

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

## 22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

### TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N° 3

---

## GIC, Ecualizadores y Amplificadores de Instrumentación

---

*Grupo 5:*

Matías LARROQUE  
Leg. 56597

Lucero Guadalupe FERNANDEZ  
Leg. 57485

Manuel MOLLÓN  
Leg. 58023

Ezequiel VIJANDE  
Leg. 58057

*Profesor:*

Daniel JACOBY  
Carlos BELAUSTEGUI GOITIA  
Rodrigo IRIBARREN

Entregado: 25 de Septiembre de 2018

# Índice

<b>1. Filtro con GIC</b>	<b>3</b>
1.1. Introducción . . . . .	3
1.2. Objetivos y resumen . . . . .	3
1.3. Resolución del circuito . . . . .	4
1.3.1. Función transferencia . . . . .	4
1.3.2. Función de $R_8$ . . . . .	6
1.3.3. Diagrama de polos y ceros . . . . .	7
1.3.4. Notch Depth . . . . .	9
1.4. Elección de los componentes . . . . .	10
1.4.1. Valores de elementos pasivos . . . . .	10
1.4.2. Elección del modelo de amplificador operacional . . . . .	11
1.5. Limitaciones del filtro . . . . .	12
1.5.1. Slew rate . . . . .	12
1.5.2. Saturación . . . . .	12
1.5.3. Polo dominante . . . . .	13
1.6. Resultados de las mediciones . . . . .	13
1.6.1. Respuesta en frecuencia . . . . .	14
1.6.2. Impedancia de entrada . . . . .	15
1.6.3. Impedancia de salida . . . . .	16
1.7. Análisis de las mediciones . . . . .	17
1.8. Conclusiones . . . . .	17
<b>2. Diseño de Filtros</b>	<b>18</b>
2.1. Plantillas y Circuitos Propuestos . . . . .	18
2.1.1. Funciones de Transferencia . . . . .	19
2.2. Bobina vs Gyrator . . . . .	20
2.2.1. Impedancia de Entrada del Gyrator - Análisis Teórico . . . . .	20
2.2.2. Impedancia de Entrada del Gyrator - Simulación vs Modelo Teórico . . . . .	21
2.2.3. Desventaja de la Bobina . . . . .	22
2.3. Diseño y Materialización de los Filtros . . . . .	22
2.3.1. Disposiciones Convenientes a la Medición . . . . .	22
2.3.2. Operacional Para el Gyrator . . . . .	23
2.3.3. Diseño de Pasa Alto . . . . .	23
2.3.4. Diseño de Pasa Bajo . . . . .	24
2.3.5. Diseño de Pasa Banda . . . . .	24
2.3.6. Diseño de Rechaza Banda . . . . .	24
2.4. Resultados Obtenidos . . . . .	25
2.4.1. Pasa Altos - Resultados . . . . .	25
2.4.2. Pasa Bajos - Resultados . . . . .	26
2.4.3. Pasa Banda - Resultados . . . . .	27
2.4.4. Rechaza Banda - Resultados . . . . .	28
2.5. Análisis de Resultados . . . . .	28
2.5.1. Magnitud Según Frecuencia de Trabajo . . . . .	29
2.5.2. Efecto de Resistencia Interna de Bobina . . . . .	30
2.5.3. Desfase . . . . .	30
2.6. Conclusiones . . . . .	30
<b>3. Amplificador de Instrumentación</b>	<b>31</b>

<b>4. Ecualizador de Fase y Control de Tonos</b>	<b>32</b>
4.1. Marco Teórico . . . . .	32
4.1.1. Potenciómetro . . . . .	32
4.1.2. Ecualizadores de fase . . . . .	32
4.1.3. Control de Tonos . . . . .	32
4.1.4. Pull Down Resistor . . . . .	33
4.2. Resolución del Circuito . . . . .	33
4.3. Explicación en Diagrama de Polos y Ceros . . . . .	37
4.4. Diseño de Ecualizador de Tres Bandas . . . . .	45
4.5. Análisis de Singularidades del Circuito . . . . .	48
4.6. Realización de la Placa . . . . .	48
4.7. Respuesta en frecuencia simulada y medida . . . . .	49
4.8. Datasheet . . . . .	54
4.9. Conclusión . . . . .	54

# 1. Filtro con GIC

## 1.1. Introducción

En la siguiente sección se muestra la resolución de un circuito que utiliza un GIC (Generalized Impedance Converter). Se calculó de manera teórica la función transferencial, la ubicación de polos y ceros, así como se simuló y midieron las impedancias de entrada y de salida del siguiente circuito:

