

Operaciones con Datos.

Álgebra Relacional

Autor: Alfonso Palomares
Corregido Por: Hernán Jalil y
Sebastián Deuteris.



Operaciones con los datos - AR by Alfonso Palomares is licensed under a [Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/).

4. Álgebra Relacional

4.1. Origen del Álgebra Relacional

El álgebra relacional nace para nutrir de operaciones posibles al conjunto de relaciones que tiene un Diagrama Relacional. Este conjunto de operaciones parten del álgebra de conjuntos como base, agregando un set de operaciones extras que permiten contemplar todos las intervenciones posibles entre conjuntos de tuplas. Recorreremos tanto las operaciones de conjuntos como aquellas propias y exclusivas del álgebra Relacional, permitiendo una imagen visual de como aplica cada una, como también una mirada con tuplas mínimas para entender que sucede a nivel datos concretos.

4.2. Operadores del Álgebra de Conjuntos

4.2.1. Introducción

Como punto de partida del álgebra, como ya dijimos, surge el álgebra de conjuntos. Esta aporta un set de operadores que nos ayudarán a completar diversas operaciones. Permittiéndonos interactuar con los conjuntos de elementos.

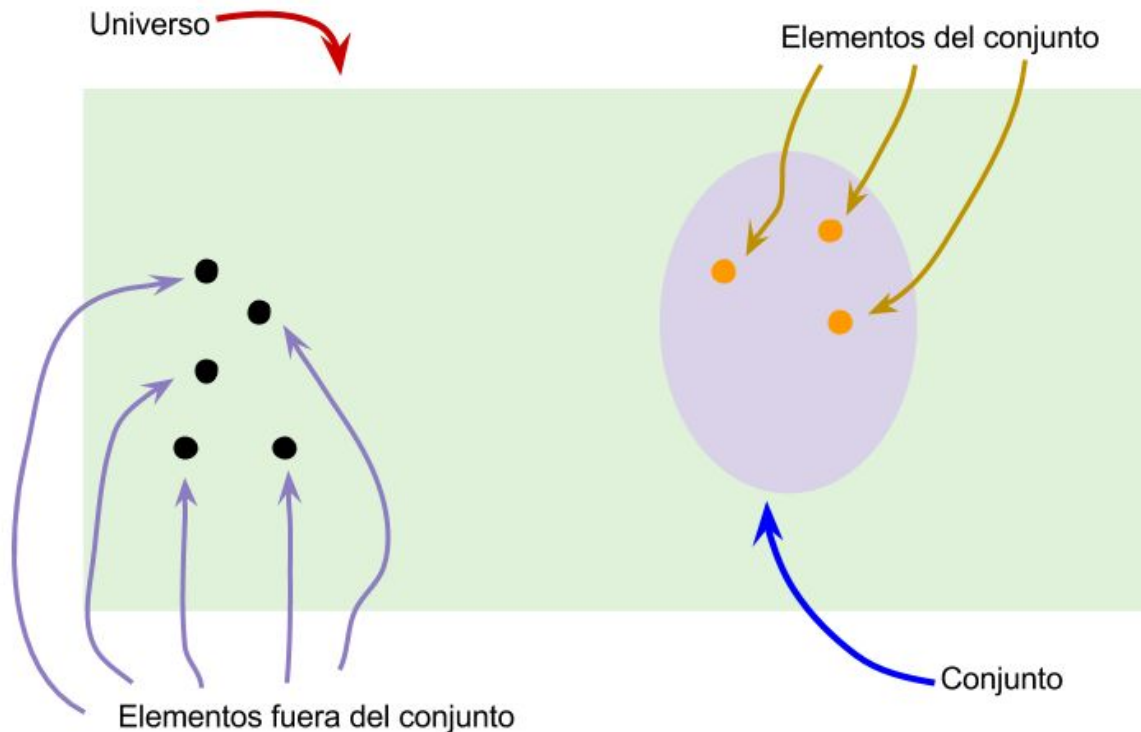
4.2.2. Diagramas de Venn

Los diagramas de Venn son dibujos utilizados en la teoría de conjuntos para graficar colecciones de objetos y algunos de sus elementos contenidos.

Venn concibió a estas colecciones como un círculo, y los elementos como puntos dentro o fuera del círculo, para indicar si están contenidos o no en el conjunto.

Por último, incluyó un último concepto que llamó **universo**. Este universo sirve para mostrar los límites del problema planteado.

Para lo que concierne al álgebra relacional, tomaremos a cada conjunto como una relación, compuesta por una cantidad determinada de atributos. Cada elemento del conjunto, será una tupla, fila o registro de la relación, que tendrá valores determinados en cada uno de los atributos.



4.2.3. Unión compatible

Se llama unión compatible cuando dos conjuntos R y S dados tienen la misma cantidad de atributos y dichos atributos son del mismo tipo.

Podemos definir a la cantidad de atributos de un conjunto como el **Grado** del conjunto. Es decir, si una relación tiene un atributo, es de grado 1. Si tiene diez elementos, es de grado 10.

Por otro lado, los tipos de los atributos se definen como **Dominio**. Por ejemplo si tenemos un atributo que admite enteros, el Dominio será el de los números enteros.

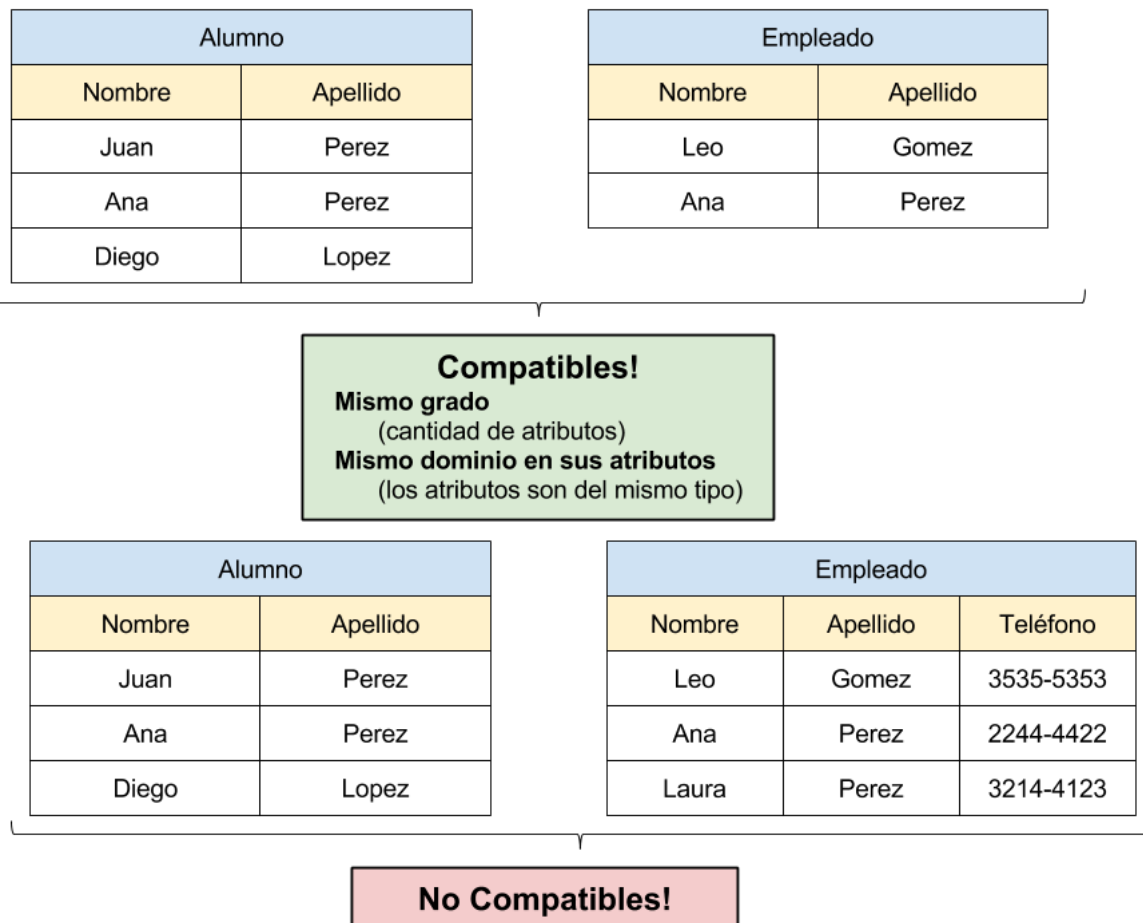
Respecto de la unión, formalmente debemos decir que dos conjuntos o relaciones son compatibles cuando son del mismo grado y sus elementos respectivos tienen el mismo dominio.

