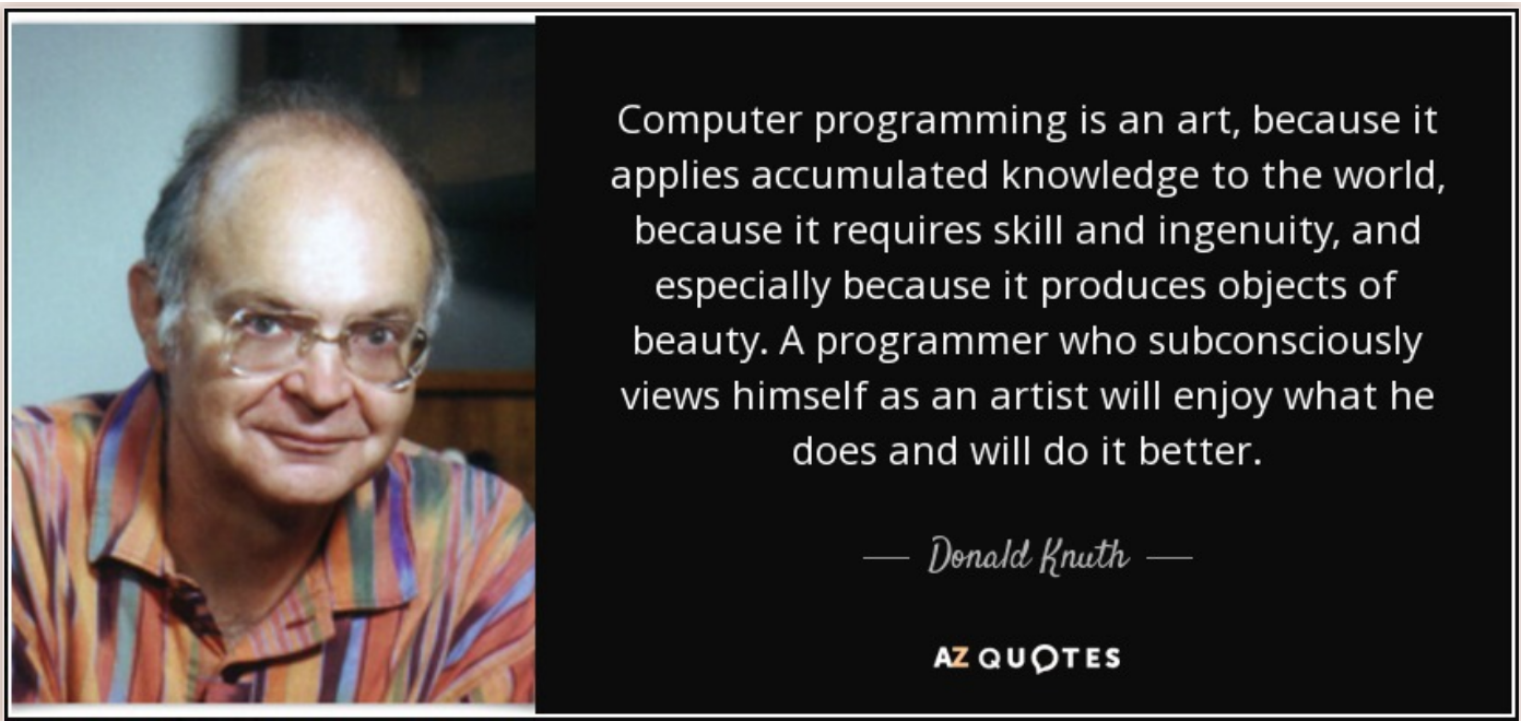
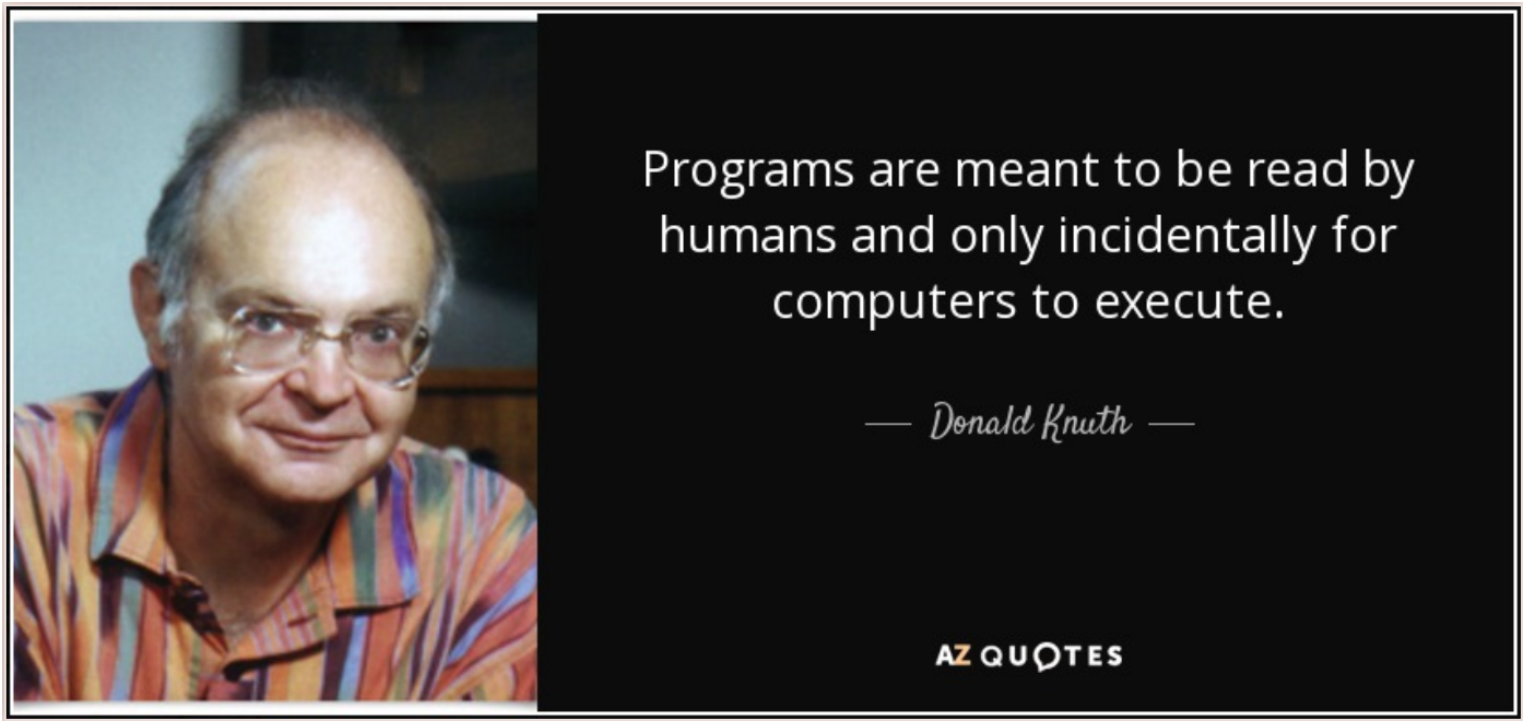
Programación en Lógica

