BPSK 调制，载波为 $A\cos\left(\omega_c t\right)$，请画出 BPSK 模拟调制法的原理框图。

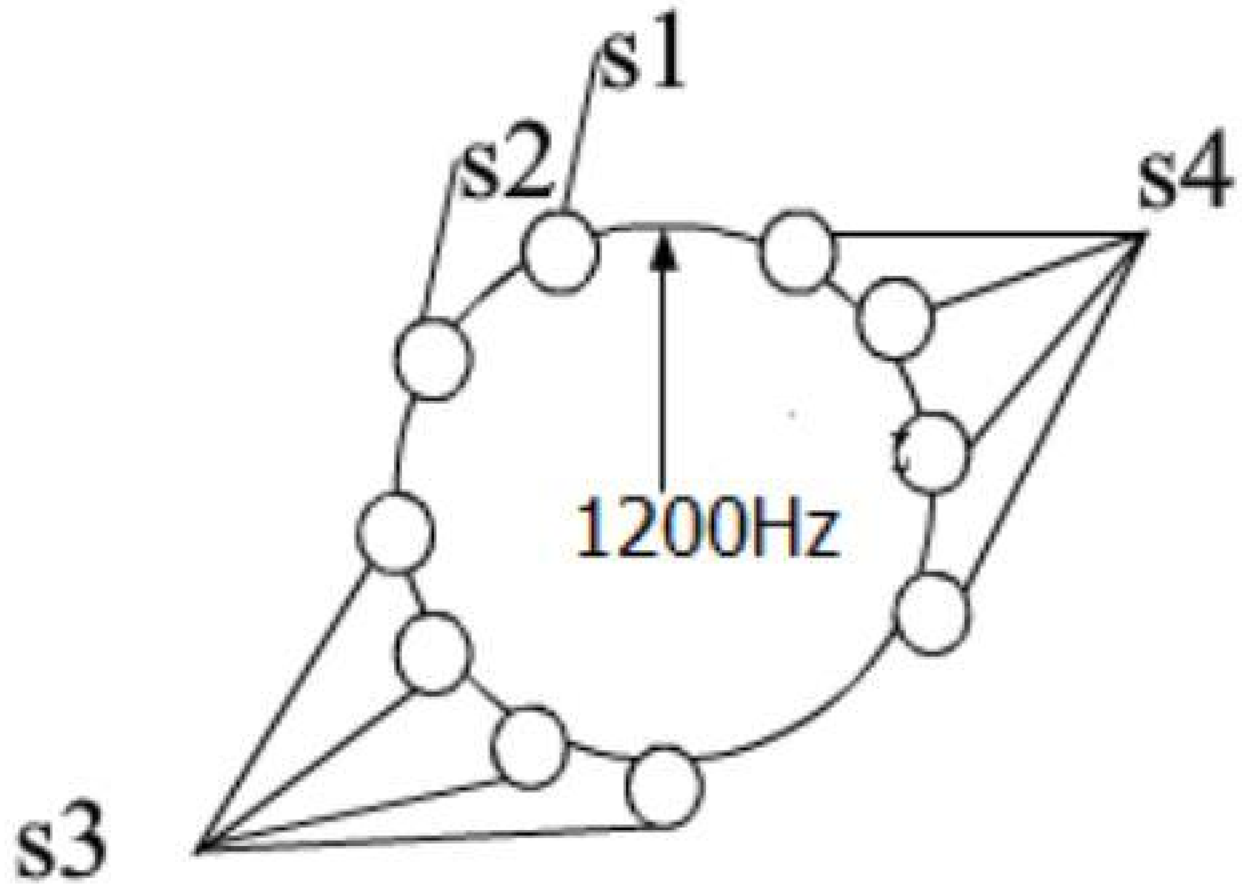
4. 请画出 BPSK 相干解调器的原理框图。

5. 当采用低通滤波器进行相干解调器时，若 TDM 数据中 0、1 等概且相互统计独立，信道中的噪声 $n\left(t\right)$ 的双边功率谱密度为 $\frac{n_0}{2}$ 的高斯白噪声，请写出比特错误概率的表达式（写出推导过程）。

解： 1.易知，$s_1\left(t\right)$ 和 $s_2\left(t\right)$ 的采样速率为 $1200\,\text{Hz}$，$s_3\left(t\right)$ 和 $s_4\left(t\right)$ 的采样速率为

