

Trabajo Práctico Especial

Teoría de la Información

Parte 1

Alumnos:

-Carbajo, Ezequiel:

LU: 248536

email: *eze-carbajo@hotmail.com*

- Gatica, Elias:

LU: 248480

email: *elias_g2009@hotmail.com*

Resumen

Durante la cursada 2019 de Teoría de la Información, los alumnos debimos realizar un programa capaz de recibir una imagen en formato bitmap de manera de analizarla por bloques y calcular el valor de ciertos conceptos aprendidos en la cátedra.

El objetivo del programa es ser capaz de recibir cualquier imagen en formato .bmp cuyo ancho y alto sean múltiplo de 500, de manera de calcular de forma computacional los conceptos siguientes de cada bloque:

- Entropía
- Histograma
- Matriz de transición de grises
- Media
- Desvío estándar

Introducción

El siguiente informe brinda un análisis del trabajo realizado por los alumnos Ezequiel Carbajo y Elias Gatica durante la cursada ilustrada en el resumen.

Se dispondrá a explicar de forma abstracta los algoritmos utilizados para llegar a cada resultado buscado, y el análisis de estos individualmente y en conjunto, empleando recursos como gráficos en caso de ser necesario.

Desarrollo

El programa diseñado permite recibir una imagen en formato .bmp de ancho y alto múltiplos de 500. Será tratada como una imagen en escala de grises y transformada en una matriz de colores para la creación de bloques que trabajaran con un fragmento de la misma.

Los objetos bloques almacenarán su id, la ubicación de las esquinas, de manera de saber que área de la imagen les corresponde; la matriz de transición, la matriz acumulada, el vector estacionario, el histograma, la entropía con y sin memoria, la media y el desvío estándar de ese fragmento.

0	3	6
1	4	7
2	5	8

Imagen ilustrativa de cómo se determina el id de cada bloque

Calcular Matriz de Transición:

- Recorrer la imagen, sumando éxitos en las casillas correspondientes de la matriz de transición (ejemplo: si se pasó de un gris 200 a un gris 250, se le sumará 1 al casillero (250,200) de la matriz).
- Normalizar las columnas de la matriz de manera que la suma de los valores de cada columna (en caso de no ser todos 0) de 1.

Calcular Vector Estacionario:

- Recorrer la imagen, sumando éxitos en las casillas correspondientes del vector (ejemplo: si se encuentra un píxel gris de valor 100, se le sumará 1 al valor de la casilla 100 del vector).
- Normalizar el vector, de manera que la suma de todos sus valores de 1.

Cálculo de histograma¹:

- Es una representación gráfica del vector estacionario, muestra la relación entre los niveles de grises y su probabilidad de aparición en un bloque dado.
- Siendo el vector estacionario un set de datos, el eje x “niveles de grises” y el eje y “probabilidades”, la librería jfreechart provee las herramientas necesarias para la creación del histograma dados los parámetros anteriores.

Calcular Entropía sin Memoria:

Para calcular la entropía sin memoria, se pretende cumplir con la siguiente ecuación:

$$H = - \sum_{i=0}^n p_i \times \log_2(p_i)$$

siendo n la cantidad de posibles símbolos (256 en este caso), y p_i la probabilidad del símbolo i .

Calcular Entropía con Memoria:

Para calcular la entropía condicional con memoria, se pretende cumplir con la siguiente ecuación:

$$H = \sum_{col=1}^n \left(- \sum_{fila=1}^n (mt[fila][col] \times \log_2(mt[fila][col])) * ve[col] \right)$$

siendo ve el vector estacionario y mt la matriz de transición.

Empleando el uso de la matriz de transición y del vector estacionario de cada bloque en lugar de la imagen, se calculó la media y el desvío estándar.

Calcular Media:

Para el cálculo de la media se optó por extraer múltiples símbolos que sumarán éxitos de aparición de cada color correspondiente. La media se recalcula en cada extracción y se compara con la anterior. En cuanto surja una convergencia aceptable entre la media actual y la anterior, podremos asegurar que se encontró la media del bloque. Para la extracción del primer símbolo se utiliza la acumulada del vector estacionario, y a partir del último símbolo extraído se extrae el siguiente usando la matriz de transición acumulada.

Formalmente, el algoritmo busca los datos necesarios para realizar la siguiente ecuación las veces que sea necesaria para que su resultado no varíe significativamente con el ingreso de un nuevo símbolo:

$$\langle S(t) \rangle = \sum_{i=1}^n s_i \times P(s_i)$$

Calcular Desvío Estándar:

Al igual que con la media, se optó por darle uso al vector estacionario y la matriz de transición, en lugar de a la imagen en sí, para ir extrayendo nuevos símbolos con los que realizar los cálculos.

Para extraer el primer símbolo se empleó la acumulada del vector estacionario, y para obtener los siguientes a partir del último extraído se usó la matriz de transición acumulada.

Utilizando el valor ya calculado de la media, se recalculó por cada extracción el valor del desvío estándar, buscando que converja, usando la siguiente ecuación:

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (s_i - \langle S(t) \rangle)^2}{n}}$$

¹ La implementación del histograma se realizó mediante el uso de la librería JFreeChart (no incluida en el .zip de la entrega ya que cuenta con un peso que supera los límites permitidos del trabajo)

Resultados

Analizando los resultados de entropías con memoria de los bloques de la imagen se puede detectar que, si bien dan valores distintos, no poseen una diferencia relevantemente “grande”. Por ejemplo el bloque 4, siendo de 3.407859, tiene una diferencia menor a 1 con el bloque 9, con una entropía con memoria de 3.915264. Esto puede deberse a que solo se trabaja con valores de grises y no con colores, por lo que la cantidad de preguntas binarias necesarias para identificar el tono de gris son menos en comparación a las que se necesitan en una imagen a color.

Una observación interesante que se pudo rescatar sobre la relación entre ambas entropías calculadas es que una vez ordenados los bloques por entropía con memoria de menor a mayor, las entropías sin memoria no necesariamente estaban ordenadas por el mismo criterio. Hubo casos en los que un bloque con una entropía con memoria menor a otro, posee una entropía sin memoria mayor que el segundo.

Relacionado a lo gráfico, se pudo observar que los histogramas pertenecientes a bloques con menor entropía presentaban un rango menor de escalas de grises, y los de mayor entropía un rango mayor. Esto coincide con lo esperado, ya que si la entropía es menor, la cantidad de preguntas necesarias para identificar un gris va a ser menor, mientras que si la entropía es más alta, la cantidad de preguntas va a ser mayor.

El cálculo de muchos datos de los bloques, como la media y el desvío estándar, ya se pueden intuir visualmente gracias a los histogramas. Por ejemplo, viendo el histograma de la mayoría de los bloques, no es de sorprender que sus valores de media rondan por el valor 200, siendo que suele ser el punto donde la probabilidad hace pico. La sincronía entre los datos y su representación visual ayudó mucho en la confianza de los resultados obtenidos.

Los resultados obtenidos fueron guardados en archivos cuyos nombres corresponden al inciso que resuelven.

Conclusiones

El valor de la entropía mejora cuando mayor es el conocimiento que tenemos sobre los símbolos. Por este motivo la entropía con memoria es siempre menor que la entropía sin memoria, compensando el esfuerzo que requiere conseguir cada una.

El análisis del histograma permite predecir con cierta aproximación varios datos a calcular, por ejemplo que los símbolos con probabilidades más cercanas al punto pico del diagrama son buenos candidatos a representar la media del bloque; y cuanto más empinada es la concentración de los datos mayor será el desvío estándar.