

Correction TD1

Exercice1

- 1) $w_1=01, w_2=101$
 $w_1.w_2=01101$
 $w_2.w_1=10101$
 $w_1^3=010101$
 $w_2^2=101101$
 $\epsilon.w_1=w_1=01$
 $|w_1|=2$
- 2) Les mots suivants générés par l'expression régulière $(ab^*)b^*$: a,abbb

Exercice2 :

1. $a(a|b)^*b$: ab,abb,aab,abab,aaab...
2. $(a|b)^*ab(a|b)^*$:ab, aaba,babb,aabb,baba....
3. $(aa)^*a$: a,aaa,aaaaa..(nombre impair de a)
4. $(a|b)^*(c|d)^*$: $\epsilon, a,b,c,d,ac,abcd...$
5. $aab(a|b)^*(bb|aa)^+$: aabaa,aabbb,aabaabbbb...
6. $(a|ab)(c|bc)$: {ac,abc,abbc}

Exercice3:

1)

w_1 et w_2 sont définis sur Σ_1

w_3 est défini sur Σ_1 et Σ_3

w_4 est défini sur Σ_1 et Σ_2

w_5 est défini sur Σ_1

w_6 est défini sur Σ_1

- 2) La taille de w_1 sur Σ_1 est 3
La taille de w_2 sur Σ_1 est 4

La taille de w_3 sur Σ_1 est 8 et sur Σ_3 est 2

La taille de w_4 sur Σ_1 est 4 et sur Σ_2 est 2

La taille de w_5 sur Σ_1 est 11

La taille de w_6 sur Σ_1 est 9

3) Il faut ajouter les mots : erat,t

4) Bali les suffixes {ε,i,li,ali,bali}

Les préfixes de taam{ε,t,ta,taa,taam}

Exercice4 :

On considère l'alphabet {a,b}, donner une expression régulière décrivant :

1. les mots qui commencent par b : $b(a|b)^*$

2. les mots qui contiennent exactement trois a : $b^* a b^* a b^* a b^*$

3. les mots qui contiennent au moins trois a : $(a|b)^* a (a|b)^* a (a|b)^* a (a|b)^* b^* a b^* a b^* a (a|b)^*$

4. les mots qui contiennent au plus trois a : $b^* | b^* a b^* | b^* a b^* a b^* | b^* a b^* a b^* a b^* b^* (a|\varnothing) b^* (a|\varnothing) b^* (a|\varnothing) b^*$

5. les mots qui ne contiennent pas la séquence ab : $b^* a^*$

Exercice 5

1. les mots qui ne contiennent pas deux 0 successifs.

$(1|01)^* (0|\varepsilon) \rightarrow ((0|\varepsilon)1+)^* (0|\varepsilon)$

2. les mots qui ne contiennent pas la séquence 100.

$0^* (1|10)^*$

3. les mots de longueur paire.

$((0|1). (0|1))^*$

4. les mots ayant un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1.

Langage non régulier \rightarrow pas d'expression régulière

5. les mots formés d'alternances de 0 et 1.

$(1|\varepsilon) (01)^* (0|\varepsilon)$

6. les nombres multiples de 2 et plus grands ou égaux à 8.

Langage non régulier \rightarrow pas d'expression régulière

Exercice 6 :

On considère l'alphabet $\{a, b\}$. Donner les expressions régulières correspondantes aux propriétés suivantes :

1. les mots qui ne contiennent aucun b : a^*
2. les mots qui contiennent au moins un a : $(a|b)^*a(a|b)^*$
 $b^*a(a|b)^*$
3. les mots de longueur paire : $(aa|bb|ba|ab)^*$
 $((a|b).(a|b))^*$
4. le langage $L = \{b^n p^n\}$ avec n et p entiers et au moins l'un des deux impair :
 $(bb)^*b(aa)^*|(bb)^*(aa)^*a|(bb)^*b(aa)^*a$
 $(bb)^*(b|\epsilon)(aa)^*a|(bb)^*b(aa)^*(a|\epsilon)$
5. les mots formes d'alternance de a et de b .
 $(ab)^*(a|\epsilon)|(ba)^*(b|\epsilon)$
6. les mots qui ne contiennent pas aa .
 $a(b+ab^*|b^*)^*(b+ab^*|b^*)^*$
 $(b|ab)^*(a|\epsilon) \rightarrow ((a|\epsilon)b+)^*(a|\epsilon)$
 $b^*(ab+)^*(a|\epsilon)$
 $(ab+)^*(a|\epsilon)|(b+a)^*(b^*|\epsilon)$

Exercice 7 :

- 1) Non, car le plus petit mot dans w_1 est
Le plus petit mot dans w_2 est bcw avec $1 < |w| < 2$
- 2) $L_1 : a^+$
 $L_2 : u = bcw / 3 < |u| < 4$
- 3) $M_{11} = aaa$
 $M_{12} = aaaaa$
 $M_{21} = bcb$
 $M_{22} = bcab$
- 4) $M = M_{11}.M_{22} = aaabcbab, |m| = 7$

Exercice 8 :

- 1) $Aba, aaba...$
- 2) $Ba, \epsilon...$
- 3) L'ensemble vide
- 4) $Abb...$

Exercice 9 :

- 1) $\{u \in \Sigma^* / u = u^r\}$
- 2) $\{u \in \Sigma^* / |u| = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

$$3) \{ u \in \Sigma^* / |u|_b = 2k+1, k \in \mathbb{N} \}$$

$$4) \{ u \in \Sigma^* / |u| < 8 \text{ et } |u|_a = 2k, k \in \mathbb{N} \}$$

Exercice 10

$$L1 \cap L2 = \{aba, aaba, abaa\}$$

$$L1 - L3 = \{\epsilon, a, b, ab, aba, aaba, abba\}$$

Exercice 11

1)

$$L1.L2 = \{a, ab, aba, abb, abba, ba, bab, baba\}$$

$$L2.L1 = \{a, ab, ba, bab, bba, baa, baab, baba\}$$

$$L1.\emptyset = \emptyset$$

$$\emptyset.L2 = \emptyset$$

$$L1.\epsilon = L1$$

$$\epsilon.L2 = L2$$

$$L2 \cap \epsilon = \{\epsilon\}$$

$$2) \quad L3 = L4 = \{\epsilon\}$$

$$L3 = \emptyset \text{ ou } L4 = \emptyset \text{ ou } L3 = L4 = \emptyset$$