1997 年试题释疑解答

一、是非题

1. 先计算反力，作截面通过铰 C 并截断杆 DE，取隔离体对 C 点取矩，得 $F_{N\,DE}=15\text{ kN}\times 8\text{ m}/6\text{ m}=20\text{ kN}$（拉力），所以为×。

2. 本题注意水平杆不是二力杆，而应视为受弯构件。取横杆和斜杆隔离体，按简支计算图示计算，先计算斜杆竖向分力（$2F_P$），后计算合力。选×。

3. 因为杆端弯矩计算式为 $EI\alpha\Delta t/h$，所以减少截面高度 h 可使弯矩减少。选○。

4. 因为结构刚度方程为 $[K]\{\Delta\}=\{F\}$，故刚度矩阵的阶数与荷载列阵同，选○。

二、单项选择题

1. 当 $h=2\text{ m}$ 时，AB、AC 杆与两链杆各自组成的虚铰同跨中形成三铰共线，几何瞬变；当 $h\to\infty$ 时，组成两虚铰的两对链杆相互平行也是瞬变，所以选 D。

2. 荷载掉头，则 $F_{RA}=1\times 30\text{ kN}+\dfrac{8}{12}\times 15\text{ kN}+\dfrac{4}{12}\times 30\text{ kN}=50\text{ kN}$，选 B。

3. 根据题意，则有 $6EI/a^2=3EI/b^2$，$a/b=\sqrt{2}$，选 D。

4. 各体系自由度（动力计算简图的基本未知量）依次为 4、1、1、2，选 D。

三、填充题

1. 按力矩分配法概念计算，即近端（或分配）弯矩为 $M_{BA}=M_0$，远端固定传递系数为 $1/2$，所以传递弯矩 $M_{AB}=M_0/2$。实际上，它是位移法中的基本杆件之一。

2. 作影响线的方法有静力法和机动法，静力法是平衡条件的应用，而机动法则是虚功原理中的虚位移原理的应用。

3. 应用剪力分配，根据侧向刚度的概念，因为两柱的侧向刚度分别为 $12EI/h^3$ 和 $12EI/(2h)^3$，总的侧向刚度为 $108EI/8h^3$，则左柱杆的分配系数为 8/9，右柱分配系数为 1/9，所以左柱顶的水平力为 $8F_P/9$，右柱顶的水平力 $F_P/9$，再按一端固定一端滑动 $F_Pl/2$ 绘制各柱的弯矩图，最后由平衡条件绘出横梁的弯矩图（图 1）。