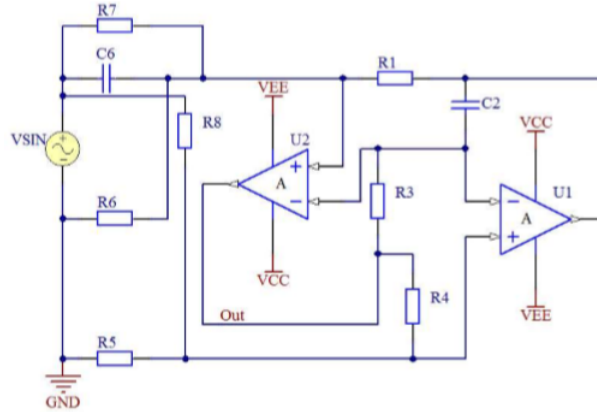


Figura 1: Circuito propuesto

## 1.2. Objetivos y resumen

Se tomó como objetivo de este informe la presentación de la resolución teórica de la función transferencial del circuito para el caso de OpAmps ideales con ganancias a lazo abierto finitas. También se buscó analizar de manera teórica cómo las resistencias  $R_6$  y  $R_8$  afectan al circuito a la expresión de la función transferencial, en particular a las singularidades de la misma. Finalmente se decidió implementar dicho filtro como un filtro 'High Pass Notch' mediante la adecuada elección de componentes y medir las impedancias y la respuesta en frecuencia de la configuración.

Para la realización del circuito se utilizó un Generalized Impedance Converter (GIC), dicho elemento consiste en un conjunto de elementos pasivos y dos amplificadores operacionales dispuestos en la siguiente configuración:

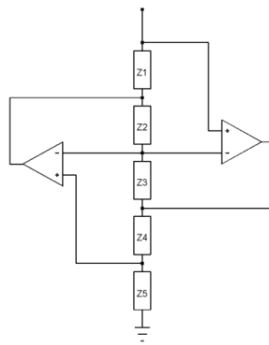


Figura 2: Ilustración de un GIC generico

Un GIC puede utilizarse para crear una impedancia de un valor definido por sus componentes pasivos, y se puede comportar en frecuencia de muchas formas posibles. Uno de sus usos más comunes es para simular inductores en

bajas frecuencias, ya que la fabricación de estos posee muchas complicaciones, debido a su tamaño, su composición y el hecho de que pueden crear efectos indeseados en el circuito.

### 1.3. Resolución del circuito

#### 1.3.1. Función transferencia

En la resolución que se expone a continuación se asumió que la ganancia a lazo abierto de los dos operacionales es la misma. Para resolver el circuito se utilizó el método de nodos del cual se obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones:

- $\frac{V_{in} - V_1^+}{Z_7} = \frac{V_1^+}{R_6} + \frac{V_1^+ - V_{out2}}{R_1}$
- $V_{out} = A_{vol}(V_1^+ - V^-)$
- $V_{out2} = A_{vol}(V_2^+ - V^-)$
- $\frac{V_{out2} - V^-}{Z_2} = \frac{V^- - V_{out}}{R_3}$
- $\frac{V_{in} - V_2^+}{R_8} = \frac{V_2^+}{R_5} + \frac{V_2^+ - V_{out}}{R_4}$

Definiendo las siguientes constantes por conveniencia se puede llegar al grafo que representa al circuito:

$$R_a = R_4 R_8 + R_5 R_8 + R_4 R_5$$

$$R_b = R_6 Z_7 + R_1 Z_7 + R_1 R_6$$

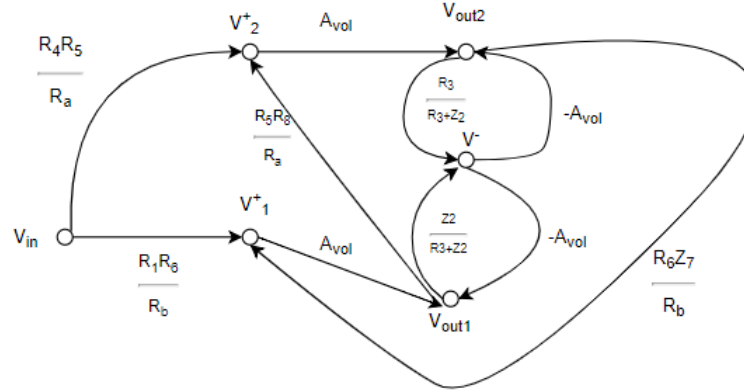


Figura 3: Grafo equivalente del circuito

La ganancia deseada se puede obtener si se aplica la formula de Masón:

$$H(s) = \frac{\sum_{i=1}^N G_i \Delta_i}{\Delta} \quad (1)$$

$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_k + \dots \quad (2)$$

Donde  $G_i$  es la ganancia del camino directo i-esimo,  $L_i$  es la ganancia del bucle i-esimo y  $\Delta_i$  es el delta pero solo teniendo los bucles que no se tocan con el camino principal i-esimo. En el grafo se tienen tres caminos directos cuyas ganancias son:

