

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Н. Э. БАУМАНА
Национальный Исследовательский Университет техники и технологий**

**Факультет «Специальное машиностроение»
Кафедра «Космические аппараты и ракеты-носители»**

**Домашнее задание №1
по курсу: «Тепловые режимы космических аппаратов»
Вариант № 11**

**Выполнила: Чжан Юе
Группа: СМ1И-82Б
Проверил: Леонов В.В.**

Москва
2021 г.

1. Заданные условия и исходные данные

Герметичная кабина корабля с человеком находится на Луне в течение времени τ . Наружная поверхность кабины корабля окрашена белой краской. Пол кабины идеально теплоизолирован от двигательной установки. Заданы форма и размер кабины корабля. Температура внутри должна поддерживаться равной $T_0 = 297 \text{ К}$ ($24 \text{ }^\circ\text{C}$).

Определить для рассматриваемых условий нуждается ли человек в системе охлаждения (обогрева) и требуется ли для кабины специальная изоляция.

Дать рекомендации относительно требуемой системы обеспечения теплового режима. Расчёты выполнить для периода пребывания аппарата на Луне в течение $\tau = 21$ земных суток, считая от рассвета. Выделение энергии человеком принять равным $Q = 160 \text{ Вт}$; приборами $Q_{\text{пр}} = 400 \text{ Вт}$; $A_s = 0,18$; $q_s = 1400 \text{ Вт/м}^2$; $\varepsilon_0 = 0,95$; $\varepsilon_n = 0,95$; $\varepsilon = 0,05$ (для фольги).

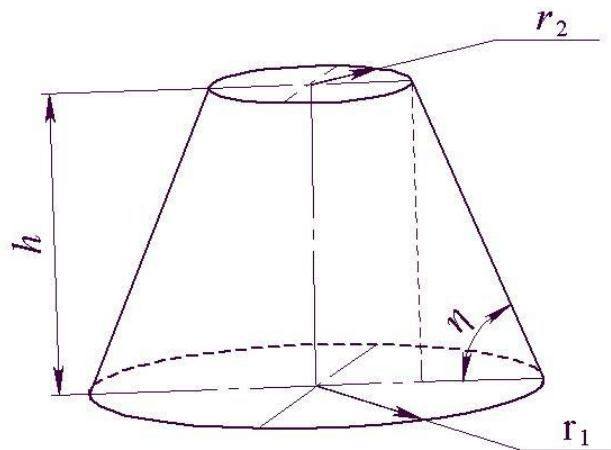


Рис. к заданию. Форма кабины КА

Дано:

$$r_1 = 2 \text{ м}; r_2 = 0,3 \text{ м}; h = 3 \text{ м}.$$

Принять:

$$\varphi_{m,n} = \frac{1 - \cos \eta}{2}$$

2. Подготовка к расчёту

Сначала определим геометрические параметры аппарата.

Угол η усечённого конуса:

$$\eta = \tan^{-1} \frac{h}{r_1 - r_2} = 60,46^\circ$$

Длина образующей усечённого конуса:

$$l = \frac{h}{\sin \eta} = 3,448 \text{ м}$$

Площадь круговой крышки:

$$F_{\text{кр}} = \pi r_2^2 = 0,283 \text{ м}^2$$

Площадь боковой поверхности:

$$F_{\text{б}} = \pi l(r_1 + r_2) = 24,915 \text{ м}^2$$

Диффузный средний угловой коэффициент, определяющий долю собственного излучения лунной поверхности, падающей на боковую поверхность аппарата:

$$\varphi_{m,n.b} = \frac{1 - \cos \eta}{2} = 0,253$$

Диффузный средний угловой коэффициент, определяющий долю собственного излучения лунной поверхности, падающей на крышку аппарата:

$$\varphi_{m,n.кр} = \frac{1 - \cos \eta_{\text{кр}}}{2} = 0$$

где $\eta_{\text{кр}} = 0$, т.к. поверхность параллельна поверхности Луны.

Период движения 21 земных суток. Наш аппарат будет испытывать и лунный день, и ночь.

