

## Prefacio de la primera edición

En un esfuerzo para hacer las matemáticas avanzadas más accesibles a una gran variedad de estudiantes, y para dar incluso a los estudiantes más inclinados matemáticamente una base sólida sobre la cual continuar sus estudios matemáticos, ha habido una tendencia en los últimos años para introducir a los estudiantes a la formulación y escritura de demostraciones matemáticas rigurosas, y para enseñar los temas de conjuntos, funciones, relaciones y contabilidad en un curso de “transición”, en lugar de en un curso más tradicional como uno de álgebra lineal. Un curso de transición funciona como un puente entre cursos operativos y cursos más teóricos como álgebra lineal y álgebra abstracta.

Este texto contiene los temas centrales que el autor cree que un curso de transición debería cubrir, además de cierto material opcional, con el fin de dar al instructor flexibilidad en el diseño de un curso. La presentación es directa y se enfoca en lo esencial, sin ser necesariamente muy elemental, excesivamente pedagógica o cargada de distracciones.

Algunas de las características de este libro son las siguientes:

- (1) El simbolismo lógico y el uso de notación lógica se usa el mínimo posible. Se discutirá solo lo que es absolutamente necesario, tal y como es el caso en la mayoría de cursos avanzados de matemáticas no enfocados en la lógica.
- (2) Se realiza una distinción entre técnicas de demostración general (como por ejemplo, demostración directa y demostración por contradicción) y técnicas especializadas, tales como la inducción matemática, las cuales son herramientas matemáticas particulares, en vez técnicas generales de demostración.
- (3) Se evita un énfasis en temas “divertidos” tales como teoría de números, combinatoria o temas relacionados con las ciencias de la computación, ya que no son tan centrales como un tratamiento detallado de los conjuntos, las funciones y las relaciones para cursos importantes, como lo son los cursos de álgebra lineal, álgebra abstracta y análisis real. Así pues, incluso las dos secciones sobre combinatoria en el capítulo 7 fueron escritas con el enfoque de reforzar el uso de conjuntos, funciones y relaciones, en lugar de enfatizar en argumentos de conteo ingenioso.
- (4) EL material es presentado de la forma en la que la mayoría de los matemáticos en realidad lo usan, en vez de en la forma más axiomáticamente directa. Por ejemplo, una función es un tipo especial de relación, y desde un punto de vista estrictamente axiomático, tendría sentido tratar las relaciones primero, y después desarrollar las funciones como un caso especial de relaciones. La mayoría de los matemáticos no piensan las funciones de esta forma (excepto quizás algunos combinatorialistas), y cubrimos las funciones antes de las relaciones, ofreciendo de esta forma un tratamiento más claro de cada tema.

- (5) Se ha incluido una sección dedicada a la escritura correcta de las matemáticas, ayudar a recordar a los estudiantes y a los instructores de la importancia de la buena escritura.

#### Esquema del libro

El libro está dividido en tres partes: demostraciones, fundamentos y extras. Al final del libro se encuentra un corto apéndice, en el cual se resumen unas cuantas propiedades básicas de los números reales, un índice y una bibliografía. El contenido central de este libro, el cual se debería incluir en cualquier curso, consiste en las partes 1 y 2 (capítulos 1 - 6). Un curso de un semestre puede incluir todo el material central comodamente, junto con una pequeña parte del material de la parte 3, el cual podrá ser escogido al gusto del instructor.

La parte 1, demostraciones“, consiste en los capítulos 1 y 2. Se cubren los temas de lógica informal y de técnicas de demostración, respectivamente. Estos dos capítulos discuten el “cómo” de la matemática moderna, es decir, la metodología de las demostraciones rigurosas tal y como son practicadas por los matemáticos actualmente. El capítulo 1 es un precursor de las demostraciones rigurosas, y no se trata acerca de demostraciones matemáticas en sí. Todos los ejercicios en este capítulo son informales, en contraparte con el resto del libro. El capítulo 2, aunque contiene algunas demostraciones reales, tiene también un buen porcentaje de discusión informal.

La parte 2, fundamentos, consiste en los capítulos 3 - 6, cubriendo conjuntos, funciones, relaciones y cardinalidad, respectivamente. Este material es básico en toda la matemática moderna. En contraste con la parte 1, este material está escrito de una forma más directa, en un estilo de definición/teorema/demostración, tal y como es encontrado en la mayoría de textos matemáticos contemporáneos.

La parte 3, extras, consiste en los capítulos 7 y 8, y tiene un tratamiento breve de una variedad de temas, incluyendo grupos, homomorfismos, conjuntos parcialmente ordenados, latices, combinatoria y secuencias, y concluye con temas adicionales para ser explorados por el lector, además de una colección de intentos de pruebas (entregados por estudiantes), el cual el lector tendrá que criticar como si el fuera el profesor.

Algunos instructores podrían optar por omitir la sección 4.5 y la sección 6.4. La primera porque es muy abstracta, y la segunda porque es vista como no necesaria. Aunque omitir cualquiera de estas dos secciones es ciertamente posible, se ruega a los instructores para que consideren no hacerlo. La intención de la sección 4.5 es ayudar a los estudiantes a prepararse para tratar con conjuntos de mapas lineales en el álgebra lineal, y construcciones comparables en otras ramas de las matemáticas. La sección 6.4 es un tema frecuentemente omitido en la educación matemática de muchos estudiantes de pregrado, lo cual es desafortunado, ya que previene los muy comunes (aunque incorrectos) intentos de definir secuencias “por inducción”.