שאלה 1

נמספר את איברי המטריצה לפי העמודות, באופן הבא:

B באותו אופן.  
לכן:   
ולכן

מהגדרת מכפלת מטריצות:   
מכאן:   
כנדרש.

4

נחשב פירוק LU . תחילה נחשב את U באמצעות הפיכת A למשולשית עליונה באמצעות מטריצות פרמוטציה:

לכן:

נציב . נפתור:

נפתור נקבל את הוקטור   
ב. למדנו כי *חישוב במחשב נתן את אותה התוצאה.*

*ג. תהי A מטריצה משולשית עליונה.   
נסמן את ההופכית שלה כוקטור עמודות: .  
נבחין כי כל עמודה הינה מטריצה בגודל . לכן .  
מהגדרת מטריצת היחידה, עבור כל k, הינו וקטור בו כל האיברים (מלבד האיבר ה-k) הם אפסים.  
בפרט כל האיברים אחרי k. מאחר ו-A מטריצה משולשית עליונה, כל האיברים בשורה ה-k לפני k מתאפסים, ולכן k האיברים הראשונים ב מתאפסים בסכום. עם זאת, אין הבטחה דומה עבור האיברים האחרונים, ולכן הם צריכים להיות 0 בוקטור עצמו.  
  
הראנו כי בכל עמודה k במטריצה ההופכית, כל האיברים אחרי k הראשונים בהכרח אפסים. לכן היא מטריצה משולשית עליונה כנדרש.*

*ד. תהיינה A, B מטריצות משולשיות עליונות. תהי C מטריצה כך ש- .  
נתבונן באיברים מתחת לאלכסון הראשי של C. כל איבר כזה מוגדר על ידי זוג אינדקסים .  
לכן:   
נבחין כי A משולשית עליונה. לכן בשורה ה-i, כל האיברים לפני העמודה i יהיו 0. לכן ערך המכפלה יהיה:  
באותו אופן, B משולשית עליונה ולכן בעמודה ה-j כל האיברים אחרי השורה ה-j יהיו אפסים. נבחין כי ולכן הטענה נכונה גם כלפי כל האיברים אחרי השורה ה-i. לכן תוצאת המכפלה:*

*לכן כל האיברים מתחת לאלכסון הראשי של C הינם אפסים, כלומר C משולשית עליונה.*