

图形学笔记 —— 透视除法 (/a/1190000004644066)

图形学 (https://segmentfault.com/t/图形学/blogs)Shihira (https://segmentfault.com/u/shihira)2 天前发布

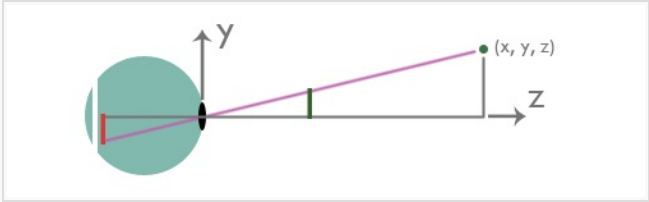
这篇文章是我以前在别的地方发的，最近发现Segmentfault把公式bug修好了，搬过来  
本文采用左手坐标系，即z轴向屏幕里增长。

## 透视投影变换

透视投影变换，有三个词组成：透视、投影、变换。我们逐个来理解。

- 透视：我理解为“有远近感”的，也就是我们平时所说的近大远小。而相对地，近少远多：你站在山顶上，近处你只能看见附近几棵花花草草，但是远处你可以远眺整个城市这么多东西。如果你把人视野内的东西还原回去三维，它们大概会分布在一个圆台上，不是么。
- 说到投影你会想到什么？如果是我，我会想到降维。将一条平面上的线段投影到一维的坐标轴上，将一个三维上的物体投影到二维平面上，这就是我们平时接触到的投影。透视投影变换，就是后者，将三维的物体拍扁成二维的。好了，这个“二维的地方”是哪里呢：就是视网膜了。
- 变换：就是线性变换，这说明我们需要用一个矩阵去把它表达出来，一个齐次坐标变换矩阵。

透视投影变换的思路是：将想要变换的点，与瞳孔连接起来，成为一条视线。然后这条视线，与视网膜的交点，就是变换后的点了。：



如上图所示，点  $(x, y, z)$  在紫色的视线上穿过瞳孔，在视网膜上成像，像的y坐标 $y'$ 就是红色的那一段。不过我们知道眼球里的成像是反的，所以实际上我们求的不是红色的那一段，而是与红色那一段全等的绿色那一段。很显然，我们可以找到相似三角的关系，我们假使视网膜（或者绿线）到瞳孔的距离是 $z_r$ ，那么变换后绿点：

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= y \frac{z_r}{z} \\ y' &= y \frac{z_r}{z} \\ z' &= z_r = z \frac{z_r}{z} \end{aligned} \right.$$