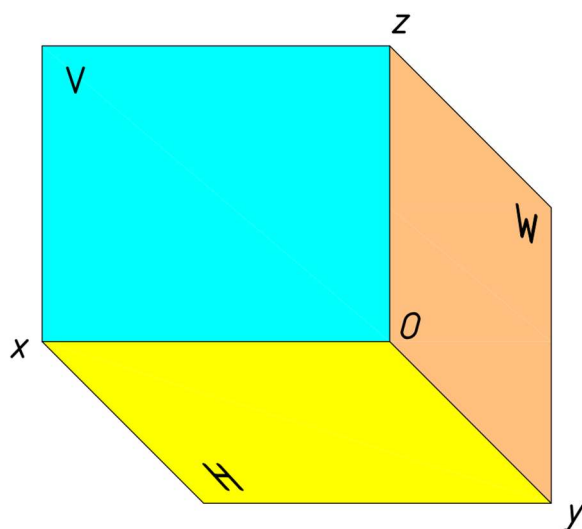


3-BOB. NUQTA VA TO‘G‘RI CHIZIQ

Ob’ektlarning tashqi va ichki shakllarini, shuningdek ularning o‘zaro bog‘lanishlarini aniq tushunish, hamda boshqa masalalarni yechish uchun, odatda har bir detalning uch yoki undan ortiq ko‘rinishiga ega bo‘lish zarur. Shu sababli, uch yoki undan ortiq proyeksiya tekisliklari bo‘lishi mumkin.

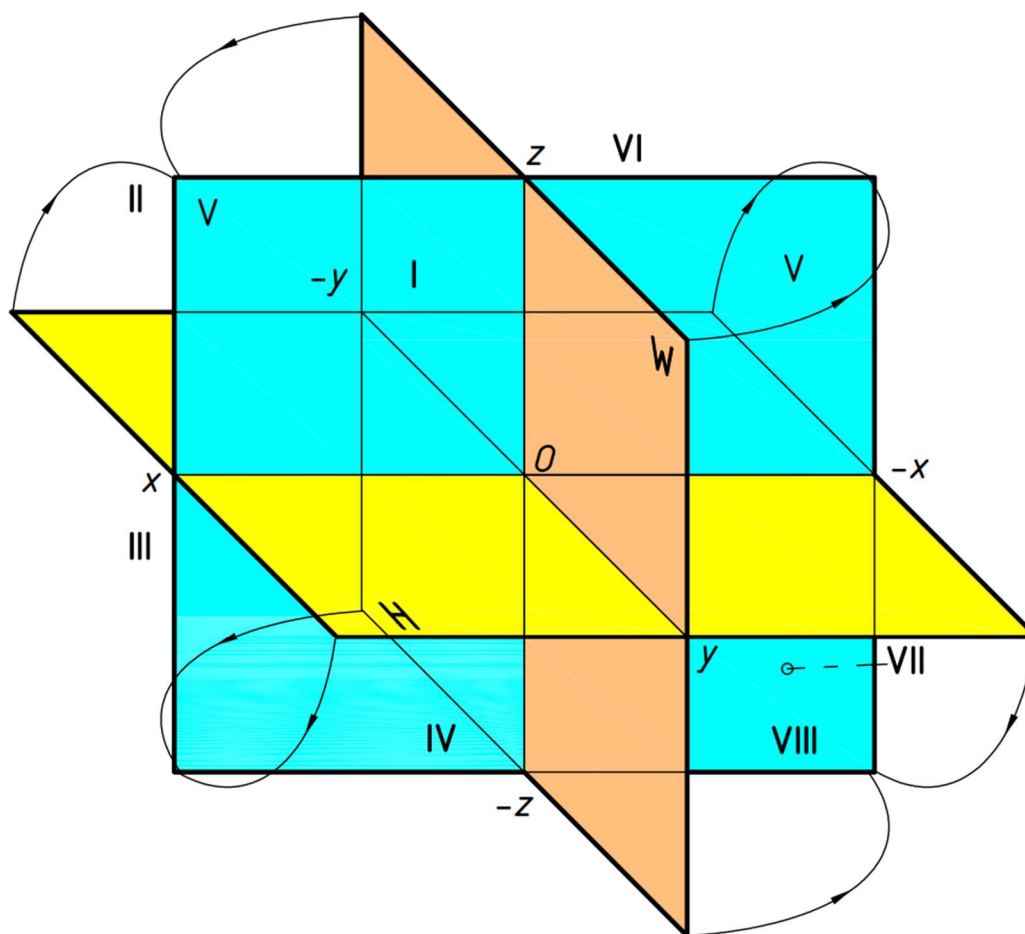
H va V tekisliklar tizimiga yana bir tekislik qo‘shiladi. Ushbu tekislik profil proyeksiyasi tekisligi deb ataladi va W harfi bilan belgilanadi (3.1-rasm). Bu tekislik H (gorizontal) va V (frontal) tekisliklariga perpendikulyar joylashgan bo‘lib, uch o‘lchamli fazodagi obyektlarning shakli va o‘lchamlarini yanada to‘liqroq tasvirlash imkonini beradi. W tekisligi, odatda, yon ko‘rinishni aks ettiradi va muhandislik chizmalari hamda kompyuter grafikalarida muhim ahamiyatga ega.