Jorge A. Baier

Departamento de Ciencia de la Computación
Pontificia Universidad Católica de Chile

Santiago, Chile


Computer programming is an art, because it applies accumulated knowledge to the world, because it requires skill and ingenuity, and especially because it produces objects of beauty. A programmer who subconsciously views himself as an artist will enjoy what he does and will do it better.
— Donald Knuth —
AZ QUOTES


Programs are meant to be read by humans and only incidentally for computers to execute.
— Donald Knuth —
AZ QUOTES

Paradigmas de Lenguajes de Programación

- Programación Orientada a Objetos (Smalltalk)
- Programación Imperativa (Algol, Pascal, C)
- Combinación de las dos anteriores.
- Programación **declarativa**.
  - Programación en Lógica.

Programación en Lógica

- Los programas son fórmulas lógicas.
- Computación = Deducción automática = Demostración Automática de Teoremas

La Base: Lógica Matemática

$h(x)$: "x es humano"
$m(x)$: "x es mortal"

¿Qué significa $h(Denis) \rightarrow m(Denis)$?

La Base: Lógica Matemática

$h(x)$: "x es humano"
$m(x)$: "x es mortal"

¿Qué significa $h(Denis) \rightarrow m(Denis)$?

¿Qué significa $\forall x\,(h(x) \rightarrow m(x))$?

La Base: Lógica Matemática

$h(x)$: "x es humano"
$m(x)$: "x es mortal"

¿Qué significa $h(Denis) \rightarrow m(Denis)$?

¿Qué significa $\forall x\,(h(x) \rightarrow m(x))$?

¿Y ésta: $\neg\exists x\, m(x) \rightarrow \forall x\, \neg h(x)$?

Si estamos dispuestos a aceptar $\forall x\,(h(x) \rightarrow m(x))$ como cierto, ¿qué podemos concluir si $\neg m(Denis)$?

La Base: Lógica Matemática

$h(x)$: "x es humano"
$m(x)$: "x es mortal"

¿Qué significa $h(Denis) \rightarrow m(Denis)$?