Por ejemplo, si R tiene por atributos a M y N, mientras que S tiene por atributos a F, G y H, formando las relaciones R(MN) S (FGH) no son compatibles por tener S tres atributos mientras que R tiene solo dos.

Ahora, veamos un segundo caso.

La relación Persona tiene por atributos Nombre y Teléfono mientras que la relación Empleado tiene como atributos Apellido y Edad. En este caso como contamos con la misma cantidad de atributos en cada relación nos resta saber si son del mismo tipo. Para probar esto tenemos que comparar el primer elemento de la primera relación con el primero de la segunda, es decir, Nombre y Apellido. Estos dos atributos contendrán información

alfanumérica. Al ser del mismo tipo continuamos evaluando el resto de los atributos.. En la siguiente comparación tomamos Teléfono y Edad. Ambos contendrán información numérica. Al ser todos los atributos del mismo tipo y haber finalizado la comprobación, en este segundo caso hemos encontrado dos conjuntos compatibles, donde también se los puede definir como conjuntos unión compatible.

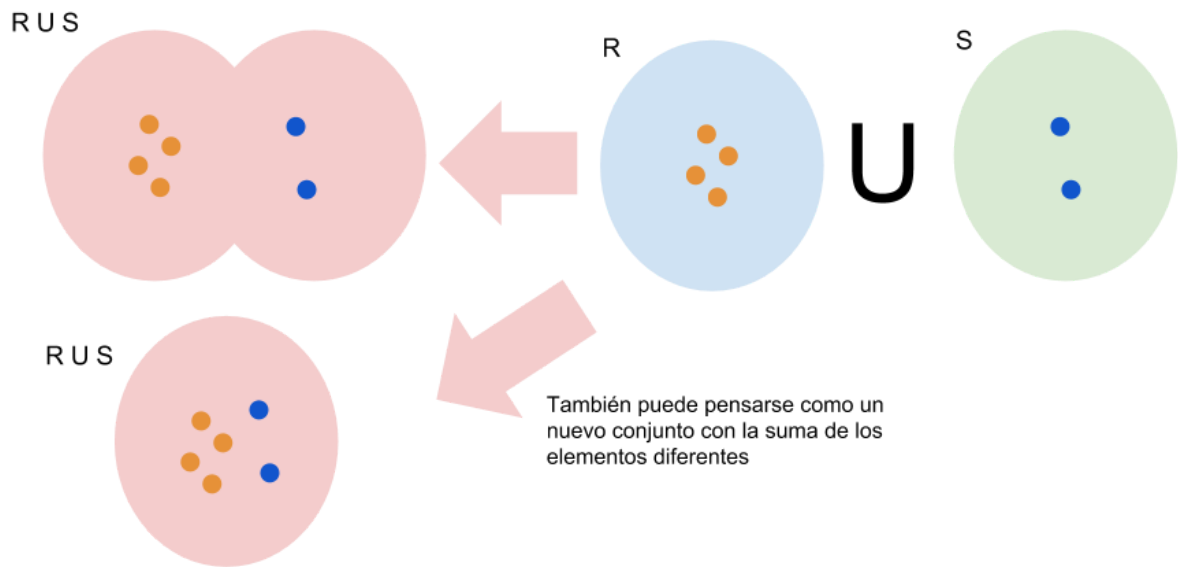


4.2.4. Unión

La operación unión se puede realizar entre dos conjuntos que respeten la “unión compatible” entre sí. Unir dos conjuntos implica obtener un nuevo conjunto resultante, con misma cantidad de columnas, conteniendo todas las tuplas del primer conjunto más todas las tuplas del segundo y quitando las que se encuentren repetidas. Recordemos que dentro de este resultado no se respetará orden alguno ya que el resultado también es un conjunto. A modo de clarificar, podríamos decir que una unión es simplemente apilar las tuplas de una relación sobre las tuplas de una segunda relación sin repetirlas.

Es importante destacar que esta operación es conmutativa. Sin importar el orden de los conjuntos a utilizar en la operación el resultado siempre es el mismo.

El operador de Unión se define como U.



Alumno	
Nombre	Apellido
Juan	Perez
Ana	Perez
Diego	Lopez

Empleado	
Nombre	Apellido
Leo	Gomez
Ana	Perez

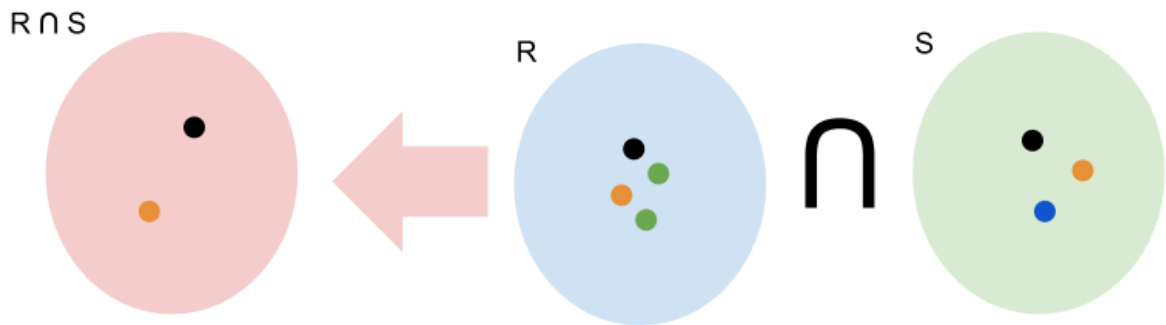
Alumno \cup Empleado	
Nombre	Apellido
Juan	Perez
Ana	Perez
Diego	Lopez
Leo	Gomez

Se eliminan los repetidos!

4.2.5. Intersección

Entre dos conjuntos que cumplan con “unión compatible” se puede aplicar la operación de intersección, obteniendo un conjunto compuesto por las tuplas que se encuentren en ambas partes. Puede ocurrir que ninguna tupla esté en ambos conjuntos, en tal caso el resultado será un conjunto vacío.

Por definición, el conjunto resultante tendrá por nombres de atributos a aquellos que se definan en el primer conjunto dado. La intersección es una operación conmutativa y el operador a utilizar es \cap .



Alumno	
Nombre	Apellido
Juan	Perez
Ana	Perez
Diego	Lopez

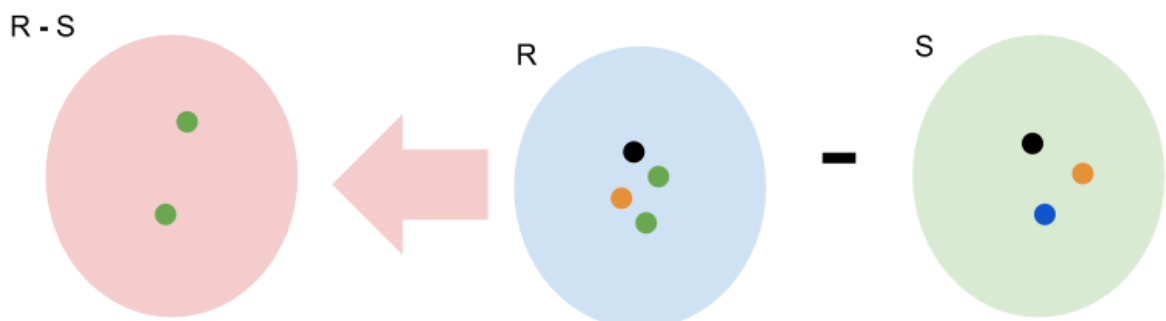
Empleado	
Nombre	Apellido
Leo	Gomez
Ana	Perez

Alumno \cap Empleado	
Nombre	Apellido
Ana	Perez

Solo se mantienen aquellas tuplas que son iguales en todos sus atributos

4.2.6. Diferencia

La diferencia entre dos conjuntos genera una nueva relación que contiene solamente los elementos pertenecientes al primer conjunto que no se encuentran en el segundo. Esta operación es anticonmutativa, a saber, si los conjuntos se cambian de posición no obtendremos el mismo resultado. Si tenemos el conjunto A { blanco, negro, azul } y el conjunto B { blanco, rojo, verde } y la operación es A - B, el resultado será { negro, azul }, mientras que si la operación es B - A, el resultado obtenido es { rojo, verde }. Como se puede observar, el operador a utilizar es -.