3.1-rasm

Uchta o‘zaro perpendikulyar tekisliklar - H, V, va W - fazoni tashkil etuvchi asosiy proyeksiya tekisliklari hisoblanadi. W tekisligi H va V tekisliklarini mos ravishda y va z o‘qlari bo‘ylab kesib o‘tadi. Ushbu tekisliklar kesishgan nuqta fazoning koordinatalar boshlanishi deb ataladi va u lotincha “Origo” (boshlanish) so‘zidan olingan bo‘lib, O harfi bilan belgilanadi.

x, y, va z koordinata o‘qlari bir-biriga perpendikulyar bo‘lib, uch o‘lchamli fazoni hosil qiladi. Bu fazo uchta o‘zaro perpendikulyar tekisliklar orqali sakkizta bo‘limga ajraladi, bu bo‘limlar oktantlar deb yuritiladi (lotincha “Octo” - “sakkiz”). Har bir oktant fazodagi turli belgilarga ega koordinatalar to‘plamini ifodalaydi. (3.2-rasm).



3.2-rasm

Ko'pgina Yevropa mamlakatlari texnik chizmalar va muhandislik grafikasi sohasida o'ng qo'l koordinata tizimi, ya'ni Yevropa proyeksiya joylashuvi tizimini qabul qilgan. Ushbu tizimda koordinatalar quyidagicha aniqlanadi:

- x o'qi koordinatalar boshi (origo) nuqtasidan chap tomonga yo'naltiriladi.
- y o'qi koordinatalar boshi nuqtasidan oldinga, ya'ni kuzatuvchiga tomon yo'naltiriladi.
- z o'qi koordinatalar boshi nuqtasidan yuqoriga yo'naltiriladi.

Mazkur tizimda koordinata o'qlarining qarama-qarshi yo'nalishlari manfiy deb hisoblanadi. Ushbu proyeksiya joylashuvi xalqaro standartlarga muvofiq, grafik tasvirlarni ifodalashda keng qo'llaniladi va uch o'lchamli fazoviy tushunchalarni aniqlashda qulaylik yaratadi.

3.1. Nuqtaning chizmasi

Nuqtaning to'g'ri burchakli proyeksiyalari (H, V va W tekisliklarida) fazodagi berilgan nuqtadan har bir proyeksiya tekisligiga tushirilgan perpendikulyar to'g'ri chiziqlar yordamida aniqlanadi. Bu proyeksiyalar

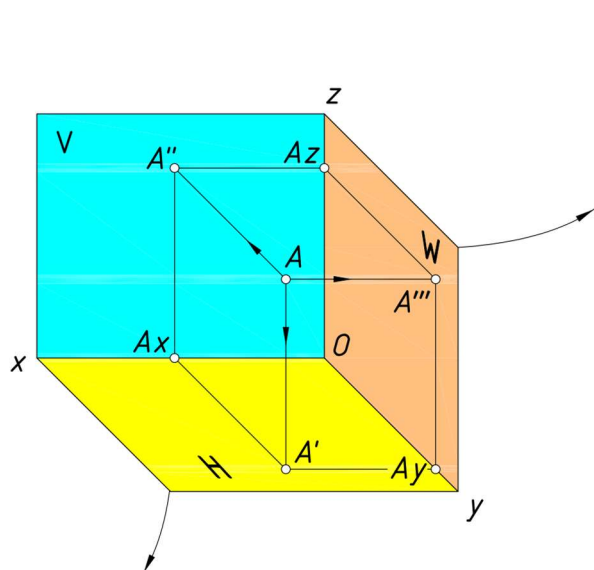
nuqtaning uch o'lchamli fazodagi joylashuvini geometrik jihatdan aniqlash va uning koordinatalarini matematik ifodalash uchun asos bo'lib xizmat qiladi.

A' - gorizontal;

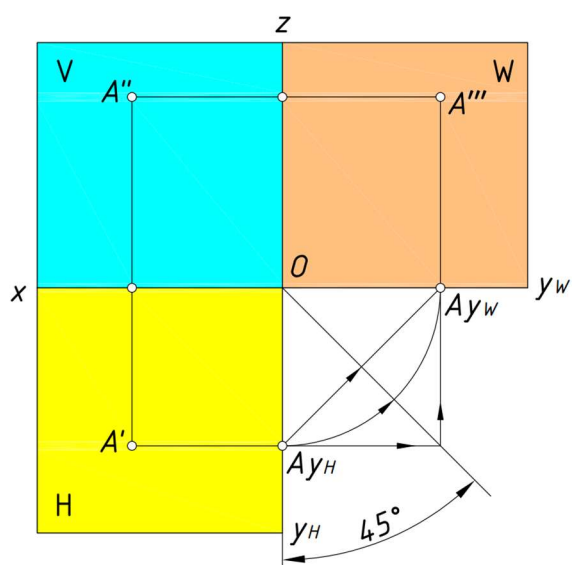
A'' - frontal;

A''' - profil.

Nuqtaning H, V va W tekisliklar tizimida ko'rsatilgan tasviri (3.3-rasm) nisbatan murakkab bo'lib, uni chizish jarayoni noqulaylik tug'dirishi mumkin. Shu sababli, ushbu tasvirni soddalashtirish maqsadida gorizontal va profil tekisliklari frontal proyeksiya tekisligi bilan birlashtiriladi. Natijada, barcha proyeksiyalar yagona chizish tekisligida tasvirlanadi (3.4-rasm). Bu usul geometrik tasvirlarni chizish va tahlil qilish jarayonini ancha qulaylashtiradi.