¿Qué significa $\forall x\,(h(x) \rightarrow m(x))$?

¿Y ésta: $\neg\exists x\, m(x) \rightarrow \forall x\, \neg h(x)$?

Si estamos dispuestos a aceptar $\forall x\,(h(x) \rightarrow m(x))$ como cierto, ¿qué podemos concluir si $\neg m(Denis)$?

$$\{\forall x\,(h(x) \rightarrow m(x)), \neg m(Denis)\} \models \neg h(Denis)$$

La Consecuencia Lógica es Computable!

En 1965, John A. Robinson inventó el principio de **resolución**.

La regla de resolución toma dos *cláusulas* C_1 y C_2 y genera una tercera cláusula que es **consecuencia lógica** de la anterior.

[Ejemplo en pizarra]

El razonamiento lógico proposicional **se puede automatizar**.

Programación en Lógica y Resolución

- No todos los lenguajes de programación en lógica usan resolución.
- Prolog, desarrollado en los '70, es un ejemplo.
- Usaremos el intérprete de acá:
  `http://www.swi-prolog.org/`

Un Ejemplo

```
padre(juan, amanda). % juan es padre de amanda
madre(ximena, amanda).
madre(laura, juan).
padre(andres, juan).
padre(patricio, bonifacio).
padre(juan, patricio).
padre(juan, ana).
madre(ximena, ana).

% X es progenitor de Y si X es madre de Y
progenitor(X,Y) :- madre(X,Y).
% X es progenitor de Y si X es madre de Y
progenitor(X,Y) :- padre(X,Y).

ancestro(X,Y) :- progenitor(X,Y).
ancestro(X,Y) :- progenitor(X,Z),ancestro(Z,Y).
```

Enetendiendo Mejor El Programa

- Las siguientes tres reglas podrían ser entendidas como que los *predicados* `padre` y `madre` están definidos por extensión.

```
padre(juan, amanda).
madre(ximena, amanda).
madre(laura, juan).
```

- También podemos hacer 'definiciones por comprensión' usando la noción de variable, así:

```
progenitor(X,Y) :- madre(X,Y).
```

dice que `X` es progenitor de `Y` si es que `X` es madre de `Y`.

La regla para ancestro

- Las definiciones que usan variables pueden apelar a la recursión.
- Las variables se escriben con letra mayúscula en Prolog.
- En la definición de `ancestro`:

```
ancestro(X,Y) :- progenitor(X,Y).
ancestro(X,Y) :- progenitor(X,Z),ancestro(Z,Y).
```

  vemos que la segunda regla es recursiva, lo que permite encontrar todos los ancestros.
- Cuando una variable solo aparece al lado derecho de una regla, se lee como una variable existencial. Así, la segunda regla para ancestro se lee "X es ancestro de Y si existe un Z tal que X es progenitor de Z y Z es ancestro de Y".

Haciendo Consultas en Prolog

- En el intérprete de Prolog podemos hacer consultas, que Prolog determinará si son verdaderas o falsas.
- Supongamos que tenemos el siguiente programa en el archivo `familia.pl`

```
padre(juan, amanda).
padre(alberto, juan).
padre(alberto, lucia).
padre(juan, vicente).
madre(sara, juan).
madre(ximena, amanda).
madre(sara, lucia).
madre(lucia, felipe).
madre(lucia, camila).
madre(amanda, vicente).

progenitor(X,Y) :- padre(X,Y).
progenitor(X,Y) :- madre(X,Y).

abuelo(X,Y) :- padre(X,Z),progenitor(Z,Y).
```

Haciendo Consultas en Prolog

- Desde el intérprete de Prolog, usamos:

```
?- padre(juan,amanda).
true.
?- padre(juan,juan).
false.
```

- Al usar variables en las consultas, por ejemplo:

```
?- abuelo(alberto,X).
  X = amanda ;
  X = vicente ;
  X = felipe ;
  X = camila.
```

  preguntamos a Prolog "existe un `X` tal que `alberto` es abuelo de `X`". En otras palabras, preguntamos si alberto tiene nietos.

- Prolog entrega todas las respuestas si se presiona ';'

Cómo lo hace Prolog para entregar las Respuestas

- El algoritmo de demostración de Prolog se puede entender como construir un árbol de demostración que se recorre usando backtracking.
- En clases vemos esto en la pizarra, pero para más detalles, puede ver:
  `http://www.learnprolognow.org/lpnpage.php?pagetype=html&pageid=lpn-htmlse6`
- En esta misma página web se puede encontrar mucha más información sobre Prolog.