$4800\,\text{Hz}$，

故，设计的 TDM 系统如下图所示：



复用后的帧长：$\dfrac{1}{1200}=8.33\times10^{-4}\,\text{s}$

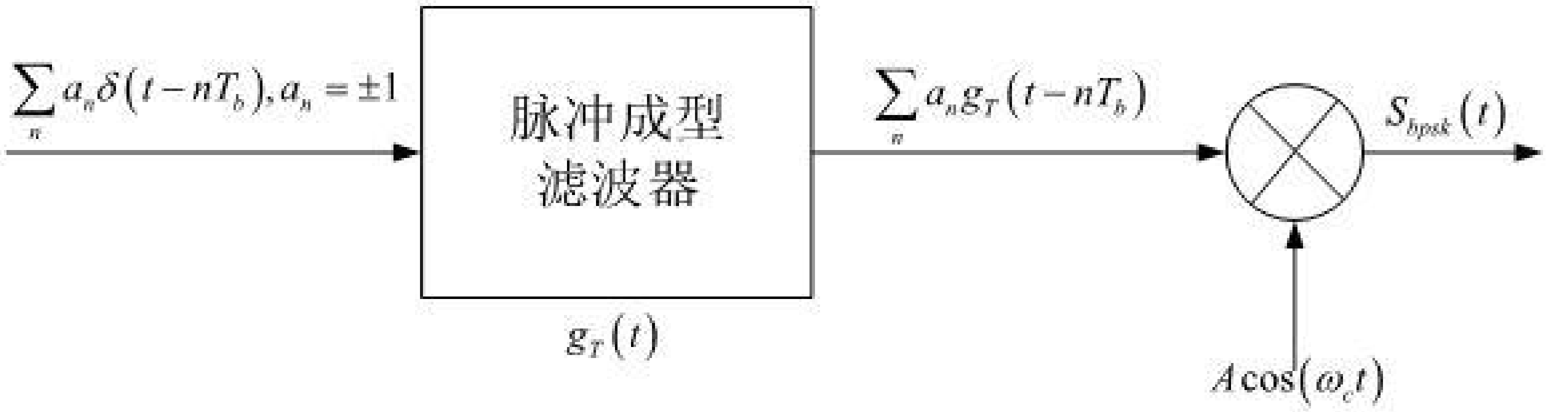
每帧时隙数：$1+1+4+4=10$个

时隙宽度：$T_{slot}=\dfrac{8.33\times10^{-4}}{10}=8.33\times10^{-5}\,\text{s}$

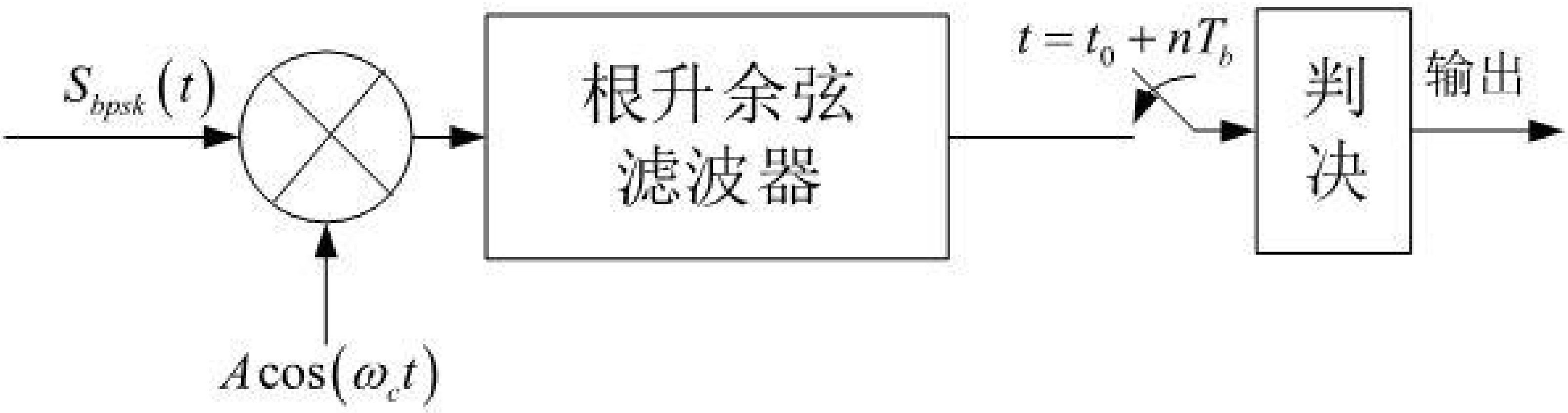
2. 由题可知，传输数据率为

$$R_b=1200\times(1+1+4+4)\times8=96\,\text{kbps}$$

3. BPSK 模拟调制法的原理框图如下图所示：



4. BPSK 相干解调器原理框图如下图所示：



5. 易知，最佳判决门限 $V_{Topt}=\dfrac{y_{s1}+y_{s0}}{2}=\dfrac{1}{2}$

比特错误概率

$$P_e=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\frac{y_{s1}+y_{s0}}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(r-y_{s1})^2}{2\sigma_n^2}}dr$$

$$+\frac{1}{2}\int_{\frac{y_{s1}+y_{s0}}{2}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(r-y_{s0})^2}{2\sigma_n^2}}dr$$

$$=\int_{\frac{y_{s1}+y_{s0}}{2}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(r-y_{s0})^2}{2\sigma_n^2}}dr$$

$$=\int_{\frac{y_{s1}-y_{s0}}{2\sigma_n}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

$$= Q\left(\frac{y_{s1}-y_{s0}}{2\sigma_n}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{1}{4\sigma_n^2}}\right)$$

其中，$\mathrm{Q}(x)=\int_x^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$