3.3-rasm



3.4-rasm

Bunday o'zgartirishni H tekisligini x o'qi atrofida 90° ga burish va W tekisligini z o'qi atrofida o'ngga 90° ga burish orqali amalga oshirish mumkin. Ushbu moslashuv natijasida "Monj epyurasi" yoki "Monj ortogonal chizmasi" (fransuzcha "epure" - chizma, loyiha) deb ataladigan chizma hosil bo'ladi.

Ortogonal chizmadan foydalanish natijasida proyeksiya tekisliklari va nuqtaning fazoviy joylashuvi haqidagi tasvir yo'qoladi. Biroq, epyura tasviriy aniqlikni ta'minlaydi, chizish jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi va o'lchovlarni hisoblashni osonlashtiradi.

Soddalashtirish maqsadida ushbu kitobda Monj epyurasi va Monj usuli asosida qurilgan proyeksiya chizmalari "chizma" (yoki murakkab chizmalar) deb yuritiladi.

Nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari (A' va A'') bitta x-o'qi bo'yicha perpendikulyar joylashgan bo'lib, ular A' A'' bog'lanish chizig'ida

birlashadi. Frontal va profil proyeksiyalari (A'' va A''') esa bitta z -o'qi bo'yicha perpendikulyar joylashgan bo'lib, ular $A'' A'''$ bog'lanish chizig'ida birlashadi.

Profil nuqtasi proyeksiyasini qurish, uning frontal va gorizontal proyeksiyalaridan berilgan holda, 3.4-rasmda ko'rsatilgan. Qurish jarayonida O nuqtasidan o'tadigan doira yoki y_H Oy_W burchagining bissektrisasini ishlatish mumkin. Birinchi usul aniqroq va soddaroq bo'lganligi sababli afzalroq hisoblanadi.

Shunday qilib, uchta ortogonal nuqta proyeksiyasidan iborat murakkab chizmada quyidagi asosiy xususiyatlar mavjud:

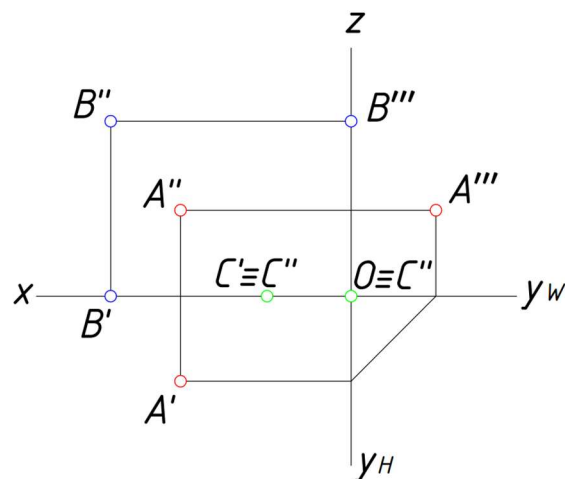
-Ikkita proyeksiya bitta bog'lanish chizig'ida joylashgan bo'lib, ularning o'rtasidagi bog'lanish chizig'i proyeksiya o'qlariga perpendikulyar bo'ladi.

-Nuqtaning ikkita proyeksiyasi uning uchinchi proyeksiyasining fazodagi joylashuvini aniqlashga imkon beradi.

-Ikkita proyeksiya nuqtaning uch o'lchovli fazodagi joylashuvini to'liq aniqlaydi.

Nuqtaning fazodagi joylashuvi uning uchta koordinatasi (abssissa x , ordinata y , aplikata z) yordamida ifodalanadi. Bu uchta koordinata nuqtaning har bir proyeksiya tekisligidan masofasini ko'rsatadigan raqamlar sifatida tasvirlanadi. Natijada, nuqtaning koordinatalari quyidagicha yoziladi: $A(x, y, z)$.

Proyeksiya tekisliklariga nisbatan nuqtaning umumiy (A nuqtasi) yoki maxsus (B va C nuqtalari) joylashuvi mavjud bo'lishi mumkin (3.5-rasm).



3.5-rasm

Agar nuqta proyeksiya tekisligida joylashgan bo'lsa, uning ikkita proyeksiyasi proyeksiya o'qlarida joylashadi (masalan, B nuqtasi). Bunday nuqtaning bitta koordinatasi nolga teng bo'ladi. Agar nuqta bir vaqtda ikki proyeksiya tekisligiga tegishli bo'lsa (masalan, C nuqtasi), u proyeksiya o'qida joylashadi. Bu holda, uning ikkita proyeksiyasi birlashadi, uchinchi esa

koordinata boshlanish nuqtasi O bilan birlashadi. Natijada, uning ikkita koordinatasi nolga teng bo'ladi.

Agar nuqta uchta proyeksiya tekisligiga tegishli bo'lsa, u koordinata boshlanish nuqtasida joylashadi. Bu holatda, nuqta barcha koordinatalari bir vaqtning o'zida nolga teng bo'lib, fazoviy joylashuvi O nuqtasida bo'ladi.

Shunday qilib, chizmada bog'lanish chiziqlari kesmalarining uzunliklari proyeksiyalanayotgan nuqtaning proyeksiya tekisliklaridan masofasini aniqlaydi.