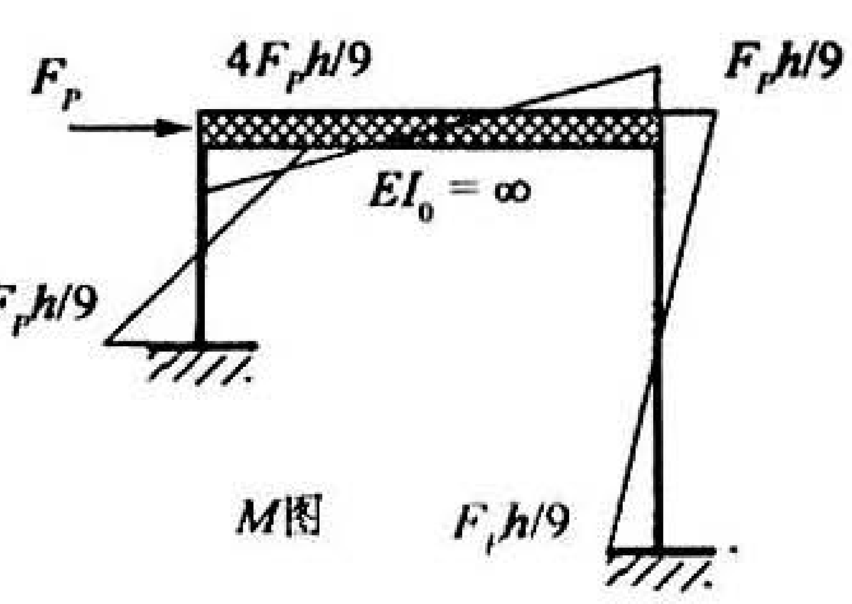

图 1

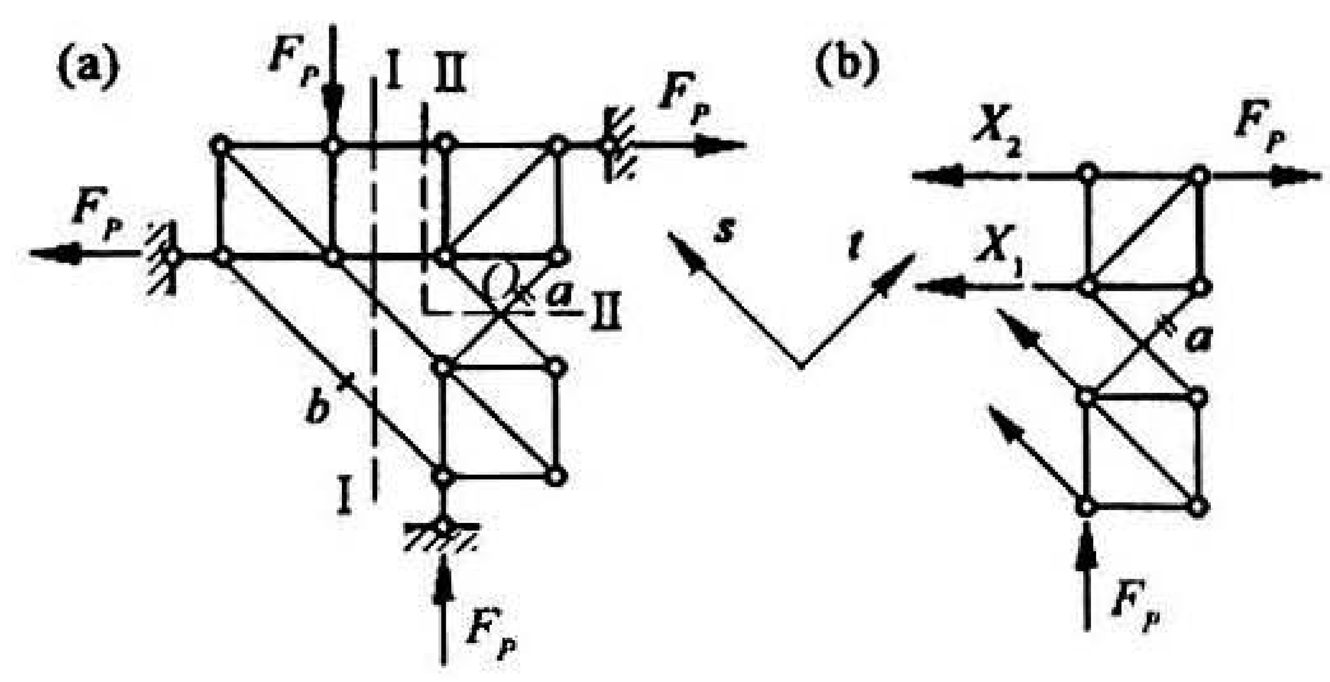

图 2

4. $K_{11}=12(2EI)/l^3+12EI/l^3=36EI/l^3$，$K_{22}=4(2EI)/l+4EI/l=12EI/l$

四、计算和分析题

1. 本题为复杂桁架，内部用三刚片规则。先求反力[图 2（a）]，用双截面法求解。利用交点和平行杆件的特点，作 Ⅰ—Ⅰ 截面，截断 4 根杆件，取右边为隔离体[图 2（b）]，取两平行链杆方向为 s 轴，垂直方向为 t 轴，由 $\sum F_t=0$ 得 $X_1+X_2=2F_P$；作截面 Ⅱ—Ⅱ，由 $\sum M_O=0$ 得 $X_1+3X_2=3F_P$ 。联立解得 $X_1=3F_P/2$ ， $X_2=F_P/2$ 。再由结点法求得 $F_{Na}=-\sqrt{2}P/2$ ， $F_{Nb}=\sqrt{2}F_P/2$ 。