Alumno		Empleado	
Nombre	Apellido	Nombre	Apellido
Juan	Perez	Leo	Gomez
Ana	Perez	Ana	Perez
Diego	Lopez		

Alumno - Empleado	
Nombre	Apellido
Juan	Perez
Diego	Lopez

Solo se mantienen aquellas tuplas que no se encuentran en Empleado

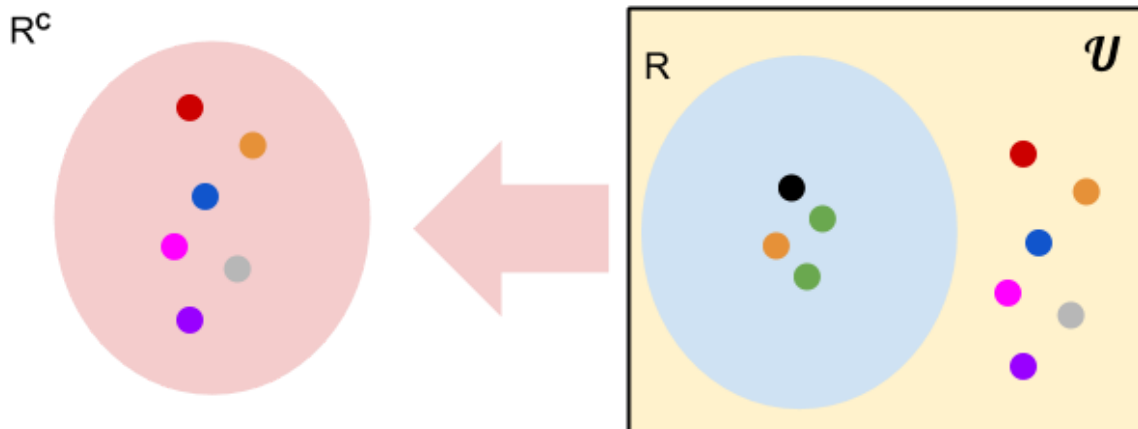
4.2.7. Complemento

El complemento en álgebra de conjuntos es un operador unario, es decir, solo es necesaria una única colección de elementos para realizarse la operación.

Para el complemento se requiere tener definido un universo de aplicación. Por ejemplo si definimos al *Universo* (\mathcal{U}) como todos los colores de un arcoíris { rojo, naranja, amarillo, verde, cian, azul, violeta } y un conjunto A que contenga los colores { rojo, naranja }, el complemento de A serán todos aquellos colores que estén incluidos en el Universo menos los incluidos en el conjunto. Por tanto el complemento de A será { amarillo, verde, cian, azul, violeta }. La forma de identificar esta operación es con una letra "c" como superíndice del conjunto. A^c .

Es muy difícil generar complementos dentro del álgebra relacional ya que puede ocurrir que el *Universo* con el que nos encontremos tenga valores infinitos o tuplas con infinitas combinaciones.

Más simple es pensarlo cuando se tienen datos precisos sobre las combinaciones posibles que podría tener un conjunto en particular de una relación. Luego considerar las que efectivamente tiene el conjunto a evaluar. Entonces el complemento estará compuesto por aquellas tuplas que podrían estar en la relación pero no se encuentran en ella.



Empleado	
Legajo	Apellido
1	Perez
2	Perez
3	Lopez

Empresa	
Código	Nombre
A	Ford
B	Chevrolet

Trabaja En	
Legajo Empleado	Código Empresa
1	A
2	B

Trabaja En ^c	
Legajo Empleado	Código Empresa
1	B
2	A
3	B
3	A

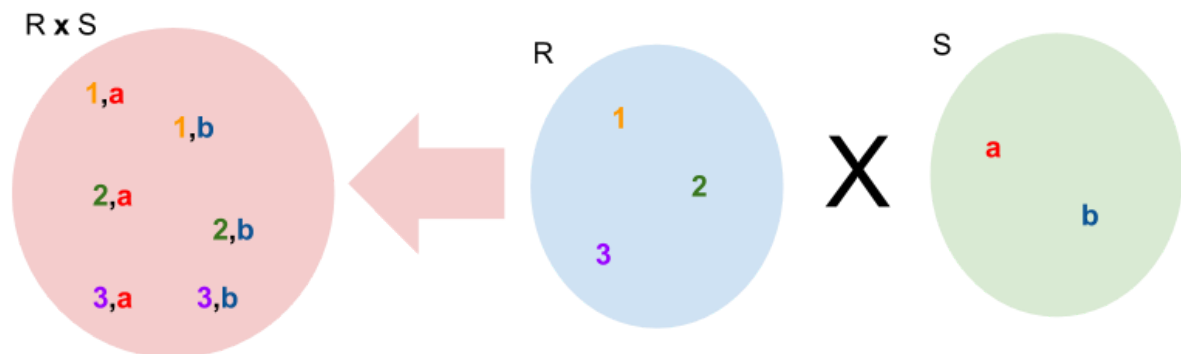
El complemento de “trabaja en” son todas las combinaciones posibles que pueden existir en ese dominio que no fueron incluidas en “trabaja en”.

4.2.8. Producto cartesiano

El producto cartesiano es una operación entre dos conjuntos que produce una nueva colección que contiene todas las combinaciones posibles que surgen de asociar cada uno de los elementos del primer conjunto con todos los elementos del segundo conjunto.

Esta operación es conmutativa, permitiendo que por más que se altere el orden en que se tomen los conjuntos no se altere el resultado. El operador a usar es **X**.

Entonces, si tenemos un conjunto con 2 elementos y un segundo conjunto con 3, el resultado estará compuesto por 6 elementos, resultando de combinar los dos elementos del primer conjunto con los tres del segundo.



Empleado	
Legajo	Apellido
1	Perez
2	Perez
3	Lopez

Empresa	
Código	Nombre
A	Ford
B	Chevrolet

Empleado X Empresa	
Legajo Empleado	Código Empresa
1	A
1	B
2	A
2	B
3	A
3	B

El producto arma una relación que combina todos contra todos.

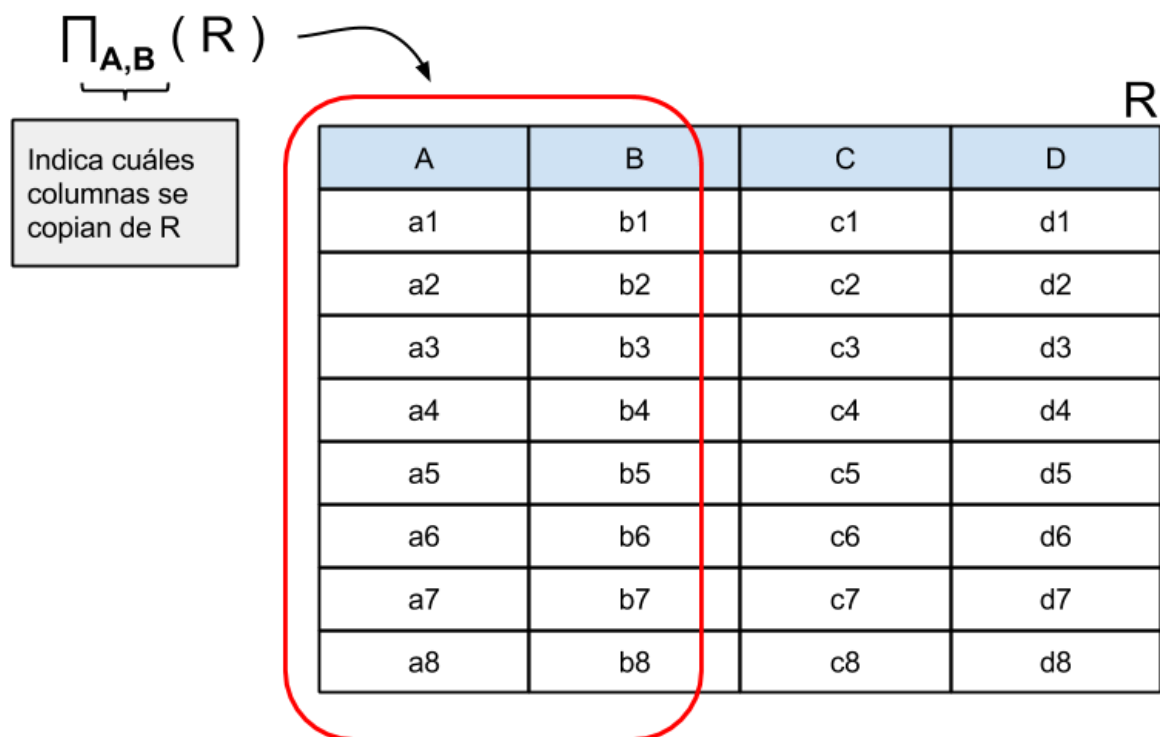
4.3. Operadores del Álgebra Relacional

Como ya hemos dicho, el álgebra relacional surge de la necesidad de extender las operaciones del álgebra de conjuntos para poder realizar otras operaciones con las tuplas que se obtienen de relaciones de datos.