В лунный день угол между направлением на Солнце и горизонталью (угол возвышения Солнца) можно найти по формуле:

$$\beta_S(\tau_a) = \frac{90 \cdot \tau_a}{7}$$

Температура лунной поверхности в условиях лунного дня соответствует формуле:

$$T_{m.d}(\tau_a) = 373,5(\sin \beta_S)^{\frac{1}{6}}$$

Очевидно, аппарат находится под горизонтом. Предыдущая формула для определения температуры лунной поверхности теряет значение. В это время температура поверхности Луны принимаем равной 111 К.

$$T_{m.n} = 111 \text{ К}$$

Зависимость температуры лунной поверхности от времени суток описывается следующей функцией

$$T_m(\tau_a) = \begin{cases} 373,5(\sin \beta_s(\tau_a))^{\frac{1}{6}}, & 0 \leq \tau_a < 14 \\ 111, & 14 \leq \tau_a \leq 21 \end{cases}$$

Нарисуем график температуры в зависимости от времени суток:

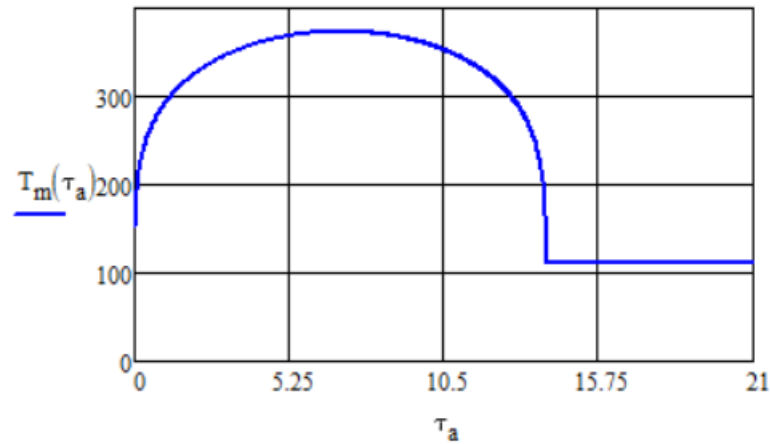


Рис. 2.1 Изменение температуры поверхности Луны во времени

Температура внешнего экрана зависит не только от температуры наружной поверхности, но и от следующих коэффициентов:

$$T_n = \sqrt[4]{\frac{T_0^4 + C_2 \cdot C_3}{1 + C_1 \cdot C_2}}$$

где

$$C_1 = \frac{(2 - \varepsilon)\varepsilon_n}{\varepsilon} = 37,05$$

$$C_2(n) = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon - \varepsilon_0\varepsilon}{\varepsilon_0(2 - \varepsilon)} + n - 1$$

$$C_3 = \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon\sigma} (\varepsilon_n\sigma T_m^4\varphi_{m,n} + A_S q_S \cos \theta_S)$$

3. Расчёт теплового режима герметичной кабины дискретным способом с учётом максимальных значений теплового потока

Анализируем самый суровый случай. В условиях лунного дня рассмотрим тепловой режим, когда угол возвышения солнца β_s равен 90° . В этом случае происходит наибольший внешний нагрев модуля. А в условиях лунной ночи следует наименьший внешний нагрев.

(1). В условиях лунного дня

Т.к. плоскость крышки параллельна лунной поверхности и не обращена к ней, для крышки плотность теплового потока вычисляется по следующей формуле:

$$q_{n.кр.д} = \varepsilon_n \sigma \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.кр.д}}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - \varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.кр} - A_S q_S \cos \theta_{S.кр.д}$$

$$\xrightarrow{\varphi_{m,n.кр}=0, \theta_{S.кр.д}=0^\circ} \varepsilon_n \sigma \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.кр.д}}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - A_S q_S$$

где

$$C_{3.кр.д} = \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \sigma} (\varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.кр} + A_S q_S \cos \theta_{S.кр.д})$$

$$\xrightarrow{\varphi_{m,n.кр}=0, \theta_{S.кр.д}=0^\circ} \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \sigma} \cdot A_S q_S = 1,733 \cdot 10^{11} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

В этом случае тепловой поток, проходящий через крышку:

$$Q_{кр.д} = q_{n.кр.д} \cdot F_{кр}$$

Рассмотрим боковую стенку.