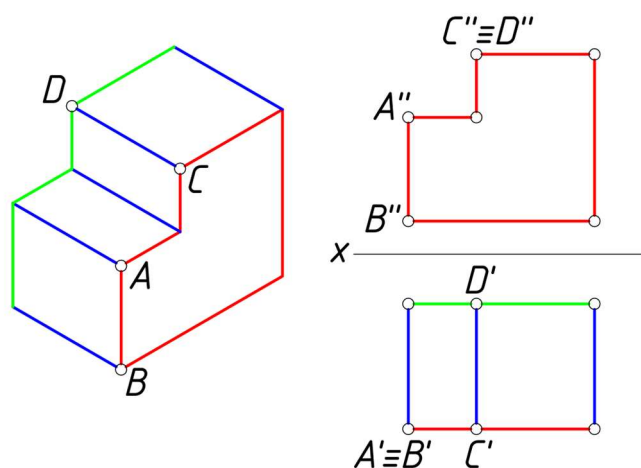
- $Ax A'$ kesmasi nuqtaning frontal proyeksiya tekisligidan qancha masofada joylashganini ko'rsatadi;

- $Ax A''$ kesmasi nuqtaning gorizontal proyeksiya tekisligidan masofasini (balandligini) aniqlaydi;

- $A'' Az$ kesmasi esa nuqtaning profil proyeksiya tekisligidan masofasini ko'rsatadi (3.4-rasm).

3.2. Ikki nuqtaning o'zaro pozitsiyalari. Chizmada ko'rinish shartlari

3.6-rasmda ko'rsatilgan model chizmada ba'zi nuqtalarning proyeksiyalari bir-biriga to'g'ri keladi, chunki ular bitta proyeksiya chizig'ida joylashgan. Masalan, gorizontal proyeksiyada A va B uchlarining tasvirlari bitta nuqtaga birlashadi, chunki ular bitta gorizontal proyeksiya chizig'ida joylashgan. Shuningdek, frontal proyeksiyada C va D uchlarining tasvirlari bitta nuqtaga birlashadi, chunki ular bitta frontal proyeksiya chizig'ida joylashgan. Bu holatlar, proyeksiya chiziqlarining joylashuvi va ularning bir-biri bilan aloqasi asosida nuqtalarning fazodagi joylashuvini to'g'ri aniqlashda ahamiyatga ega bo'ladi.



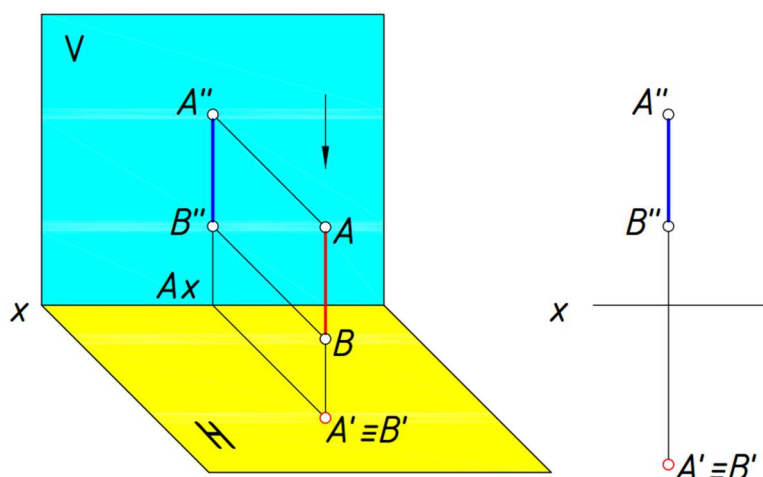
3.6-rasm

Bir joyda joylashgan nuqtalar raqobatlashuvchi nuqtalar deb ataladi. Misol uchun, A' va B' - gorizontal raqobatlashuvchi nuqtalar, C'' va D'' esa - frontal raqobatlashuvchi nuqtalar. Agar ikki nuqta bir joyda joylashgan bo'lsa, biri

ikkinchisini yopib qo'yadi. Ularning qaysi biri ko'rinadigan va qaysi biri ko'rinmas bo'lishini aniqlashda quyidagi qoidalar amal qiladi:

Agar ikki gorizontal raqobatlashuvchi nuqta gorizontal proyeksiya tekisligida joylashgan bo'lsa, ular orasida yuqoriroq joylashgan nuqta ko'rinadi. Bu holatni tahlil qilishda, nuqtalarning frontal proyeksiyalarining holatini ko'rib chiqamiz (3.7-rasm). Agar A nuqtasining z koordinatasi B nuqtasidan kattaroq bo'lsa, bu shuni anglatadiki, A nuqtasi B nuqtasidan yuqoriroq joylashgan.

Shunday qilib, A nuqtasi B nuqtasidan yuqoriroq joylashgan bo'lib, gorizontal proyeksiya tekisligiga proyeksiya qilinsa, A nuqtasi B nuqtasini yopib qo'yadi. Natijada, gorizontal tekislikda A' nuqtasi ko'rinadi, B' nuqtasi esa ko'rinmaydi. Frontal tekislikda esa ikkala nuqta ham ko'rinadi, chunki ular frontal proyeksiya tekisligida joylashgan.