2. 见例 3.24。

【例 3.24】 作图 3.30（a）所示结构的 M 图（1997 年试题）。

【解】 按几何构造分析，绘出附属和基本部分[图 3.30（b）～（d）]。分别绘出各简支刚架的弯矩图，并将它们组合在一起，得最后弯矩图[图 3.30（e）]。

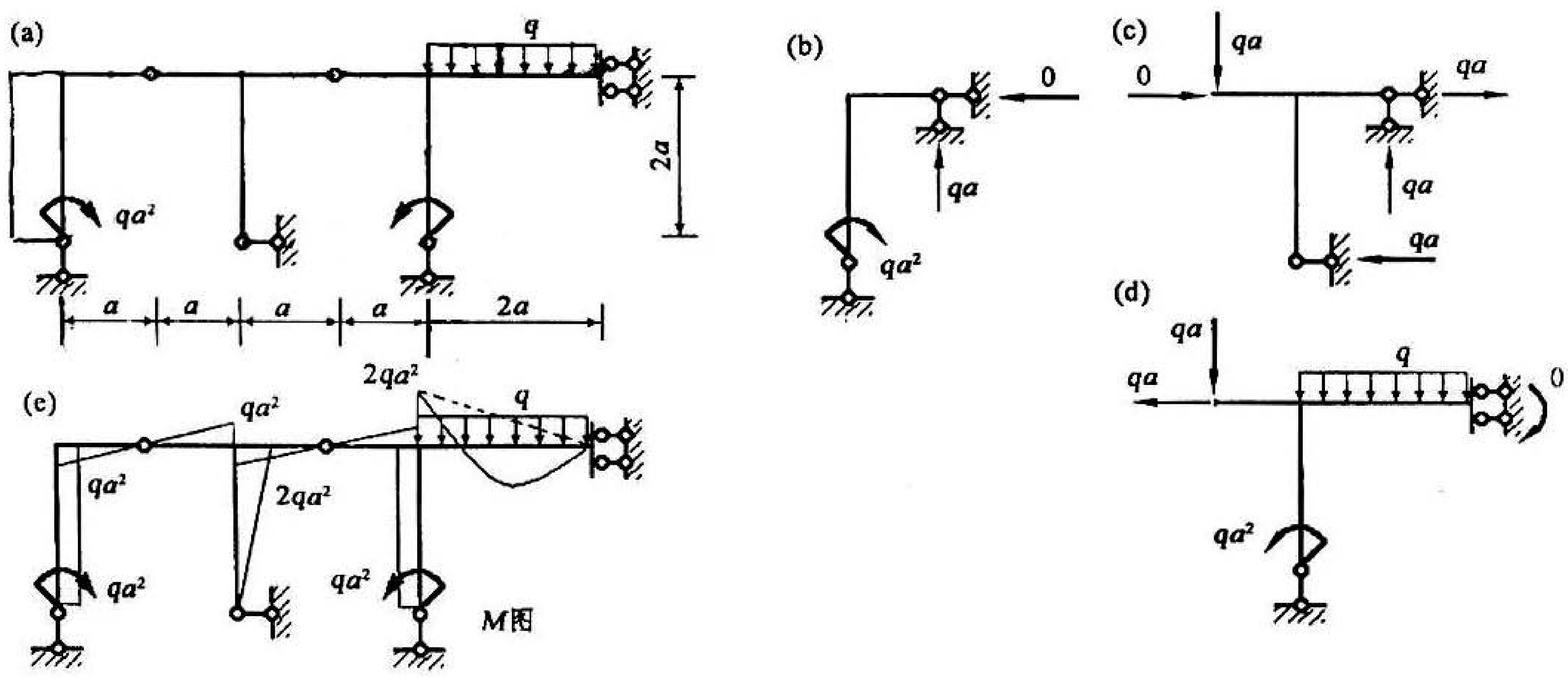

图 3.30 多跨静定刚架分析示例 1

3. 用位移法解，有 3 个未知量，根据题意，线位移 $Z_3=0$，修改方程如下所示：

$$\begin{cases} r_{11}Z_1+r_{12}Z_2+R_{1P}=0 \\ r_{21}Z_1+r_{22}Z_2+R_{2P}=0 \\ r_{31}Z_1+r_{32}Z_2+R_{3P}=0 \end{cases}$$