Угол θ_S для боковой стенки можно найти по следующей схеме:

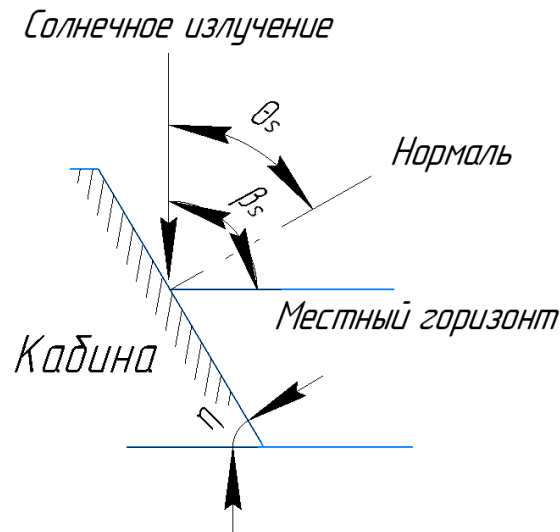


Рис. 3.1 К определению угла θ_S

При $\beta_S = 90^\circ$, $\theta_{S.б} = \eta = 60,46^\circ$. Тогда

$$q_{n.б.д} = \varepsilon_n \sigma \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.б.д}}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - \varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.б} - A_S q_S \cos \theta_{S.б}$$

где

$$\varphi_{m,n.б} = 0,253$$

$$C_{3.б.д} = \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \sigma} (\varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.б} + A_S q_S \cos \theta_{S.б}) = 2,682 \cdot 10^{11} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Следовательно, тепловой поток через боковую стенку:

$$Q_{б.д} = q_{н.б.д} \cdot F_б$$

Суммарный результирующий поток в условиях лунного дня:

$$Q_{\Sigma.д} = Q_{кр.д} + Q_{б.д} - Q - Q_{пр}$$

где Q — тепловой поток, выделяемый человеком; $Q_{пр}$ — тепловой поток, выделяемый приборами.

(2). В условиях лунной ночи

Для крышки

$$q_{н.кр.н} = \varepsilon_n \sigma \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.кр.н}}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - \varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.кр}$$

$$\xrightarrow{\varphi_{m,n.кр}=0} \varepsilon_n \sigma \cdot \frac{T_0^4}{1 + C_1 \cdot C_2(n)}$$

где

$$C_{3.кр.н} = \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \sigma} \cdot \varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.кр}$$

$$\xrightarrow{\varphi_{m,n.кр}=0} 0 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Тепловой поток, проходящий через крышку в условиях лунной ночи:

$$Q_{кр.н} = q_{н.кр.н} \cdot F_{кр}$$

Для боковой стенки

$$q_{н.б.н} = \varepsilon_n \sigma \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.б.н}}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - \varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.б}$$

где

$$\varphi_{m,n.б} = 0,253$$

$$C_{3.б.н} = \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \sigma} \cdot \varepsilon_n \sigma T_m^4 \varphi_{m,n.б} = 1,426 \cdot 10^9 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Тепловой поток через боковую стенку:

$$Q_{б.н} = q_{н.б.н} \cdot F_б$$

Суммарный результирующий поток в условиях лунного дня:

$$Q_{\Sigma.н} = Q_{кр.н} + Q_{б.н} - Q - Q_{пр}$$

Для нахождения рационального числа применяемых слоёв ЭВТИ нужно контролировать разность тепловых потоков в условиях лунных дня и ночи в диапазоне 5-10% Q_{Σ} . Рассчитаем ΔQ при разных значениях числа ЭВТИ n .