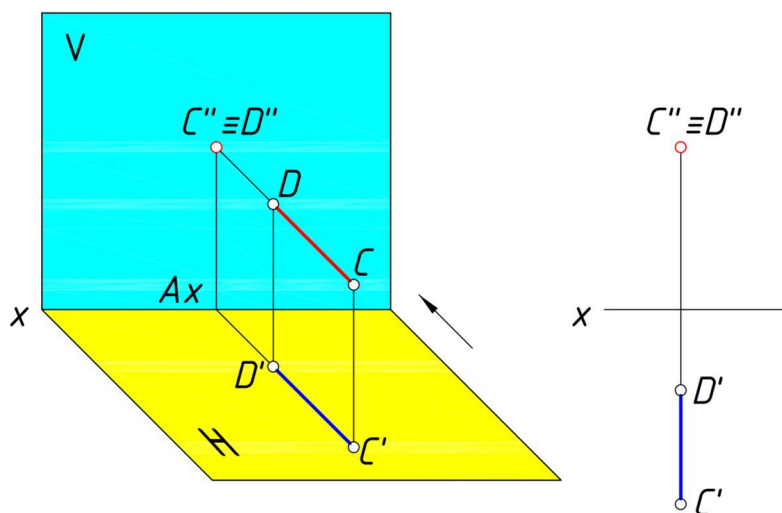
3.7-rasm

Frontal tekislikdagi ikkita frontal proyeksiyaga ega bo'lgan nuqtalar orasida kuzatuvchiga yaqinroq joylashgan nuqta ko'rinadi. Bunday holatlarni aniqlashda gorizontal proyeksiyalardan foydalanish mumkin. Masalan, D va C nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari taqqoslanadi. Agar frontal tekislikda C nuqta ko'rinsa va D nuqta yashirin bo'lsa, bu C nuqta kuzatuvchiga yaqinroq joylashganini anglatadi.

Profil proyeksiyasi tekisligida ikkita profil proyeksiyasi bilan raqobatlashadigan nuqtalar orasida chap tomonda joylashgan nuqta ko'rinadi. Shu asosda chizmada bir xil nomdagi nuqtalarning proyeksiyalari bir-biriga mos tushmasa yoki faqat bir juft proyeksiyalar mos kelsa, bunday nuqtalar fazoda bir-biriga to'g'ri kelmaydi. Aksincha, ular bir-biridan muayyan masofaga ajratilgan bo'ladi.

Shunday qilib, proyeksiyalarning joylashuvi va mosligi asosida fazodagi nuqtalar orasidagi o'zaro munosabatlarni aniqlash mumkin. Bunday tahlil

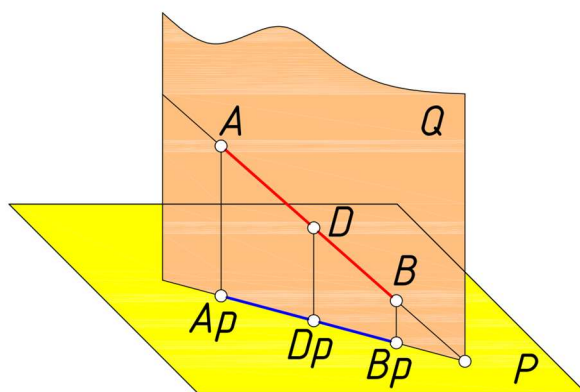
geometrik chizmalarni to'g'ri talqin qilish va fazoviy obyektlarni aniq tasvirlashda muhim ahamiyat kasb etadi.



3.8-rasm

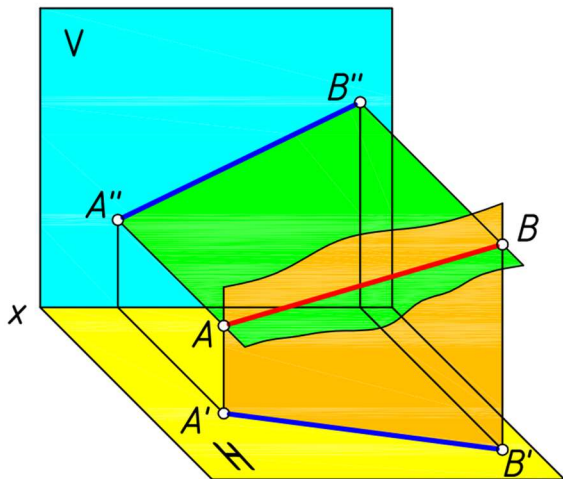
3.3. To'g'ri chiziq kesmasini chizish. Xususiyl holatdagi to'g'ri chiziqlar

3.9-rasmda AB chiziq kesmasi va uning P tekisligiga ortogonal proyeksiyasi ko'rsatilgan. Endi, AB kesmaning parallel proyeksiya xususiyatlariga asoslangan ortogonal proyeksiyasini ko'rib chiqaylik. A va B nuqtalaridan o'tgan proyeksiya chiziqlari AAp va BBp, proyeksiya tekisligini Q hosil qiladi. Q va P tekisliklarining kesishgan chizig'i, P tekisligida A va B nuqtalarining proyeksiyalari Ap va Bp orqali o'tadi. Ushbu chiziq yuqoridagi chiziqning yagona proyeksiyasi bo'ladi.