M_P、$\bar{M}_1$、$\bar{M}_2$、$\bar{M}_3$图如图 3（a）、（b）、（c）所示，求得系数及自由项为：

$$r_{11}=r_{22}=8i\ ,\quad r_{12}=r_{21}=2i\ ,\quad r_{31}=-3i/2\ ,\quad r_{32}=3i/2$$

$$R_{1P}=0\ ,\quad R_{2P}=-80\ \mathrm{kN\cdot m}\ ,\quad R_{3P}=-F_P$$

代入方程，解得 $F_P = 20\ \text{kN}(\rightarrow)$。

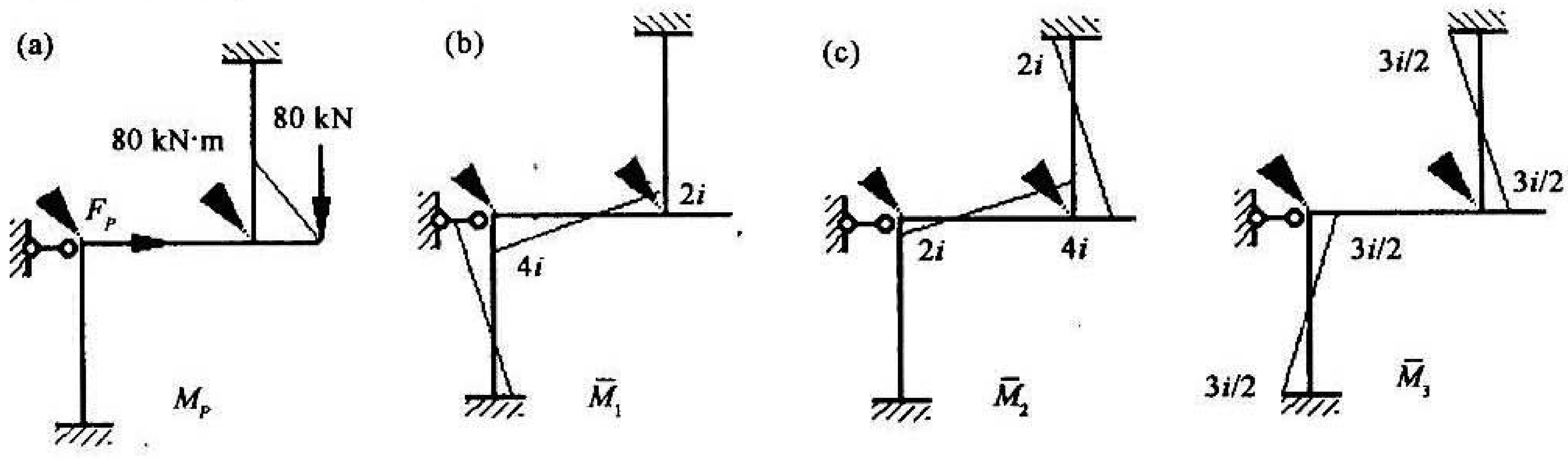

图 3

4. 见例 9.23。

【例 9.23】 作图 9.24（a）所示结构的 M_K 影响线（1997 年试题）。

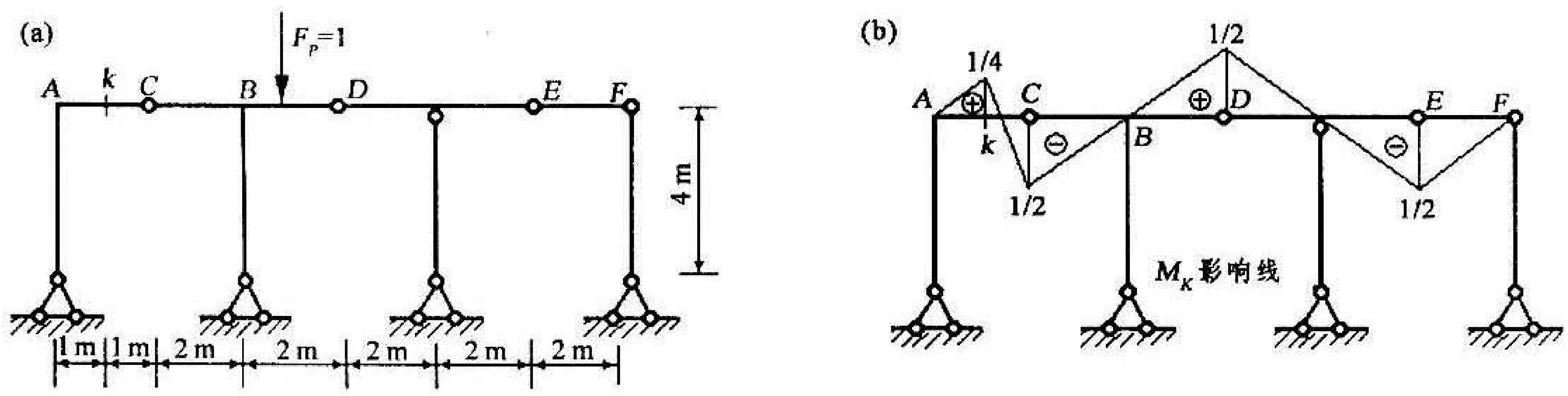

图 9.24 多跨静定刚架算例 1