При n=1	$Q_{\Sigma D}(1) = -521.422 \text{ Вт}$	$Q_{\Sigma N}(1) = -35.847 \text{ Вт}$	$\Delta Q(1) = -485.576 \text{ Вт}$
При n=2	$Q_{\Sigma D}(2) = -546.454 \text{ Вт}$	$Q_{\Sigma N}(2) = -375.95 \text{ Вт}$	$\Delta Q(2) = -170.504 \text{ Вт}$
При n=3	$Q_{\Sigma D}(3) = -551.785 \text{ Вт}$	$Q_{\Sigma N}(3) = -448.377 \text{ Вт}$	$\Delta Q(3) = -103.407 \text{ Вт}$
При n=4	$Q_{\Sigma D}(4) = -554.105 \text{ Вт}$	$Q_{\Sigma N}(4) = -479.899 \text{ Вт}$	$\Delta Q(4) = -74.206 \text{ Вт}$
При n=5	$Q_{\Sigma D}(5) = -555.403 \text{ Вт}$	$Q_{\Sigma N}(5) = -497.538 \text{ Вт}$	$\Delta Q(5) = -57.865 \text{ Вт}$
При n=6	$Q_{\Sigma D}(6) = -556.232 \text{ Вт}$	$Q_{\Sigma N}(6) = -508.81 \text{ Вт}$	$\Delta Q(6) = -47.422 \text{ Вт}$

Таблица 3.1

n	$Q_{\Sigma, D}/\text{Вт}$	$Q_{\Sigma, N}/\text{Вт}$	$\Delta Q/\text{Вт}$
1	-521,422	-35,847	-485,576
2	-546,454	-375,95	-170,504
3	-551,785	-448,377	-103,407
4	-554,105	-479,899	-74,206
5	-555,403	-497,538	-57,865
6	-556,232	-508,81	-47,422

Анализируя значения ΔQ приходим к выводу, что для обеспечения заданного теплового режима рационально использовать 6 экрана ЭВТИ, так как это соответствует тому, что изменение теплового потока занимает 5-10% доли суммарного результирующего теплового потока, что позволяет регулировать температуру внутри кабины активной СОТР. При этом необходимо установить на аппарате холодильное устройство, чтобы удовлетворить условию равновесия внутри кабины $Q_{\Sigma} = 0$.

4. Расчёт теплового режима герметичной кабины для всех возможных случаев положения Солнца

(1). Рассмотрим боковую стенку

Создаём пространственную декартовую систему координат. Запишем уравнение описания боковой поверхности усечённого конуса.

$$F(x, y, z) = \frac{x^2}{r_2^2} + \frac{y^2}{r_2^2} - \frac{(z + c)^2}{b^2}, \quad (0 \leq z \leq h)$$

$$F(x, y, z) := \begin{cases} \frac{x^2}{r_2^2} + \frac{y^2}{r_2^2} - \frac{(z + c)^2}{b^2} & \text{if } 0 \leq z \leq h \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

где искомые константы c и b определяются следующим образом:

$$c = \frac{r_1 \cdot h}{r_2 - r_1} = -3,529$$

$$b = h + c = -0,529$$

Компоненты вектора направления нормали к поверхности усечённого конуса:

$$x_n = \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial x} = \frac{2x}{r_2^2}$$

$$y_n = \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial y} = \frac{2y}{r_2^2}$$

$$z_n = \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial z} = -\frac{2(z + c)}{b^2}$$

Преобразуем декартовую с.к. в цилиндрическую. Делаем следующие замены

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, z = z$$

Тогда уравнение описания боковой поверхности принимает вид

$$F(r, \varphi, z) = \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{r_2^2} + \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{r_2^2} - \frac{(z + c)^2}{b^2}, \quad (0 \leq z \leq h)$$

