

Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва - вариант 41

Зевде Эйоб Аманте

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Теоретические сведения	6
3.2	Задача	7
4	Выводы	12
	Список литературы	13

List of Figures

3.1	График численности жертв и хищников от времени	8
3.2	График численности хищников от численности жертв	9
3.3	График численности жертв и хищников от времени	11
3.4	График численности хищников от численности жертв	11

1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

2 Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит

никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.58x(t) + 0.048y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.38y(t) - 0.028y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 7, y_0 = 15$ Найдите стационарное состояние системы

Решение в OpenModelica

```
model lr5
  Real x(start=7);
  Real y(start=15);

  parameter Real a = 0.58;
  parameter Real b = 0.048;
  parameter Real c = 0.38;
  parameter Real d = 0.028;
```

equation

der(x) = -a*x + b*x*y;

der(y) = c*y - d*x*y;

end lr5;

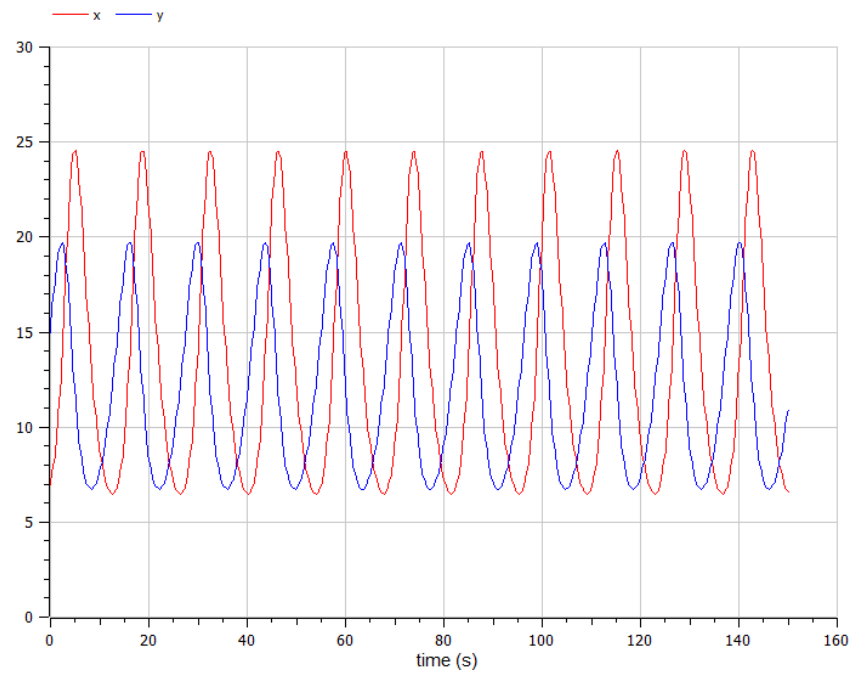