【解】 应用三铰拱计算公式，即 $M_K = M_K^0 - F_H y_K$。式中 $F_H = M_C^0 / f = M_C^0 / 4$，$y_K = 4\ \text{m}$，代入上式，得 $M_K = M_K^0 - F_H y_K = M_K^0 - M_C^0$。其中 M_K^0、M_C^0 为相应简支梁的弯矩影响值。M_K 影响线如图 9.24（b）所示。

5. 见例 10.12。

【例 10.12】 试求图 10.15 所示体系的自振频率（1997 年试题）。

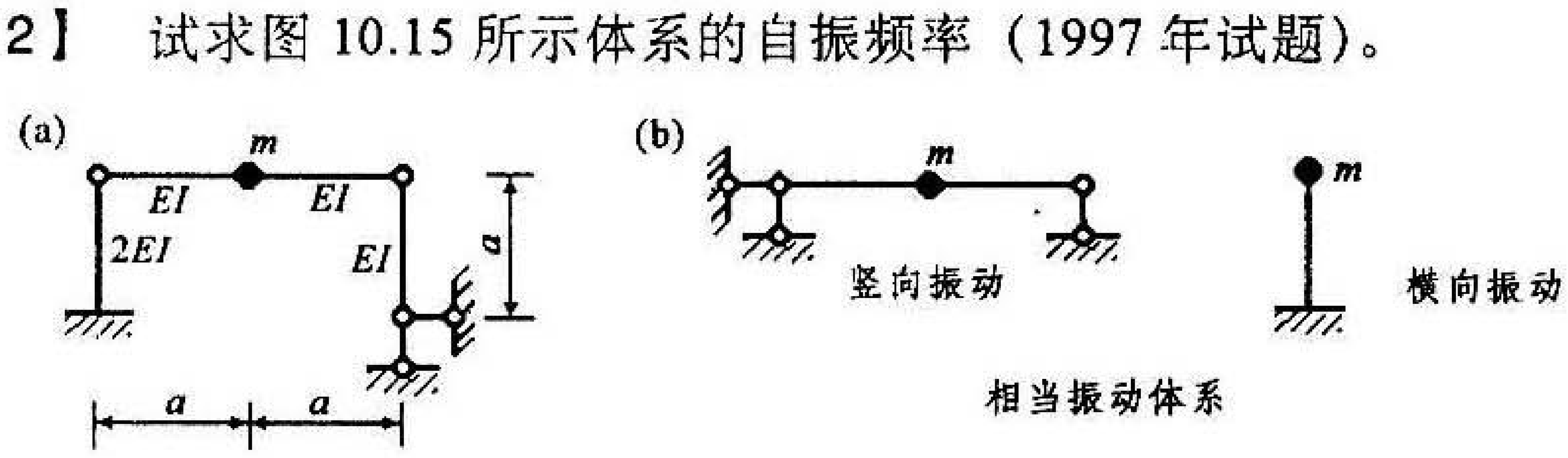

图 10.15 两个自由度体系算例 1

【解】 本题为两个自由度体系，但相当于两个单自由度体系[图 10.15（b）]。

竖向振动（简支梁）：$\delta_{11} = \dfrac{(2a)^3}{48EI} = \dfrac{a^3}{6EI} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\dfrac{6EI}{ma^3}}$