4.3.1. Proyección

La operación de *proyección* sirve para generar una nueva relación con un subconjunto de atributos respecto de una relación original. Es decir, si tenemos una relación R con los atributos A, B y C, podemos utilizar una proyección para obtener una nueva relación con uno o dos atributos de los tres que tenía R originalmente. Cabe señalar que a la relación R no se le realiza ninguna modificación, solo se genera un nuevo conjunto.

La operación proyección es unaria dado que se aplica a sólo una relación. El símbolo a utilizar es la letra griega pi Π . Se tiene que pensar que la nueva relación es una copia de la relación original con reducción a nivel atributos, no de tuplas.



Π_{apellido} (Empleado)
Apellido
Perez
Lopez

Al proyectar, me quedo con las columnas indicadas y si hay repetidos se eliminan

Empleado	
Legajo	Apellido
1	Perez
2	Perez
3	Lopez

4.3.2. Selección

La selección es una operación que realiza una reducción a nivel de tuplas evaluando su contenido. A través de una condición se evalúan las tuplas y se genera una nueva relación con el resultado de tamizar las tuplas de la relación original por la condición. Aquellas que cumplan con el filtro definido se incluirán en el resultado, caso contrario serán descartadas. En esta operación el conjunto resultante tendrá la misma cantidad de columnas que la relación original, pudiendo tener desde ninguna tupla hasta la misma cantidad que la relación inicial. Si tenemos una relación R con atributos A, B y C el operador de selección actuará sobre uno o más atributos evaluando su contenido. Por ejemplo que en A se tenga un uno, "A = 1" o C = "blanco".

La selección es un operador unario y se escribe con la letra sigma minúscula σ .

$\sigma_{\substack{A > 3 \wedge \\ B = 4}}(R)$

Indica cual es la condición para obtener un nuevo conjunto

Recordar!
Si la condición no aplica para ninguna tupla, el resultado es vacío.

R			
A	B	C	D
1	b1	c1	d1
2	b2	c2	d2
3	b3	c3	d3
4	4	c4	d4
5	4	c5	d5
6	b6	c6	d6
7	b7	c7	d7
8	b8	c8	d8

Según sea la condición, tendremos un conjunto distinto de resultado

Empleado		
Legajo	Apellido	Sector
1	Perez	Administración
2	Perez	Cobranzas
3	Lopez	Tesorería

$\sigma_{\text{apellido} = \text{"Perez"}} (\text{Empleado})$		
Legajo	Apellido	Sector
1	Perez	Administración
2	Perez	Cobranzas

$\sigma_{\text{sector} = \text{"Administración"}} (\text{Empleado})$		
Legajo	Apellido	Sector
1	Perez	Administración

$\sigma_{\text{sector} = \text{"Sistemas"}} (\text{Empleado})$		
Legajo	Apellido	Sector

4.3.3. Asignación

La asignación es el operador que nos sirve para asignar una Relación en otra nueva. Esto permite poder utilizar esta nueva relación en un segundo cálculo y operación. Este operador se define como una flecha de derecha a izquierda \leftarrow .

Si tenemos la relación R(ABC) y queremos realizarle una copia, la operación a realizar es la asignación.

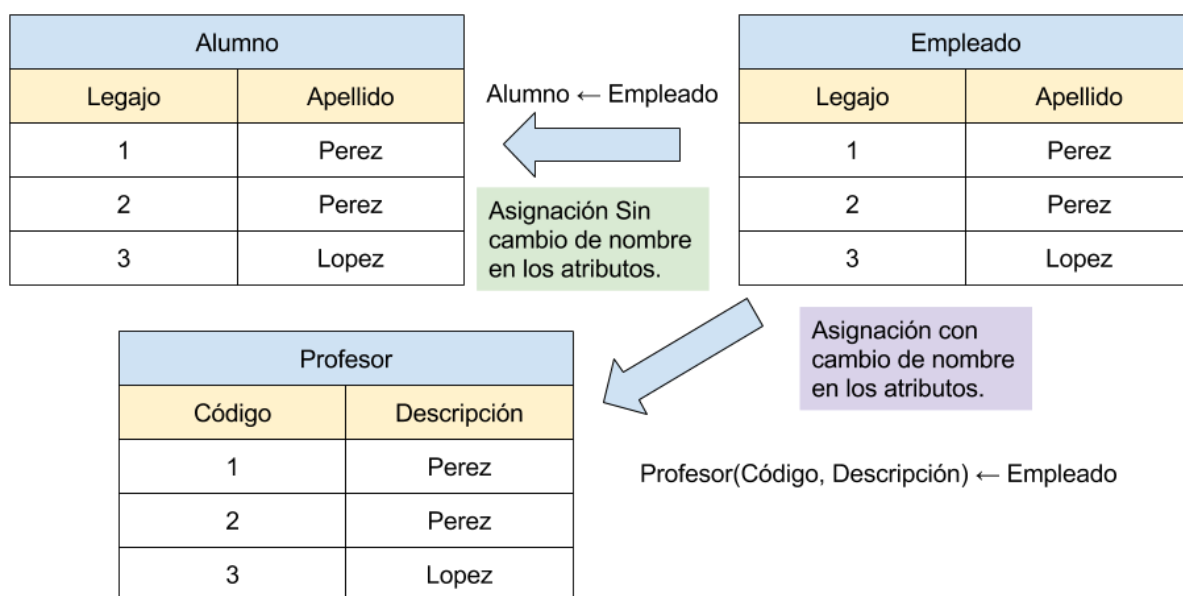
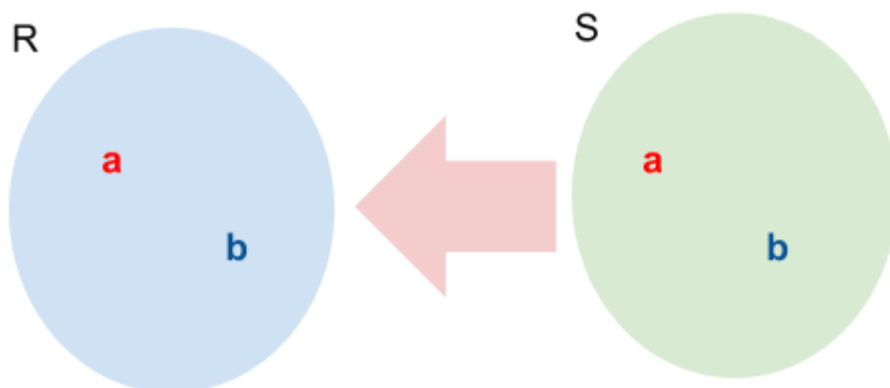
$$S \leftarrow R(abc)$$

Si quisiéramos realizar una copia de R pero alterando los nombres de los atributos, la asignación debería ser

$$S(mno) \leftarrow R(abc)$$

Logrando así una nueva relación con nuevos atributos pero con igual contenido que en R. También podemos aplicar una asignación luego de la aplicación de otra operación. Por ejemplo

$$S \leftarrow \Pi_{a,b}(R)$$



4.3.4. Juntas o Reuniones

El operador de junta debe pensarse, en todas sus aplicaciones, como la asociación de dos relaciones (de forma similar a la que se genera en el producto cartesiano) más una condición, que aplicará para saber cuáles de las tuplas generadas en la reunión serán las válidas a incluir en el conjunto resultante.

Cabe señalar que al aplicarse una junta, siempre se eliminarán las columnas que tengan nombre repetido cuando la condición a aplicar sea por igual.

4.3.4.1. Junta Natural

La junta natural, de la misma forma que el resto de juntas, reúne dos relaciones R y S aplicando una condición implícita, la cual se formula como la igualdad entre los atributos del mismo nombre de ambas relaciones.

Es decir, que si en R se tienen los atributos a, b y c, mientras que en S tenemos a, c y d, la condición a aplicar será por igualdad entre los atributos a y c respectivos (a de R con a de S y c de R con c de S).