А соответствующие компоненты вектора направления нормали к поверхности усечённого конуса

$$x_n = \frac{2x}{r_2^2} = \frac{2r \cos \varphi}{r_2^2}$$

$$y_n = \frac{2y}{r_2^2} = \frac{2r \sin \varphi}{r_2^2}$$

$$z_n = -\frac{2(z + c)}{b^2}$$

При $z = 0$, $r = r_1$. Тогда

$$x_n(\varphi) = \frac{2r_1 \cos \varphi}{r_2^2}$$

$$y_n(\varphi) = \frac{2r_1 \sin \varphi}{r_2^2}$$

$$z_n(\varphi) = -\frac{2c}{b^2}$$

$$x_n(\varphi) := \frac{2r_1 \cdot \cos(\varphi)}{r_2^2}$$

$$y_n(\varphi) := \frac{2r_1 \cdot \sin(\varphi)}{r_2^2}$$

$$z_n(\varphi) := \frac{-2c}{b^2}$$

Теперь определим угол между направлением на Солнце и нормалью к боковой поверхности. Компоненты единичного вектора направления на Солнце:

$$x_s(\tau_a) = \cos[\beta_s(\tau_a)]$$

$$y_s(\tau_a) = 0$$

$$z_s(\tau_a) = \sin[\beta_s(\tau_a)]$$

$$x_s(\tau_a) := \cos(\beta_s(\tau_a))$$

$$y_s(\tau_a) := 0$$

$$z_s(\tau_a) := \sin(\beta_s(\tau_a))$$

Косинус угла между направлением на Солнце и нормалью к боковой поверхности определяется путём вычисления деления скалярного произведения на произведение модулей векторов. Так как один из них является ортом, в знаменателе будет лишь модуль вектора нормали боковой поверхности.

$$\cos\theta_{s,\delta}(\tau_a, \varphi) = \frac{x_s(\tau_a) \cdot x_n(\varphi) + y_s(\tau_a) \cdot y_n(\varphi) + z_s(\tau_a) \cdot z_n(\varphi)}{\sqrt{x_n^2(\varphi) + y_n^2(\varphi) + z_n^2(\varphi)}}$$

$$\cos\Theta_s(\tau_a, \varphi) := \frac{x_s(\tau_a) \cdot x_n(\varphi) + y_s(\tau_a) \cdot y_n(\varphi) + z_s(\tau_a) \cdot z_n(\varphi)}{\sqrt{x_n(\varphi)^2 + y_n(\varphi)^2 + z_n(\varphi)^2}}$$

Иногда не всю поверхность освещает Солнце. Из математической алгебры если скалярное произведение двух векторов меньше нуля, то они образуют тупой угол. В нашем случае те места, где вектор нормали поверхности и вектор направления на Солнце образуют тупой угол, соответствуют теневым участкам. Следовательно, для теневых участков числитель выражения $\cos\theta_{s,\delta}(\tau_a, \varphi)$ будет меньше нуля. С учётом этого факта имеем:

$$\cos\theta_{s,\delta}(\tau_a, \varphi) = \begin{cases} \cos\theta_{s,\delta}(\tau_a, \varphi), & \text{при } \cos\theta_s(\tau_a, \varphi) > 0, \tau_a < 14 \\ 0 & \text{для остальных случаев} \end{cases}$$

$$\cos\Theta_s(\tau_a, \varphi) := \begin{cases} \cos\Theta_s(\tau_a, \varphi) & \text{if } \cos\Theta_s(\tau_a, \varphi) > 0 \wedge \tau_a < 14 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

В этом случае

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{(2 - \varepsilon) \cdot \varepsilon_n}{\varepsilon} \\ C_2(n) &= \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon - \varepsilon_0 \cdot \varepsilon}{\varepsilon_0(2 - \varepsilon)} + n - 1 \\ C_{3.6}(\tau_a, \varphi) &= \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \cdot \sigma} [\varepsilon_n \sigma \cdot T_m^4(\tau_a) \cdot \varphi_{m,n.6} + A_S q_S \cos \theta_{S.6}(\tau_a, \varphi)] \\ C_1 &:= \frac{(2 - \varepsilon) \cdot \varepsilon_n}{\varepsilon} \\ C_2(n) &:= \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon - \varepsilon_0 \cdot \varepsilon}{\varepsilon_0(2 - \varepsilon)} + n - 1 \\ C_{31}(\tau_a, \varphi) &:= \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \cdot \sigma} (\varepsilon_n \cdot \sigma \cdot T_m(\tau_a)^4 \cdot \varphi_{mn} + A_S \cdot q_S \cdot \cos\Theta_s(\tau_a, \varphi)) \end{aligned}$$

