

שאלה 1

נבחר כי $x = b_0.b_1b_2b_3 \dots \times \beta^e, m \leq e \leq M$.

נבצע חיתוך.

אם $x = b_0.b_1 \dots b_{n-1}(\beta - 1)$ או $x = b_0.b_1 \dots b_{n-1}0$ ו $fl(x) = x$ ולכן $\delta \tilde{x} = 0$. ב- $fl(x)$ יש n ספרות משמעותיות ולכן גם ב- x .

אחרת:

$$\begin{aligned} & b_i > 0 \text{ כלשהו } i > n \text{ וקיים } 0 \leq b_n < \beta \\ & \text{לכן: } x - fl(x) = (b_1.b_2 \dots b_n \dots - b_1.b_2 \dots b_n) \times \beta^e = 0.00 \dots 0b_{n+1}b_{n+2} \dots \\ & \frac{x - fl(x)}{x} = \frac{0.00 \dots 0b_{n+1}b_{n+2}}{b_0.b_1b_2 \dots} \leq \frac{0.00 \dots 0b_{n+1}b_{n+2}}{1} = 0.00 \dots 0b_{n+1}b_{n+2} \\ & \leq 0.00 \dots (\beta - 1)(\beta - 1) \dots \leq 0.00_{n-1 \text{ times}} 1 = \beta^{-(n-1)} = \beta^{1-n} \end{aligned}$$

ולכן לפי הגדרה ישנן n ספרות משמעותיות כנדרש.

שאלה 2

```
def solve_quadratic(a, b, c):
    quad = math.sqrt(math.pow(b, 2) - 4 * a * c)
    root1 = (-b + quad) / 2 * a
    root2 = (-b - quad) / 2 * a

    if root1 == root2:
        return 1, [root1]
    else:
        return 2, [root1, root2]

print (solve_quadratic(2, 5, 3))
```

(2, [-4.0, -6.0])

ב.

```
10000000.0 True
9.96515154838562e-08 False
```

ניתן לראות כי השורש הראשון נכון ואילו השורש השני שגוי.
הסיבה לכך היא ש

$$-4 \times a \times c \ll b^2$$

ולכן

$$(b^2 - 4ac) \approx b^2 \Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} \approx |b|$$

נבחין כי המקרה הזה b שלילי ולכן במקרה של $-b - \sqrt{-4ac}$ נקבל חיסור בין שני מספרים דומים בערכם. מקרה זה גורם לאובדן משמעות ולכן יש טעות בשורש השני.

כהכללה, תהיה טעות באחד השורשים כאשר $-4 \times a \times c \ll b^2$

```
def solve_quadratic2(a, b, c):
    quad = math.sqrt(math.pow(b, 2) - 4 * a * c)
    sgn = 1 if b > 0 else 0 if b == 0 else -1

    root1 = (-b - sgn * quad) / 2 * a
    root2 = c / (a * root1)

    if math.isclose(root1, root2):
        return 1, [root1]
    else:
        return 2, [root1, root2]

a = 1
b = -100000000.00000001
c = 1
numOfRoots, roots = solve_quadratic2(a, b, c)

check_root()
```

na01 x

"D:\Program Files\Python37\python.exe" "D:/Documents/נחמיה/אנליזה/na01/assignment1.py"

```
[100000000.0, 1e-07]
100000000.0 True
1e-07 True
```

שאלה 3

אקסופונט סימן

מנט'יסה

01001011100000000000000000000000

ב.

$$\Delta f = 11! - 2^{24} = 39916800 - 16777216 = 23139584$$

$$\delta f = \frac{23139584}{11!} \approx 0.58$$

ג. כן. יהי שני משתנים a, b , מאותחלים ב-0.

כל איטרציה נקדם את a . אם $a = 2^{24}$. החל ממספר זה קידום ב-1 לא עובד עקב השגיאה, ולכן נאפס את a ונקדם את b ב-1.

נבחין כי בכל רגע נתון: $2^{24}b + a$ מייצג את המונה

שאלה 4

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial Z}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial Z}{\partial y} \right| \Delta y = \alpha \times Z \times \Delta x + \alpha \times Z \times \Delta y$$

$$\delta Z = \frac{|\Delta Z|}{Z} = \frac{|\alpha \times Z \times \Delta x + \alpha \times Z \times \Delta y|}{Z} = |\alpha(\Delta x + \Delta y)|$$

$\Delta x = 2 = \Delta y$ ב. נתון
 $|\alpha(\Delta x + \Delta y)| = |\alpha(2 + 2)| = 4\alpha \leq 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ נדרוש:
 לכן

$$|\alpha| \leq \frac{1}{80}$$

ובפרט $\alpha \in \left[\frac{-1}{80}, \frac{1}{80} \right]$