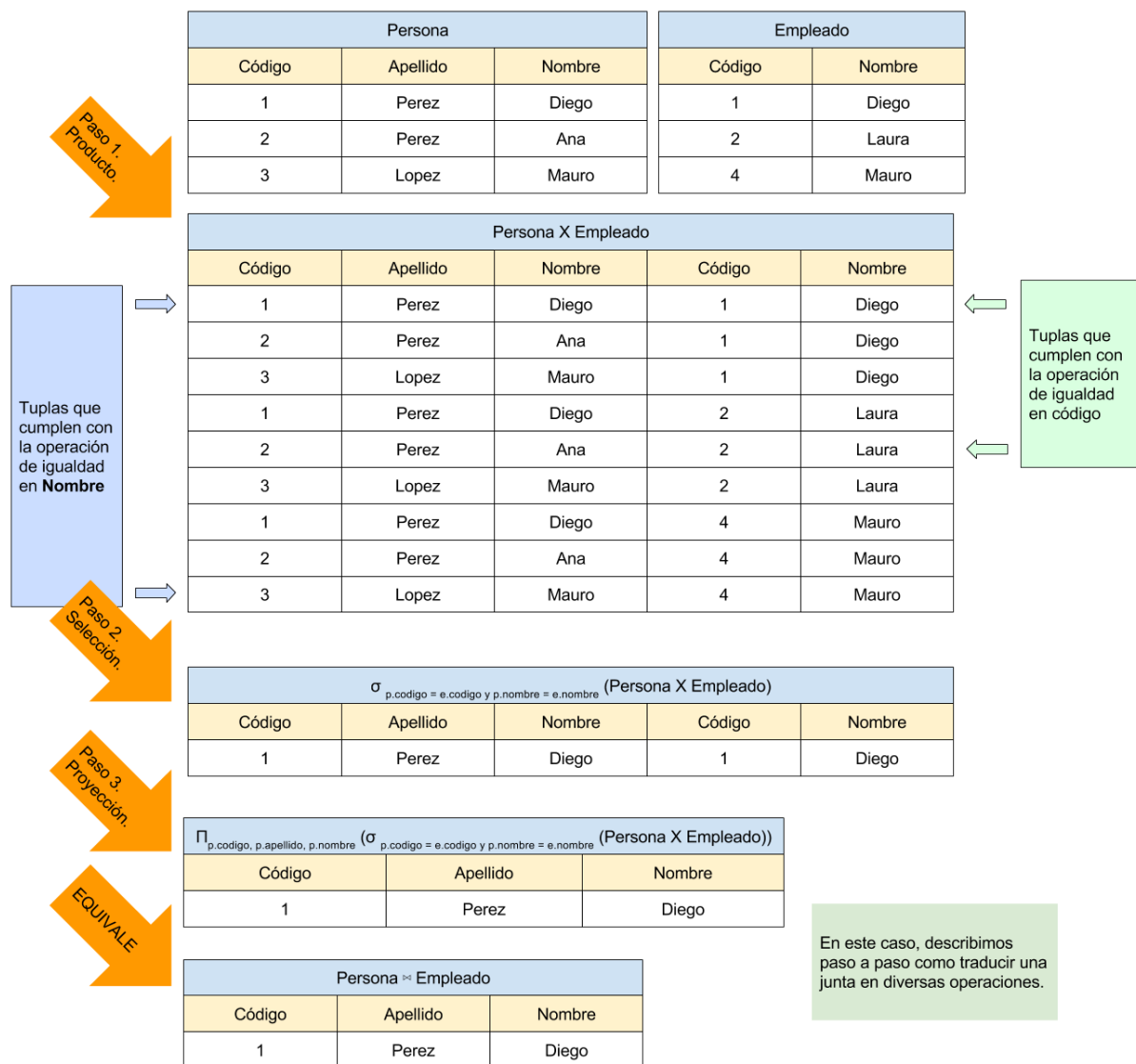
Como la junta natural es un operador derivado puede desagregarse mediante la aplicación de los operadores producto, obteniendo todas las combinaciones posibles entre ambas relaciones. Luego la aplicación de una selección, teniendo como condición la igualdad entre los atributos del mismo nombre de ambas relaciones. Y por último, aplicaremos una proyección que liste solo los atributos diferentes.

El operador a utilizar para la junta natural es \bowtie , conocido con el nombre “bowtie”

Alumno		Empleado	
Legajo	Apellido	Legajo	Nombre
1	Perez	1	Diego
2	Perez	2	Laura
3	Lopez	4	Maria

Alumno \bowtie Empleado		
Legajo	Apellido	Nombre
1	Perez	Diego
2	Perez	Laura

Al realizar la junta, se crea una nueva Relación. Con los atributos de la primer Rel. más los distintos de la segunda. Por eso Legajo aparece una sola vez. Luego se aplica una condición de igualdad entre los atributos con el mismo nombre. Por esto es que solo permanecen los valores 1 y 2 de legajo. Valores que aparecen en ambas relaciones.



4.3.4.2. Junta theta

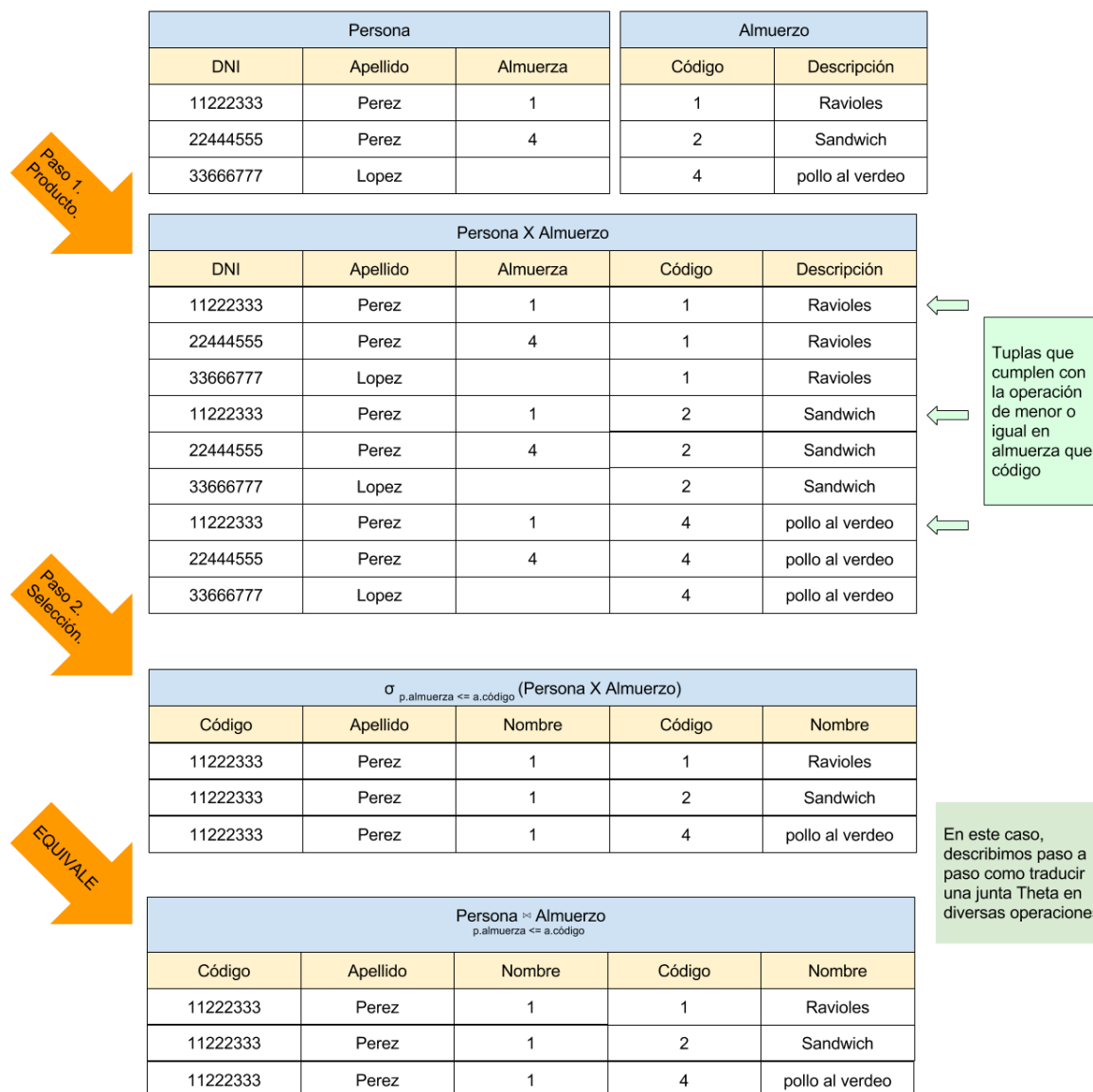
La junta theta, a diferencia de la junta natural, tiene una condición explícita lo cual permite realizar filtros en la reunión por igual, mayor, menor o distinto sobre atributos con distinto nombre.