Плотность теплового потока внешней поверхности

$$\begin{aligned} q_{n.6}(\tau_a, \varphi, n) &= \varepsilon_n \sigma \left[\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.6}(\tau_a, \varphi)}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right] - \varepsilon_n \sigma T_m^4(\tau_a) \varphi_{m,n.6} - A_S q_S \cos \theta_{S.6}(\tau_a, \varphi) \\ q_{n1}(\tau_a, \varphi, n) &:= \varepsilon_n \cdot \sigma \cdot \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{31}(\tau_a, \varphi)}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - \varepsilon_n \cdot \sigma \cdot T_m(\tau_a)^4 \cdot \varphi_{mn} - A_S \cdot q_S \cdot \cos\Theta_s(\tau_a, \varphi) \end{aligned}$$

(2). Рассмотрим **крышку**

Для крышки проще определить угол θ_s . Его косинус соответствует выражению

$$\begin{aligned} \cos\theta_{s.kp}(\tau_a) &= \begin{cases} \cos\left[\frac{\pi}{2} - \beta_s(\tau_a)\right], & 0 \leq \tau_a \leq 14 \\ 0, & 14 < \tau_a \leq 21 \end{cases} \\ \cos\Theta_{sp}(\tau_a) &:= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_s(\tau_a)\right) \\ \cos\Theta_{sp}(\tau_a) &:= \begin{cases} \cos\Theta_{sp}(\tau_a) & \text{if } 0 \leq \tau_a \leq 14 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

В этом случае отличается $C_{3.kp}(\tau_a, \varphi)$

$$\begin{aligned} C_{3.kp}(\tau_a) &= \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \cdot \sigma} \cdot A_S q_S \cos \theta_{S.kp}(\tau_a) \\ C_{32}(\tau_a) &:= \frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon \cdot \sigma} (A_S \cdot q_S \cdot \cos\Theta_{sp}(\tau_a)) \end{aligned}$$

Плотность теплового потока внешней поверхности

$$q_{n.кр}(\tau_a, n) = \varepsilon_n \sigma \left[\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{3.кр}(\tau_a)}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right] - A_S q_S \cos \theta_{S.кр}(\tau_a)$$

$$q_{n2}(\tau_a, n) := \varepsilon_n \cdot \sigma \cdot \left(\frac{T_0^4 + C_2(n) \cdot C_{32}(\tau_a)}{1 + C_1 \cdot C_2(n)} \right) - A_S \cdot q_S \cdot \cos \Theta_{sp}(\tau_a)$$

Суммарный результирующий тепловой поток:

$$Q_{\Sigma}(\tau_a, n) = \int_0^{2\pi} \frac{q_{n.б}(\tau_a, \varphi, n)}{2\pi} \cdot F_6 d\varphi + q_{n.кр}(\tau_a, n) \cdot F_{кр} - Q - Q_{пр}$$

$$Q_{\Sigma}(\tau_a, n) := \int_0^{2\pi} q_{n1}(\tau_a, \varphi, n) \cdot \frac{F_1}{2\pi} d\varphi + q_{n2}(\tau_a, n) \cdot F_2 - Q$$

(в программе $Q = Q + Q_{пр} = 560$ Вт)

Построим графики $Q_{\Sigma}(n)$ в течение 21 суток.