水平振动（悬臂梁）：$k_{11} = \dfrac{3(2EI)}{a^3} = \dfrac{6EI}{a^3} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\dfrac{6EI}{ma^3}}$

6. 见例 8.6。

【例 8.6】 用矩阵位移法作图 8.8（a）所示连续梁 M 图（1997 年试题）。

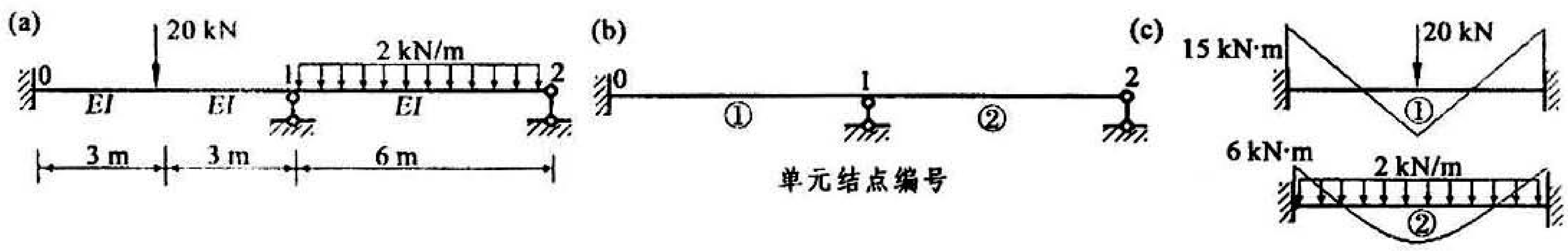

图 8.8 2 个结点转角位移的梁分析

【解】 有两个结点转角位移 θ_B、θ_C，则总刚度矩阵为 2×2 阶。因为只有转角位移，所以单元刚度矩阵为：

$$[k]=\begin{bmatrix}4i & 2i\\ 2i & 4i\end{bmatrix}$$

结构刚度方程，即位移法方程的矩阵形式为：$[K]\{\Delta\}=\{F\}$。

按对号入座或直接按位移概念得结构刚度系数矩阵为：

$$[K]=\begin{bmatrix}8i & 2i\\ 2i & 4i\end{bmatrix}$$

由图 8.8（c）计算等效结点荷载列阵为：

$$\{F\}=\begin{Bmatrix}-\dfrac{Pl}{8}+\dfrac{ql^2}{12}\\ -\dfrac{ql^2}{12}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-9\\ -6\end{Bmatrix}$$

解方程：

$$\begin{bmatrix}8i & 2i\\ 2i & 4i\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\theta_B\\ \theta_C\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-\dfrac{Pl}{8}+\dfrac{ql^2}{12}\\ -\dfrac{ql^2}{12}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-9\\ -6\end{Bmatrix}$$

得结点位移：

$$\begin{Bmatrix}\theta_B\\ \theta_C\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-6/7i\\ -15/14i\end{Bmatrix}$$

将它们代入对应的单元刚度方程，得单元杆端力列阵为：

$$\begin{Bmatrix}M_{AB}\\ M_{BC}\end{Bmatrix}^{(1)}=\begin{bmatrix}4i & 2i\\ 2i & 4i\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\ -6/7i\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}-15\\ 15\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-16.71\\ 11.57\end{Bmatrix}\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\begin{Bmatrix}M_{BC}\\ M_{CB}\end{Bmatrix}^{(2)}=\begin{bmatrix}4i & 2i\\ 2i & 4i\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}-6/7i\\ -15/14i\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}6\\ -6\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-11.57\\ 0\end{Bmatrix}\text{kN}\cdot\text{m}$$

以杆端弯矩为竖标再叠加单元上荷载的相应简支梁弯矩，即得各单元弯矩，然后将其组合在一起，得最后弯矩图。