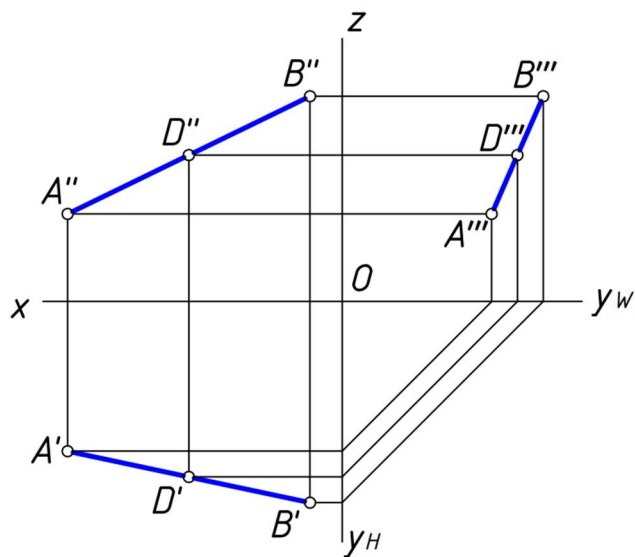


3.9-rasm

3.10-rasmda AB kesmaning ikki proyeksiya tekisligiga proyeksiyalanishi tasvirlangan. H va V tizimlarida proyeksiya qilish jarayoni tasvirlangan bo'lib, bu jarayon 3.11-rasmda chizma shaklida ifodalangan.



3.10-rasm



3.11-rasm

Agar nuqta chiziqqa tegishli bo'lsa, uning proyeksiyasi chiziq proyeksiyasiga tegishli bo'ladi. Masalan, 3.9-rasmda D nuqta AB to'g'ri chiziq kesmasiga tegishli, shuning uchun uning proyeksiyalari chiziq proyeksiyalariga tegishli bo'ladi (3.11-rasm).

Chiziqning proyeksiya tekisliklariga nisbatan turli xil holatlari bo'lishi mumkin:

1. Umumiy holatdagi chiziq

Hech bir proyeksiya tekisligiga parallel bo'lmagan chiziq.

Ushbu turdagi chiziqlar umumiy holatdagi chiziq deb ataladi.

3.9-rasmdan 3.11-rasmgacha bo'lgan rasmlarda umumiy holatdagi chiziqlar tasvirlangan.

1. Xususiy holatdagi chiziq

Proyeksiya tekisliklaridan biriga parallel bo'lgan chiziq.

Bu holda chiziq ushbu tekislikka ham tegishli bo'lishi mumkin.

Ikki proyeksiya tekisligiga parallel bo'lgan chiziq.

Bu holatda chiziq uchinchi tekislikka perpendikulyar bo'ladi.

Xususiy holatdagi chiziqlar 3.12-3.14 rasmlarda tasvirlangan va ular quyidagi tarzda tasniflanadi:

Proyeksiya tekisliklariga parallel bo'lgan chiziqlarning uch turi mavjud.

H tekisligiga parallel AB chiziq

H tekisligiga parallel to'g'ri chiziq "gorizontal chiziq" deyiladi (3.12-rasm).

To'g'ri chiziqning frontal $A'' B''$ proyeksiyasi Ox o'qi bilan parallel;

profil proyeksiyasi $A''' B'''$ chizig'i Oy_w o'qi bilan parallel;

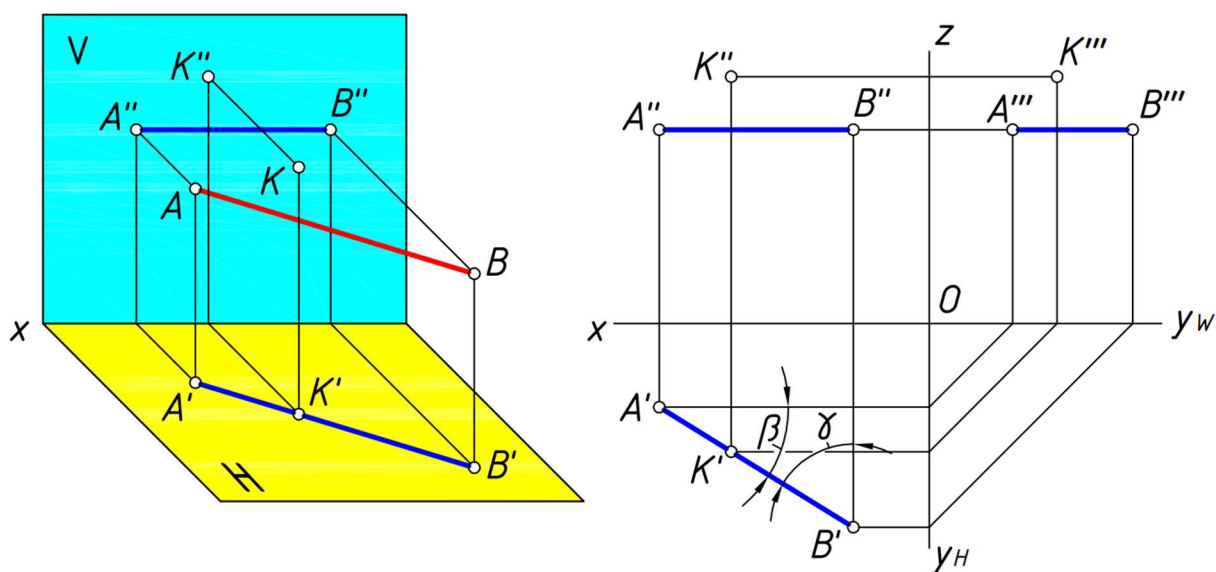
gorizontaliy proyeksiyasining uzunligi kesmaning o'z uzunligiga teng ($A'B' = AB$);

gorizontal proyeksiya va x o'qi proyeksiyasi o'rtasidagi β burchak, chiziqning oldingi proyeksiya tekisligiga nisbatan egri burchak bilan teng;

gorizontal proyeksiya va y o'qi proyeksiyasi o'rtasidagi γ burchak, chiziqning profil proyeksiyasi tekisligiga nisbatan egri burchak bilan teng.