El operador a utilizar es el mismo que en la junta natural, pero se agrega la condición.

Departamento	
Código	Descripción
1	Contable
2	Ingeniería
3	Medicina

Empleado		
Legajo	Nombre	Departamento
1	Diego	1
2	Laura	2
4	Maria	1

Departamento ⋈ Empleado d.Código = e.departamento				
Legajo	Nombre	Departamento	Código	Descripción
1	Diego	1	1	Contable
2	Laura	2	2	Ingeniería
4	Maria	1	1	Contable



4.3.4.3. Semijunta

La semijunta es una operación entre dos relaciones R y S donde, al igual que la junta natural, se aplica una condición implícita de igualdad entre los atributos que tienen el mismo nombre. Luego, si es una semi junta a izquierda, se tendrán en el resultado las columnas o atributos de la relación que se encontraba a la izquierda del operador. En el caso de que sea una semi junta a derecha, las columnas que se definirán en el resultado serán aquellas que se encuentran a la derecha.

Recordemos que las tuplas que se encontrarán en el conjunto de resultados serán solo las que cumplan con la condición de la junta.

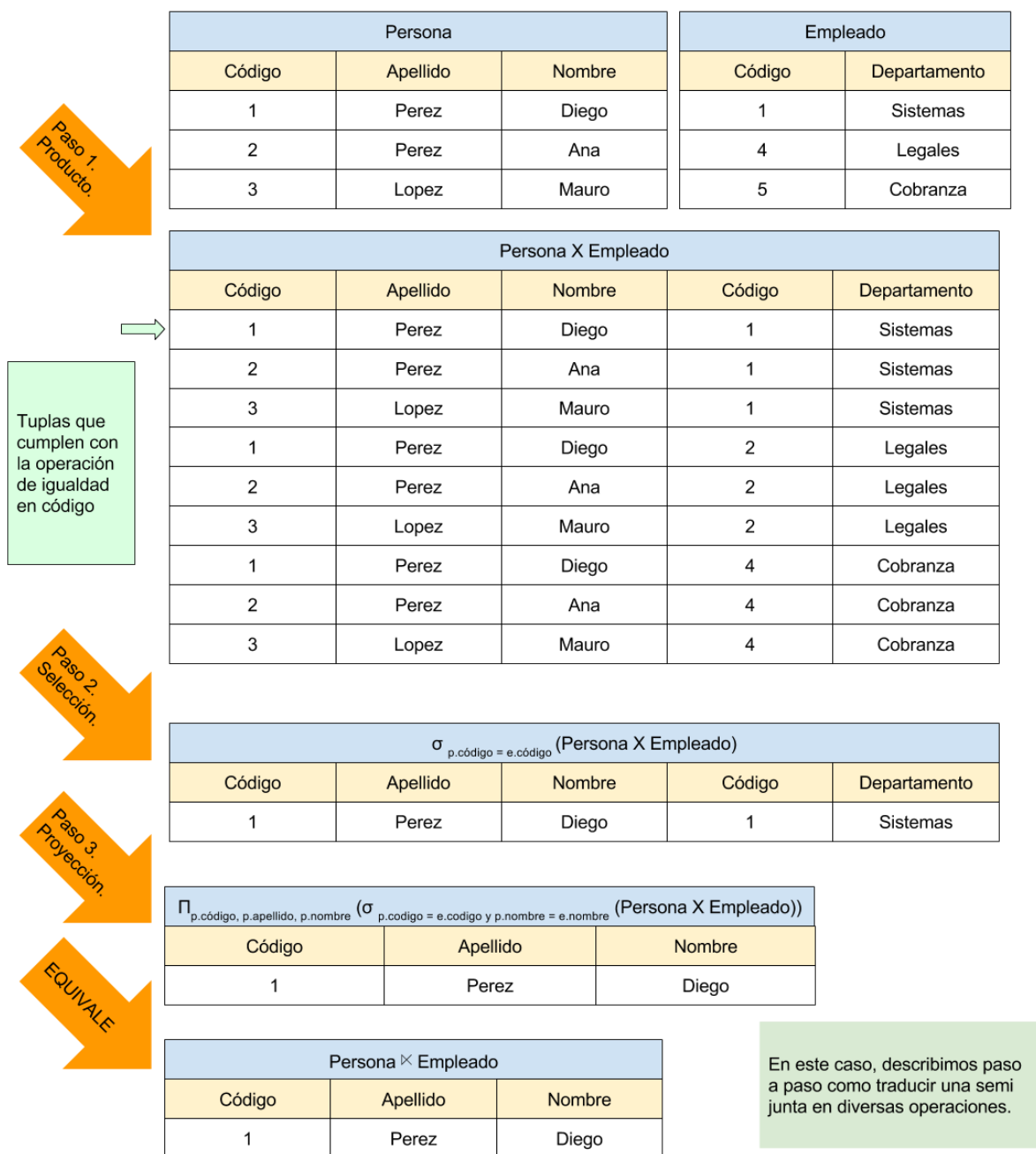
Para la semi junta a izquierda se utiliza el operador \ltimes mientras que para las semi juntas a derecha \rtimes .

Alumno	
Legajo	Apellido
1	Perez
2	Perez
3	Lopez

Empleado	
Legajo	Nombre
1	Diego
2	Laura
4	Maria

Alumno × Empleado	
Legajo	Apellido
1	Perez
2	Perez

Al realizar la semi junta, se crea una nueva Relación. **SOLO** con los atributos de la primer Relación. Por eso aparecen solo legajo y Apellido. Luego se aplica una condición de igualdad entre los atributos con el mismo nombre. Por esto es que solo permanecen los valores 1 y 2 de legajo. Valores que aparecen en ambas relaciones.



4.3.4.4. Anti Junta

La anti junta también es un operador a derecha o izquierda. Pero a diferencia de la semijunta, las tuplas que se obtendrán en el resultado serán las que **NO** cumplan con la condición de igualdad entre los atributos del mismo nombre de ambas relaciones. Cabe señalar que, también como ocurre con la semijunta, los atributos que tendrá el resultado serán aquellos que estén en la relación de la derecha si es una anti junta a derecha o las columnas de la relación de la izquierda si es una anti junta a izquierda.

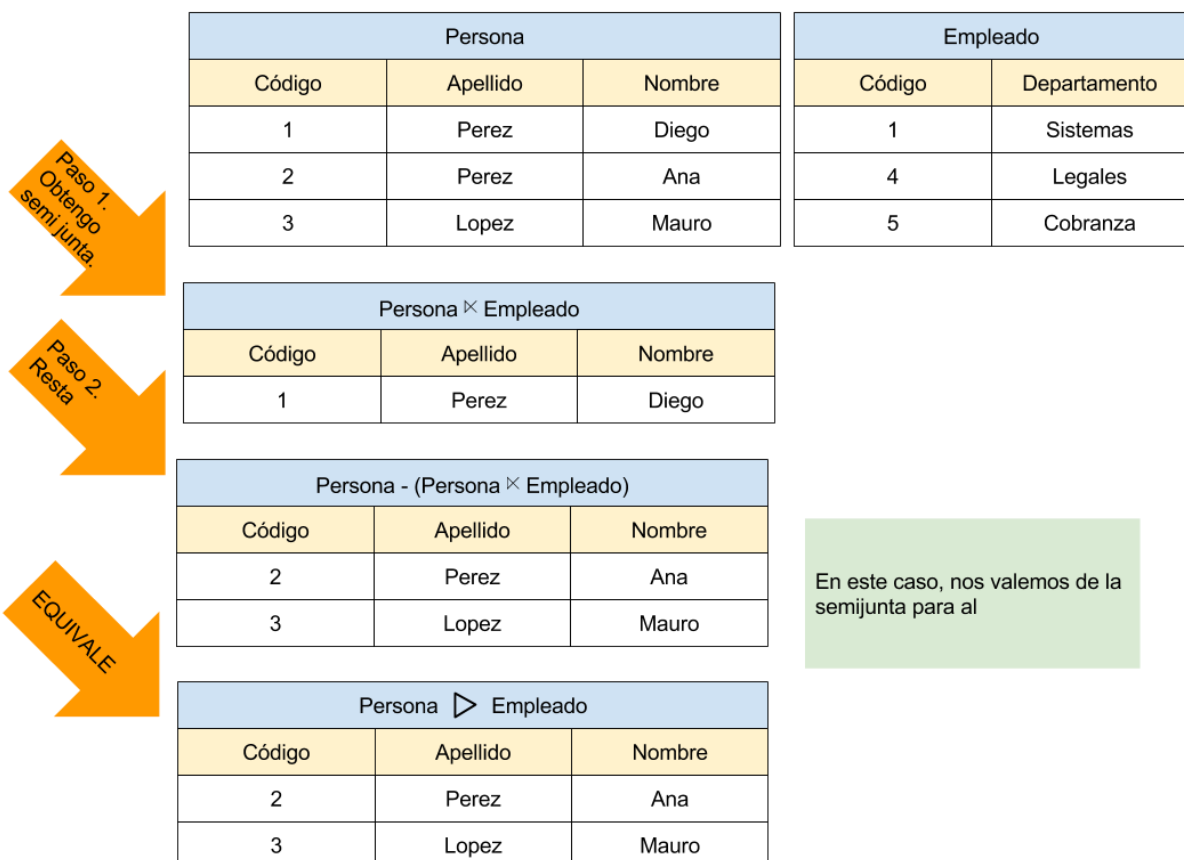
Los operadores son \triangleright para la anti junta a izquierda, mientras que para la derecha \triangleleft .

