Teoria de Valuacion de Activos Financieros

Resumen y notas de la clase

Bibliografia: Investments - Bodie 13th edition

Ezequiel Telias

1. Markowitz- Capitulo 7 - 245

2. Index Models - Capitulo 8

2.1. A Single-Factor Security Market

The Input List of the Markowitz Model.

La bibliografia indica que el exito de la seleccion de un porfolio depende de la calidad de la Input list, o sea, los estimados de los retornos de las securities y la matriz de covarianza. Porftolios eficientes siempre le van a ganar a porfolios con input lists menos confiables y consecuentemente porfolios con menos reward to risk.

Un problema del modelo de Markowitz es la dificultad de eleccion de muestra. Un error en la estimacion lleva a resultados sin sentido, y es dificil ver de manera rapida si una matriz de correlaciones es consistente.

Se introduce un modelo que simplifica la manera que describimos el origen de los riesgos de las securities, que nos permite, usar un set mas pequeño, consistente y facil de interpretar, de estimados de riesgo (Parametros y premiums). Esta simplificacion viene de de que tanto, las covarianzas positivas, como los retornos, generalmente muestran sensibiliñdad a fuezas economicas que afectan a la mayoria de las firmas. Al descomponer la incertidumbre, simplificamos la estimacion de covarianza y correlacion.

Systematic vs Firm-Specific Risk
Se pone foco en la separacion de el rate actual de retorno de cualquier security, i, a la suma de su valor esperado más cualquier sorpresa inesperada (**unanticipated surprise**).

$$r_i = \mathbb{E}(r_i) + \text{unanticipated surprise}$$

Este componente inesperado, puede darse tanto por problemas particulares de la firma o cambios en las condiciones macroeconomicas. Entonces, descomponemos el origen de estas incertidumbres a incestridumbres acerca del mercado, que es capturado en esta ecuacion, como **systematic market factor** que llamamos m. La incertidumbre de una firma en particular, que es capturada como **firm-specific** variable aleatoria, que llamamos ε_i. **La dependencia comun que tienen todas las firmas hacia las condiciones macroeconomicas, es la fuente de correlacion entre sus retornos de securities**
El factor de mercado, m, mide desarrollos no anticipados de la macroeconomia, por ejemplo, la diferencia entre el crecimiento del GDP y el esperado. Este factor, tien como media 0, con una desviacion estandar σ_m. Entonces, tambien ε_i tiene un valor esperado de 0. **Se asume que ε_i y m no estan correlacionadas**, al ser ε_i, firm-specific, independiente de los shocks de la economia.

Finalmente, se reconoce que algunas securities son mas sensibles que otras a shocks economicos. Notamos a el coeficiente de sensibilidad de la firma i con β_i. Entonces se puede escribir el retorno de cada activo por cualquier periodo en la suma de tres terminos: el retorno esperado, $E(r_i)$, el impacto de la comun sorpresa macroeconomica (que a su vez depende de la sensibilidad de la firma a esta sorpresa), como $\beta_i m$,y el impacto de sospresas firm-specific como, ε_i. Formando asi la expresion del **single-factor model**:

$$r_i = E(r_i) + \beta_i m + \varepsilon_i$$

Habiendo dos terminos incorrelacionados aleatorios, la varianza de r_i es:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(\varepsilon_i)$$

La varianza de retornos es atribuible a el factor de mercado, llamado systematic risk de security,. El componente $\beta_i^2 \sigma_m^2$ es mayor cuando el coeficiente beta i de una firma es alto. Empresas ciclicas tienen mas sensiblidad al mercado(mas altos betas), por consecuente, un systematic risk mayor. La varianza del componente firm specific es $\sigma^2(\varepsilon_i)$.