Formular:

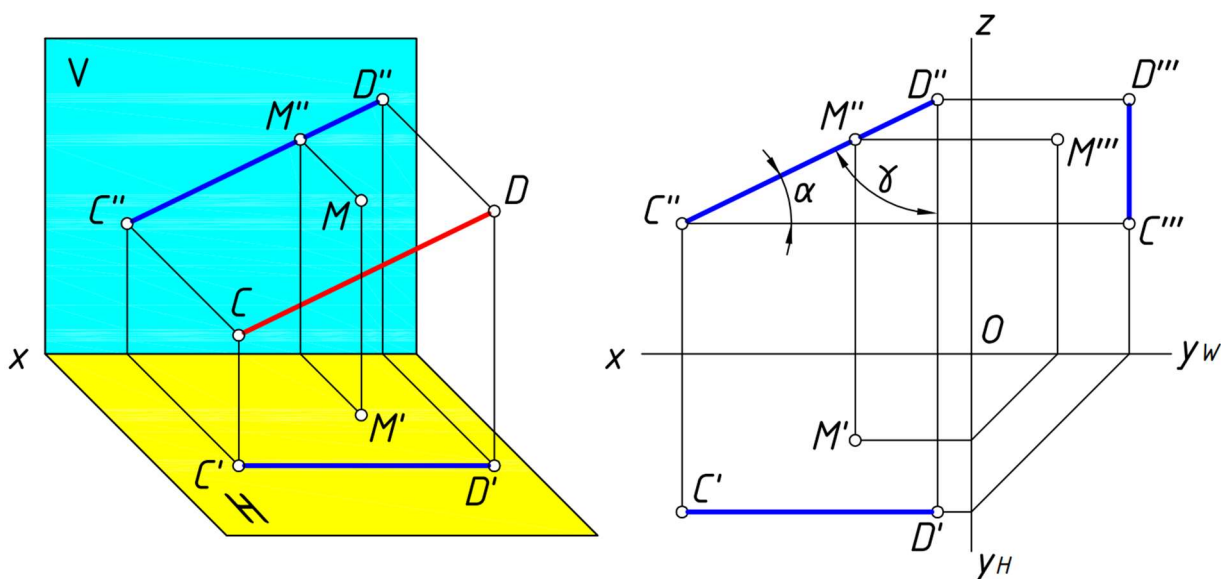
- $|A'B'| = |AB|$; - $(A''B'') \parallel (Ox)$; - $(A'''B''') \parallel (Oy_w)$;
- $(AB \wedge V) = (AB \wedge Ox) = \beta$; - $(AB \wedge W) = (AB \wedge Oy_H) = \gamma$.



3.12-rasm

V tekisligiga parallel CD chiziq

V tekisligiga parallel CD to'g'ri chiziq "frontal chiziq" deyiladi (3.13-rasm).



3.13- rasm

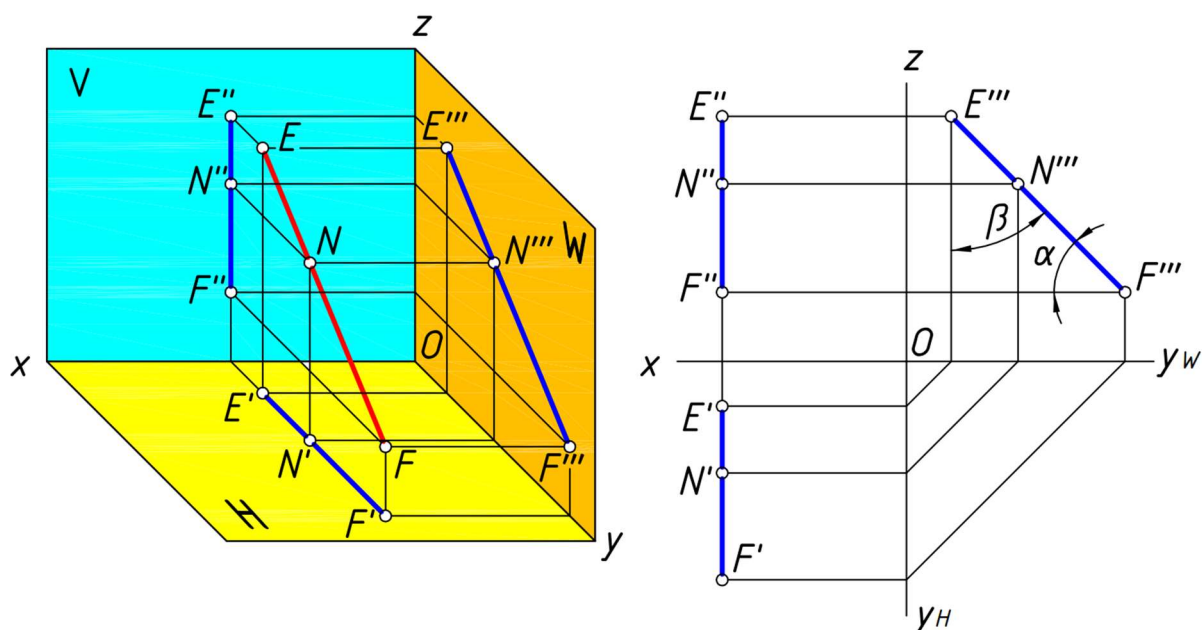
Chiziqning gorizontaal proyeksiyasi $C'D'$ x o'qi bilan parallel bo'ladi;
 profil proyeksiyasi $C''D''$ z o'qi bilan parallel bo'ladi;
 frontal proyeksiyaning uzunligi kesmaning o'z uzunligiga teng: $C''D'' = CD$;
 frontal proyeksiya va x proyeksiya o'qi o'rtasida hosil bo'lgan α burchak,
 chiziqning gorizontaal proyeksiya tekisligiga nisbatan egilish burchagiga teng;
 frontal proyeksiya va z o'qi orasidagi burchak γ , chiziqning profil
 proyeksiya tekisligiga nisbatan egilish burchagiga teng.