Alumno	
Legajo	Apellido
1	Perez
2	Perez
3	Lopez

Empleado	
Legajo	Nombre
1	Diego
2	Laura
4	Maria

Alumno \triangleright Empleado	
Legajo	Apellido
3	Lopez

Al realizar la ANTI junta, se crea una nueva Relación. **SOLO** con los atributos de la primer Relación. Por eso aparecen solo legajo y Apellido. Luego se aplica la condición, la cual indica que el valor en Alumno no tenga correspondencia en Empleado. Por esto es que solo permanece el valor 3 de legajo.



4.3.4.5. Junta Externa

La junta externa es una junta en la que se aplica una condición y como resultado se obtendrán las tuplas que cumplan con la condición, pero cuando se tengan tuplas que no tengan correspondencia se completarán las tuplas con valores nulos que indicaremos con la letra griega omega ω .

Junta externa a Izquierda

Al realizar una junta externa a izquierda indicaremos una condición y tendremos un resultado. Este resultado estará dado por todas las tuplas de la relación definida a izquierda más su correspondencia en la reunión con las tuplas que se correspondan de la relación a derecha. Cuando no se tengan correspondencia para las tuplas de la izquierda las posiciones vacías se completarán con vacío (ω). El operador a utilizar para este tipo de junta es \bowtie .

Auto		Propietario	
patente	Nombre	DNI	Nombre
NDA 123	Mora	1	Mora
MRE 246	Mora	2	Raul
UYT 301	Carlos	4	Gabriel

Auto \bowtie Propietario		
patente	Nombre	DNI
NDA 123	Mora	1
MRE 246	Mora	1
UYT 301	Carlos	ω

Como se ve, la última tupla no tiene correspondencia en la entidad propietario, por lo tanto las celdas quedan vacías.

Junta externa a Derecha

La junta externa a derecha es un caso similar a la junta externa a izquierda. Las tuplas que se mantendrán en su totalidad serán aquellas de la relación indicada a la derecha del operador, y se tendrán emparejamientos cuando la condición por la que se realizó la junta se cumpla. En caso de no cumplirse, lo que encontraremos en los atributos correspondientes de la relación indicada a izquierda serán vacíos (ω). El operador a utilizar en este caso es $\bowtie\leftarrow$.

Auto	
patente	Nombre
NDA 123	Mora
MRE 246	Mora
UYT 301	Carlos

Propietario	
DNI	Nombre
1	Mora
2	Raul
4	Gabriel
5	Anastasia

Auto ⋈ Propietario		
patente	DNI	Nombre
NDA 123	1	Mora
MRE 246	2	Raul
ω	4	Gabriel
ω	4	Anastasia

Como se ve, las últimas tuplas no tiene correspondencia en la entidad auto, por lo tanto las celdas quedan vacías.

Junta externa Completa

La junta externa completa se puede entender como el caso donde se mantienen las tuplas de la relación izquierda y derecha. Realizando las correspondencias de las tuplas cuando se logre cumplir con la condición, y completando con vacío (ω) cuando no se logre cumplir tanto a izquierda como a derecha. El operador a utilizar es \bowtie .

Auto	
Patente	Nombre
NDA 123	Mora
MRE 246	Mora
UYT 301	Carlos

Propietario	
Nombre	Dni
Mora	1
Raul	2
Gabriel	3
Anastasia	4

Auto ⋈ Propietario		
Patente	Nombre	Dni
NDA 123	Mora	1
MRE 246	Mora	1
ω	Raul	2
ω	Anastasia	4
UYT 301	Carlos	ω

Ahora, las celdas vacías pueden ser aquellas que provengan de la relación auto o de la relación propietario. Por eso tenemos ω en patente o en dni.

4.3.5. División

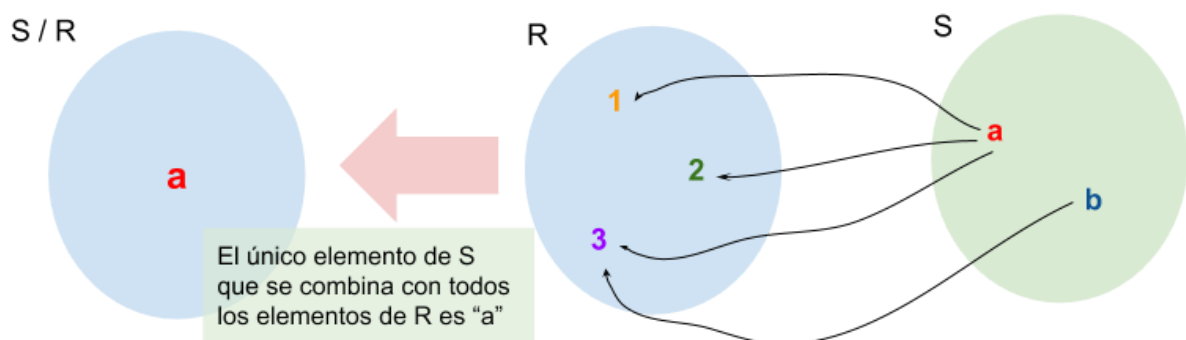
En el caso que se tienen dos conjuntos de elementos y un tercero que contiene las relaciones entre los dos primeros, puede ocurrir que se quiera evaluar si existe algún elemento del primer conjunto que está relacionado con todos los del segundo conjunto. Para estos casos existe la división.

Pongamos por ejemplo que tenemos los conjuntos Actor y Película. En cada uno de estos conjuntos vamos a tener un set de tuplas. Luego, un tercer elemento que contenga la relación entre estos dos, por ejemplo “Actúa En”. Podemos preguntarnos entonces cual es el actor, de todos aquellos que existen en nuestro conjunto, que actúa en todas las películas que tenemos registradas. Es ahí donde tenemos que usar el operador de división.

Otra forma de entender este operador es tomando solo dos conjuntos. El primero cuenta con al menos dos atributos mientras que el segundo con al menos uno.

Cumplirán con el operador de división todas aquellos elementos del primer conjunto que estén emparejados con todos los elementos del segundo conjunto.

Por ejemplo, tenemos un conjunto de Empleados, con los atributos nombre de empleado y código de proyecto, y un segundo conjunto con solo los códigos de los proyectos existentes. Ahora, a través del operador división, podemos determinar que empleado está asignado a todos los proyectos existentes.



Examen	
Estudiante	Materia
Juan	Matemática 1
Rosa	Matemática 1
Martín	Programación
Juan	Matemática 2
Rosa	Lenguajes
Martín	Matemática 2
Juan	Matemática 3
Rosa	Informática

Matemáticas
Materia
Matemática 1
Matemática 2
Matemática 3

Informática
Materia
Programación
Lenguajes
Informática

Examen / Matemáticas
Estudiante
Juan

Examen / Informática
Estudiante
ω

Al realizar el cociente entre Examen y Matemáticas, vemos que solo Juan cumple con estar asociado a TODOS los valores de matemáticas.

Por otro lado, ningún estudiante rindió las tres materias de informática, por eso tenemos ω en el resultado, es decir, vacío.