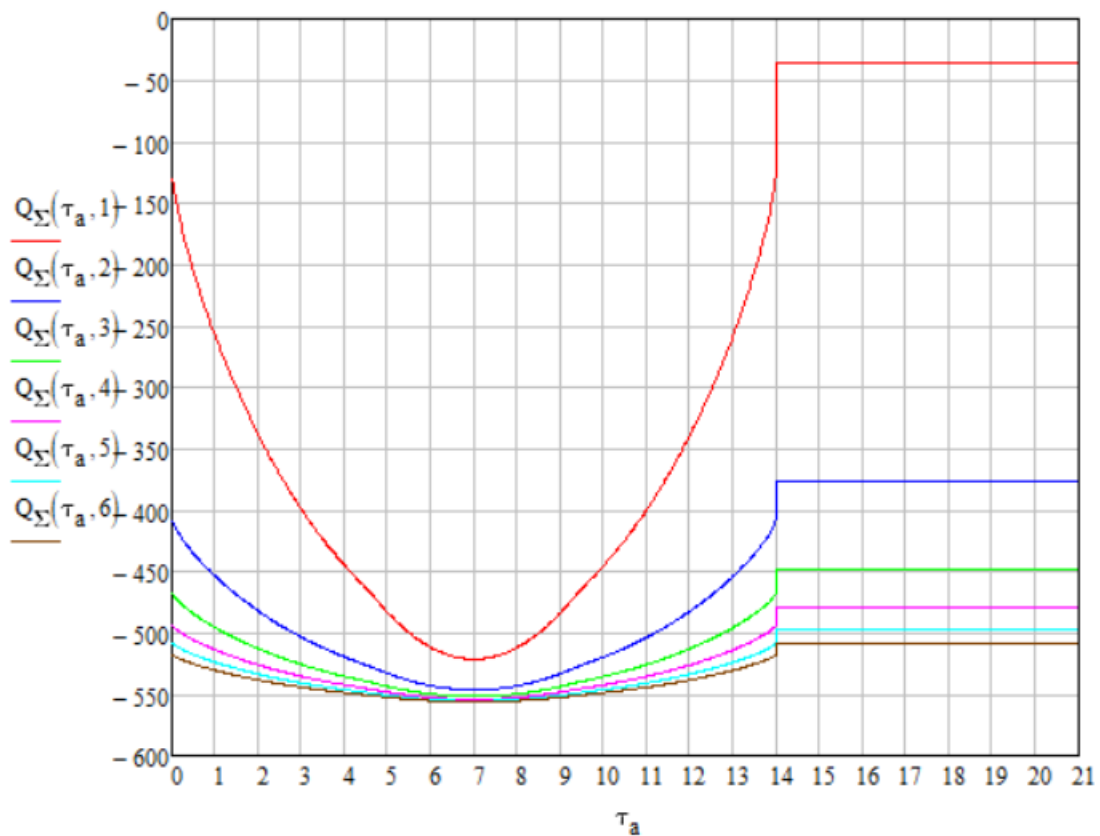


Рис. 4.1 Изменение Q_{Σ} при разных числах ЭВТИ в течение 21 суток

Определим разность между максимумом и минимумом теплового потока в течение 21 суток при разных числах ЭВТИ.

for $\tau_a \in 0..21$

$$\Delta Q(n) \leftarrow \max(Q_{\Sigma}(\tau_a, n)) - \min(Q_{\Sigma}(\tau_a, n))$$

При $n=1$ $\Delta Q(1) = -485.576$ При $n=2$ $\Delta Q(2) = -170.504$ При $n=3$ $\Delta Q(3) = -103.407$

При $n=4$ $\Delta Q(4) = -74.206$ При $n=5$ $\Delta Q(5) = -57.865$ При $n=6$ $\Delta Q(6) = -47.422$

Полученные результаты нанесены в таблицу 4.1:

Таблица 4.1

n	$\Delta Q/\text{Вт}$
1	-485,576
2	-170,504
3	-103,407
4	-74,206
5	-57,865
6	-47,422

Полученные результаты совпадают с теми, определёнными в п. 3. Аналогично, для обеспечения заданного теплового режима рационально использовать 6 экранов ЭВТИ, т.к. при этом суммарный тепловой поток колеблется в диапазоне 5-10% своего значения.

В итоге можно делать следующие выводы:

- ЭВТИ необходима для защиты кабины в течение 21 суток;
- рациональное число экранов — 6;
- для обеспечения заданной температуры внутри кабины кроме ЭВТИ ещё требуется активная СОТР с холодильным устройством.