Formulalar:

- $|C''D''| = |CD|$; - $(C'D') \parallel (Ox)$; - $(C''D'') \parallel (Oz)$;
- $(CD \wedge H) = (C'D' \wedge Ox) = \alpha$; - $(CD \wedge W) = (C''D'' \wedge Oz) = \gamma$.

W tekisligiga parallel EF chiziq

W tekisligiga parallel EF to'g'ri chiziq "profil chiziq" deyiladi (3.14-rasm).
 gorizontaal proyeksiyasi $E'F'$ y_H o'qi bilan parallel bo'ladi;
 $E''F''$ kesmaning frontal proyeksiyasi z o'qi bilan parallel bo'ladi;
 kesmaning profil proyeksiyasi uzunligi kesmaning o'z uzunligiga teng:
 $E'''F''' = EF$;
 profil proyeksiya $E'''F'''$ va y_W va z o'qlari orasidagi burchaklar α va β ,
 chiziqning gorizontaal va frontal proyeksiya tekisliklariga nisbatan egilish
 burchaklariga teng bo'ladi.



3.14- rasm.

- $|E'''F'''| = |EF|$; - $(E'F') \parallel (Oy_W)$; - $(E'F') \parallel (Oz)$;
- $(EF \wedge H) = (E'''F''' \wedge Oy_W) = \alpha$; - $(EF \wedge V) = (E'''F''' \wedge Oz) = \beta$.

Demak, har bir proyeksiya tekisligiga parallel bo'lgan chiziqlar o'sha tekislikka haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi. Ushbu chiziq va boshqa ikki

proyeksiya tekisliklari orasidagi burchaklar ham yuqoridagi tekislikka haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.

3.15-rasmda proyeksiya tekisliklariga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqlar tasvirlangan. Ushbu chiziqlar "proyeksiyalovchi chiziqlar" deb ataladi.

Bunday chiziqlarning uch turi mavjud.

H tekislikka perpendikulyar AB to'g'ri chiziq

H tekislikka perpendikulyar AB chiziq gorizontal-proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq hisoblanadi. Uning frontal proyeksiyasi ($A'' B''$) proyeksiya o'qi x ga nisbatan perpendikulyar, profil proyeksiyasi ($A''' B'''$) esa proyeksiya o'qi y_w ga nisbatan perpendikulyar yo'nalishda joylashadi. Mazkur chiziqning proyeksiyalari orqali olingan (A' va B') nuqtalar ustma-ust tushadi (3.15 -rasm, a).

$$(AB) \perp H; (AB) \parallel V; (AB) \parallel W;$$
$$|A'' B''| = |A''' B'''| = |AB|; (A'' B'') \perp (Ox); (A''' B''') \perp (Oy_w).$$

V tekislikka perpendikulyar CD to'g'ri chiziq

V tekislikka perpendikulyar CD chiziq frontal-proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq hisoblanadi. Uning gorizontal proyeksiyasi ($C' D'$) proyeksiya o'qi x ga nisbatan perpendikulyar, profil proyeksiyasi ($C''' D'''$) esa proyeksiya o'qi z ga nisbatan perpendikulyar yo'nalishda joylashadi. Mazkur chiziqning proyeksiyalari orqali olingan (C'' va D'') nuqtalar ustma-ust tushadi (3.16- rasm, b).

$$(CD) \perp V; (CD) \parallel H; (CD) \parallel W;$$
$$|C' D'| = |C''' D'''| = |CD|; (C' D') \perp (Ox); (C''' D''') \perp (Oz).$$

W tekislikka perpendikulyar EF to'g'ri chiziq

W tekislikka perpendikulyar EF chiziq profil-proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq hisoblanadi. Uning gorizontal proyeksiyasi ($E' F'$) proyeksiya o'qi y_H ga nisbatan perpendikulyar, frontal proyeksiyasi ($E'' F''$) esa proyeksiya o'qi z ga nisbatan perpendikulyar yo'nalishda joylashadi. Mazkur chiziqning proyeksiyalari orqali olingan (C''' va D''') nuqtalar ustma-ust tushadi (3.16- rasm, c).

$$(E' F') \perp W; (E' F') \parallel H; (E' F') \parallel V;$$
$$|E' F'| = |E'' F''| = |EF|; (E'' F'') \perp (Oy_H); (E'' F'') \perp (Oz)..$$

Chizma shuni isbotlaydiki, proyeksiyalovchi chiziq ham xususiy chiziq hisoblanadi, chunki u bir vaqtda boshqa ikkita proyeksiyalovchi tekisliklarga parallel.