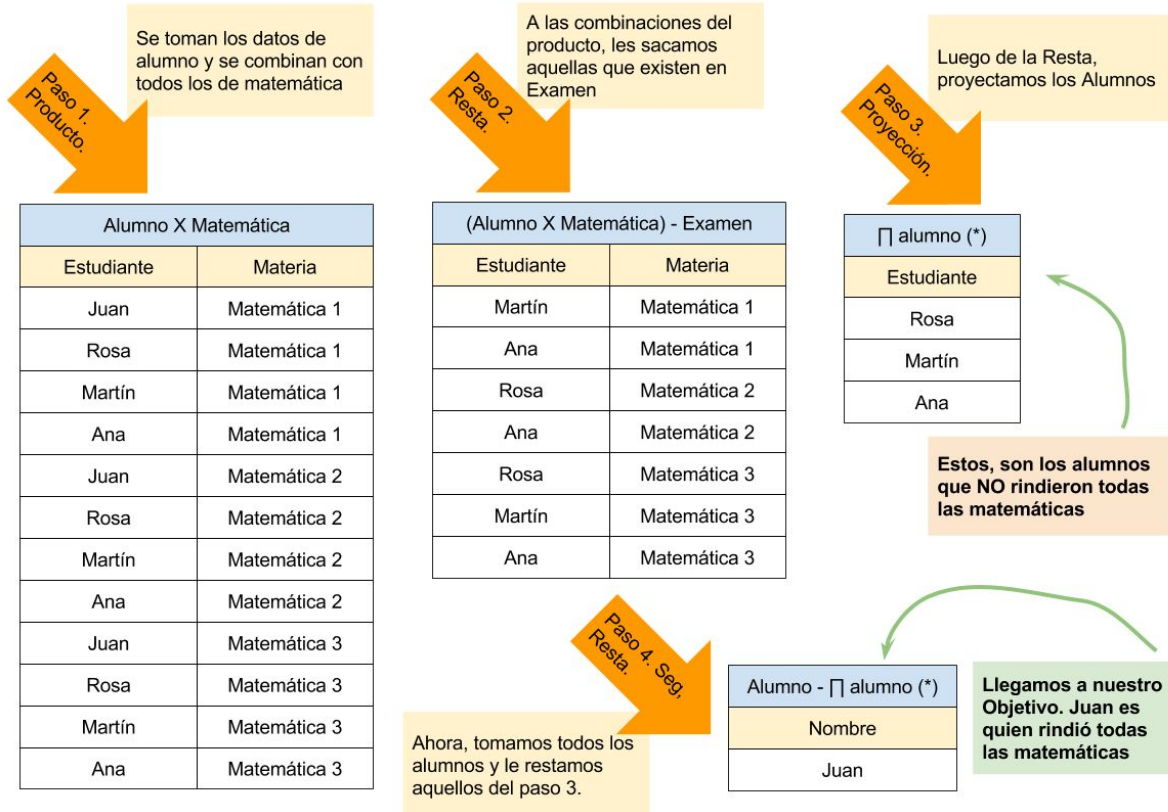
Partimos con tres conjuntos. Los alumnos, las materias de matemáticas y cuales son los exámenes.

Alumno
Nombre
Juan
Martin
Rosa
Ana

Examen	
Estudiante	Materia
Juan	Matemática 1
Rosa	Matemática 1
Martín	Programación
Juan	Matemática 2
Rosa	Lenguajes
Martín	Matemática 2
Juan	Matemática 3
Rosa	Informática

Matemática
Materia
Matemática 1
Matemática 2
Matemática 3

Nuestro objetivo es Saber que alumno Rindió todas las materias de Matemáticas



4.3.6. Agregación

La agregación sirve cuando queremos quedarnos con los valores diferentes (y no repetidos) de un conjunto. Esto sería una suerte de agrupación de los valores iguales en una sola tupla, generando tantas tuplas como valores distintos se tenga.

Esto permite que para cada uno de los grupos se pueda realizar una operación matemática, por ejemplo quedarse con el máximo de los elementos agrupados, o el mínimo. Pudiendo ser también un promedio o simplemente contar cuantas ocurrencias tiene cada conjunto agrupado.

Por ejemplo, si tenemos una relación Empleado con los atributos nombre de empleado y nombre de departamento y nos interesa saber cuántos empleados tenemos por departamento, podemos agrupar por departamento y luego contar cuantas ocurrencias de empleado hay por cada departamento. El operador para la agregación es Ç.

Examen		
Estudiante	Materia	Nota
Juan	Matemática 1	7
Rosa	Matemática 1	5
Martín	Programación	4
Juan	Matemática 2	10
Rosa	Lenguajes	5
Juan	Matemática 3	8

$\zeta_{\text{estudiante}}$ (Examen)
Estudiante
Juan
Rosa
Martín

En este caso, agrupamos por estudiante. Sin aplicar ninguna función matemática. Por lo que solo tendremos las ocurrencias distintas de estudiante en la relación examen.

$\zeta_{\text{materia, Promedio (nota)}}$ (Examen)	
Materia	Promedio
Matemática 1	6
Matemática 2	10
Matemática 3	8
Programación	4
Lenguajes	5

Se agrupa por materia, sacando el promedio de las notas para esa materia, no respecto de todas las notas.

$\zeta_{\text{estudiante, CONTAR (materia)}}$ (Examen)	
Estudiante	CONTAR
Juan	3
Rosa	2
Martín	1

Ahora, realizamos una agrupación por estudiante, contando cuantas materias distintas tiene asociado cada elemento de estudiante

4.4. Equivalencia entre operaciones

Detallaremos ahora como pueden distintos resultados obtenerse mediante dos consultas distintas, o como un operador puede ser reemplazado por otro o por un conjunto de operadores, para obtener el mismo resultado.

Junta Natural / Junta Theta	
$R \leftarrow A \bowtie B$	$R \leftarrow \Pi \circ (\sigma \circ (A \times B))$
Intersección	
$R \leftarrow A \cap B$	$R \leftarrow A - (A - B)$
Semijunta	
$R \leftarrow A \ltimes B$	$R \leftarrow \Pi_{a_1, a_2, \dots, a_n} (A \bowtie B)$
Anti junta	
$R \leftarrow A \rhd B$	$R \leftarrow R - (A \ltimes B)$
Junta externa a izquierda	
$R \leftarrow A \rtimes B$	$R \leftarrow (A \bowtie B) \cup (A - \Pi_{a_1, a_2, \dots, a_n} (A \bowtie B)) \times \{\omega, \omega, \dots, \omega\}$
División	
$R \leftarrow A / B$	$R \leftarrow \Pi_{a_1, a_2, \dots, a_n} (A) - \Pi_{a_1, a_2, \dots, a_n} (\Pi_{a_1, a_2, \dots, a_n} (A \times B) - A)$

Índice

- [4. Álgebra Relacional](#)
 - [4.1. Origen del Álgebra Relacional](#)
 - [4.2. Operadores del Álgebra de Conjuntos](#)
 - [4.2.1. Introducción](#)
 - [4.2.2. Diagramas de Venn](#)
 - [4.2.3. Unión compatible](#)
 - [4.2.4. Unión](#)
 - [4.2.5. Intersección](#)
 - [4.2.6. Diferencia](#)
 - [4.2.7. Complemento](#)
 - [4.2.8. Producto cartesiano](#)
 - [4.3. Operadores del Álgebra Relacional](#)
 - [4.3.1. Proyección](#)
 - [4.3.2. Selección](#)
 - [4.3.3. Asignación](#)
 - [4.3.4. Juntas o Reuniones](#)
 - [4.3.4.1. Junta Natural](#)
 - [4.3.4.2. Junta theta](#)
 - [4.3.4.3. Semijunta](#)
 - [4.3.4.4. Anti Junta](#)
 - [4.3.4.5. Junta Externa](#)
 - [Junta externa a Izquierda](#)
 - [Junta externa a Derecha](#)
 - [Junta externa Completa](#)
 - [4.3.5. División](#)
 - [4.3.6. Agregación](#)
 - [4.4. Equivalencia entre operaciones](#)



Atribución-NoComercial-SinDerivadas 3.0 Unported (CC BY-NC-ND 3.0)

Esto es un resumen fácilmente legible del [Texto Legal \(la licencia completa\)](#).

[Advertencia](#)

Usted es libre de:

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

Bajo las condiciones siguientes:



Atribución — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o que apoyan el uso que hace de su obra).



No Comercial — No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Sin Obras Derivadas — No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Entendiendo que:

Renuncia — Algunas de estas condiciones pueden **no aplicarse** si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.

Dominio Público — Cuando la obra o alguno de sus elementos se halle en el **dominio público** según la ley vigente aplicable, esta situación no quedará afectada por la licencia.

Otros derechos — Los derechos siguientes no quedan afectados por la licencia de ninguna manera:

- Los derechos derivados de **usos legítimos** u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.
- Los derechos **morales** del autor;
- Derechos que pueden ostentar otras personas sobre la propia obra o su uso, como por ejemplo **derechos de imagen** o de privacidad.

Aviso — Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar muy en claro los términos de la licencia de esta obra. La mejor forma de hacerlo es enlazar a esta página.