Se asume que las sorpesas, firm specific, estan incorrelacionadas, la unica fuente de covarianza entre cualquier par de securities es su dependencia comun al retorno de mercado. Entonces, la covarianza de retornos de dos firmas, depende en la sensibilidad, de cada, al mercado, medida con sus betas de la siguiente manera:

$$\text{Cov}(r_i, r_j) = \text{Cov}(\beta_i m + \varepsilon_i, \beta_j m + \varepsilon_j) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

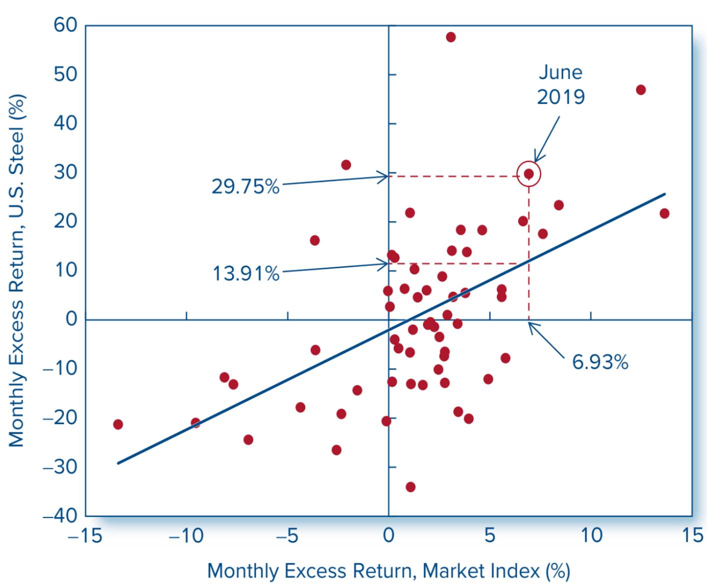
Se necesita una variable para estimar su volatilidad, y sensibilidad de activos individuales.

The Regression Equation of the Single-Index Model

Se denota al indice de mercado como M, con el exceso de retorno como $R_M = r_m - r_f$, con r_f como rendimiento libre de riesgo, y su desviacion estandar σ_M. Mas generalmente, para cualquier activo i, se denota el par de excesos de retorno en un mes t como R_i(t) y R_M(t), entonces se puede escribir la siguiente ecuacion de regresion:

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_M(t) + \varepsilon_i(t)$$

La letra α es el retorno de exceso esperado cuando el exceso de mercado es 0. Por ejemplo, 29.75 de retornos de acero en el siguiente grafico.



La pendiente de la linea de la figura es el coeficiente β de la security. Entonces, β es la la cantidad por la cual los retornos de la security aumenta o decrece por cada 1 o 2 porciento de incremento del indice, midiendo la sensibilidad del activo al indice de mercado. e_i(t) es la media 0, o sorpresa, firm-specific en los retornos para un mes t, tambien llamado residual. Cuanto mas grande los residuals, tanto negativo como positivo, mas amplia es la dispersion de retornos al rededor de la linea de regresion.

Nacen dos preguntas importantes. (1) Cual es la relacion esperada entre el beta de un activo y su retorno esperado? (2) Cual es el alpha que esperamos cuando los mercados estan en equilibrio?.

The Regression Equation of the Single-Index Model

Tomando $E(e_i) = 0$, obtenemos la relacion beta-retornos con del single-index model:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M)$$

La segunda parte, nos dice que el premium(compensación adicional que un inversor espera obtener por asumir el riesgo de un activo en lugar de invertir en un activo libre de riesgo.) de un security-risk, esta dado por el riesgo premium del indice.

Risk and Covariance in the Single-Index Model
Derivamos los siguietnes elementos de la input list de optimizacion de porfolio de markowitz a los parametros del index model.

Es el index model inferior al modelo de full covariance? En teoria, el index model deberia ser inferior al de markowitz, se imponen supuestos que pueden no ser precisos. Se destaca que si bien el modelo de markowitz permite mas flexibilidad tambien, la ventaja que tenemos puede ser ilusoria si no estimamos de manera precisa las covarianzas.

Total risk = Systematic risk + Firm-specific risk

$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$ (compare to Equation 8.3)

Covariance = Product of betas × Market-index risk

$\text{Cov}(r_i, r_j) = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$ (compare to Equation 8.4)

Correlation = Product of correlations with the market index

$$\text{Corr}(r_i, r_j) = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_M^2}{\sigma_i \sigma_j}$$
$$= \frac{\beta_i \sigma_M}{\sigma_i} \times \frac{\beta_j \sigma_M}{\sigma_j}$$
$$= \text{Corr}(r_i, r_M) \times \text{Corr}(r_j, r_M)$$