Figure 3.1: График численности жертв и хищников от времени

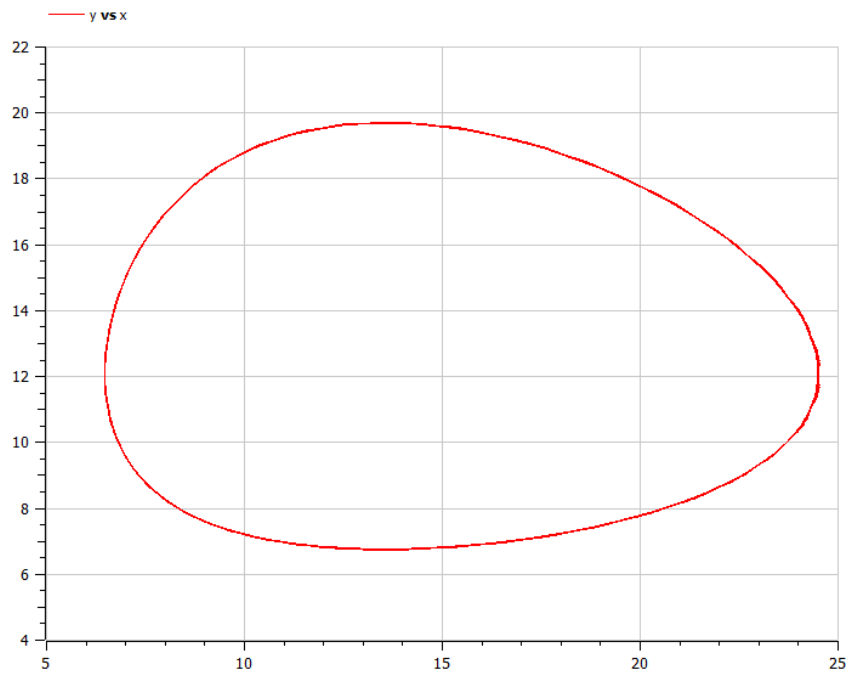


Figure 3.2: График численности хищников от численности жертв

Решение в Julia

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
x0 = 7
```

```
y0 = 15
```

```
u0 = [x0; y0]
```

```
t0 = 0
```

```
tmax = 150
```

```
tspan = (t0, tmax)
```

```
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))
```

```
a = 0.58
```

```
b = 0.048
```

```
c = 0.38
d = 0.028

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = -a*y[1] + b*y[1]*y[2]
    dy[2] = c*y[2] - d*y[1]*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)

sol = solve(prob, saveat = t)

plot(sol)

savefig("03.png")

plot(sol, idxs=(1, 2))

savefig("04.png")
```

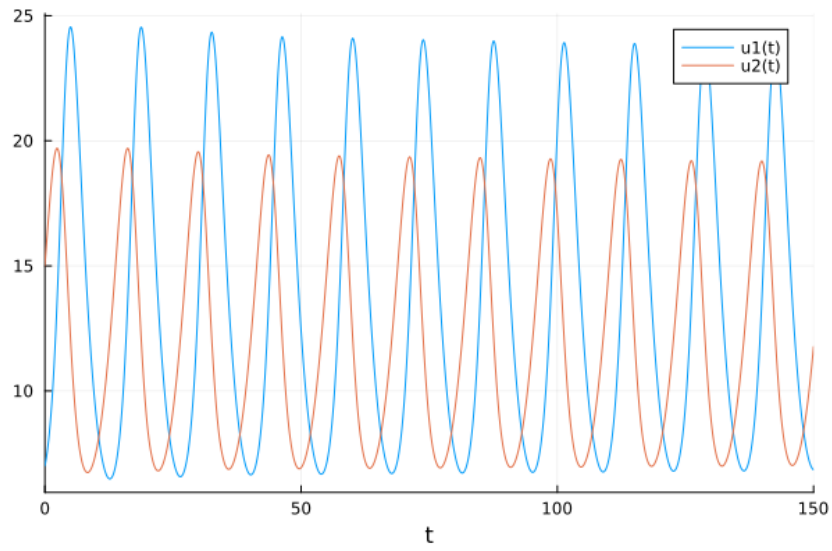


Figure 3.3: График численности жертв и хищников от времени

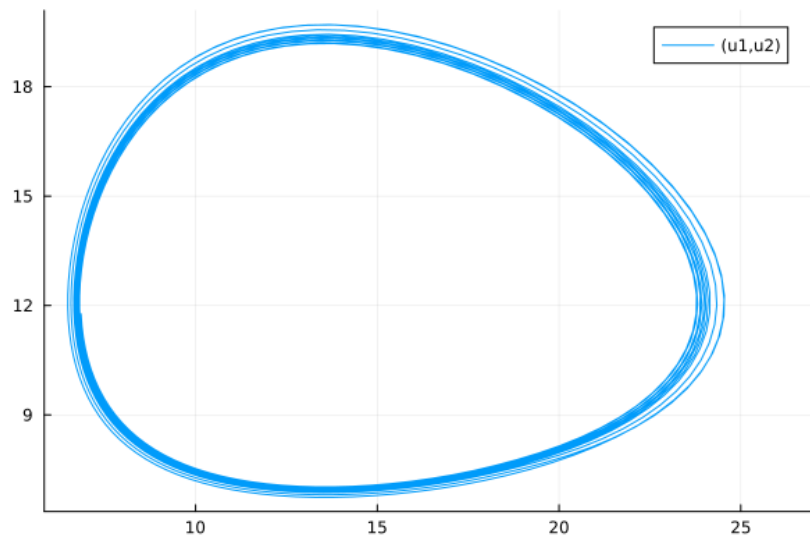


Figure 3.4: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние $x_0 = \frac{a}{b} = 12, y_0 = \frac{c}{d} = 14$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Lotka-Volterra System