- $G_1 = \frac{R_4 R_5}{R_a} \cdot A_{vol} \cdot \frac{R_3}{R_3 + Z_2} \cdot (-A_{vol})$
- $G_2 = \frac{R_1 R_6}{R_b} \cdot A_{vol}$
- $G_3 = \frac{R_4 R_5}{R_a} \cdot A_{vol} \cdot \frac{R_6 Z_7}{R_b} \cdot A_{vol}$

En cuanto a los bucles, el grafo tiene cinco bucles simples distintos y todos comparten por lo menos un nodo. Teniendo esto en cuenta los deltas son:

- $\Delta = 1 - (A_{vol} \cdot \frac{R_3}{R_3 + Z_2} \cdot (-A_{vol}) \cdot \frac{R_5 R_8}{R_a} + A_{vol} \cdot \frac{R_6 Z_7}{R_b} \cdot A_{vol} \cdot \frac{R_5 R_8}{R_a} + \frac{R_3}{R_3 + Z_2} \cdot (-A_{vol}) + \frac{R_6 Z_7}{R_b} \cdot A_{vol} \cdot \frac{Z_2}{R_3 + Z_2} \cdot (-A_{vol}) + \frac{Z_2}{R_3 + Z_2} \cdot (-A_{vol}))$
- $\Delta_1 = \Delta_3 = 1$
- $\Delta_2 = 1 + \frac{R_3 A_{vol}}{R_3 + Z_2}$

Se despejo convenientemente la función transferencia con la ayuda de Matlab y se llego a la siguiente función transferencia para cuando la ganancia en lazo abierto ( $A_{vol}$ ) es finita:

$$H(s) = \frac{num1 \times s^2 + num2 \times s + num3}{den1 \times s^2 + den2 \times s + den3} \quad (3)$$

Donde:

- $R_u = R_1 R_6 + R_1 R_7 + R_6 R_7$
- $num1 = C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_7 (R_a (1 + \frac{1}{A_{vol}}) - R_4 R_5)$
- $num2 = (C_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 - C_2 R_3 R_4 R_5 R_u - C_2 C_6 R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 + R_1 R_6 R_a (C_2 R_3 + \frac{C_6 R_7 + C_2 R_3}{A_{vol}}))$
- $num3 = R_6 (R_4 R_5 R_7 + \frac{R_1 R_a}{A_{vol}})$
- $den1 = C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_7 (R_5 R_8 + \frac{R_a}{A_{vol}} (1 + \frac{1}{A_{vol}}))$
- $den2 = (\frac{C_6 R_1 R_6 R_7 R_a + C_2 R_3 R_a R_u}{A_{vol}} - C_2 R_3 R_5 R_6 R_7 R_8 + C_2 R_3 R_5 R_8 R_u + \frac{R_a}{A_{vol}^2} (C_2 R_3 R_u + C_6 R_1 R_6 R_7))$
- $den3 = R_4 R_6 R_7 (R_5 + R_8) + \frac{R_a R_u}{A_{vol}} (1 + \frac{1}{A_{vol}})$

Si se considera que  $A_{vol}$  es infinitamente grande entonces se llega a la transferencia ideal:

$$H(s) = \frac{C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_7 R_8 (R_4 + R_5) s^2 + C_2 R_1 R_3 (R_6 R_a - C_6 R_4 R_5 R_6 R_7 - R_4 R_5 (R_6 + R_7)) s + R_4 R_5 R_6 R_7}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_6 R_7 R_8 s^2 + (R_7 + R_6) C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 s + R_4 R_6 R_7 (R_5 + R_8)} \quad (4)$$

La función transferencia puede ser reescrita en función de ciertas magnitudes de interés como se presenta a continuación:

$$H(s) = K \frac{(\frac{s}{\omega_z})^2 + \frac{s}{Q_z \omega_z} + 1}{(\frac{s}{\omega_p})^2 + \frac{s}{Q_p \omega_p} + 1} \quad (5)$$

Realizando el despeje y las simplificaciones adecuadas se llega a que:

- $K = \frac{R_5}{R_5 + R_8}$
- $\omega_z = \sqrt{\frac{R_4 R_5}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 (R_4 + R_5)}}$
- $Q_z = -\frac{R_6 R_7 \sqrt{C_2 C_6 R_1 R_3 R_4 R_5 R_8 (R_4 + R_5)}}{C_2 R_1 R_3 R_4 R_5 (R_6 + R_7 + C_6 R_6 R_7)}$
- $\omega_p = \sqrt{\frac{R_4 (R_5 + R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}$
- $Q_P = \frac{R_6 R_7 \sqrt{C_2 C_6 R_1 R_3 R_4 R_5 R_8 (R_5 + R_8)}}{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 (R_6 + R_7)}$

Utilizando las siguientes sustituciones, las magnitudes se vuelven mas simples:

$$R_1 = R_3 = R_8 = R, \quad C_2 = C_6 = C, \quad k = \frac{\omega_z}{\omega_p}, k \leq 1, \quad R_4 = \frac{2k^2}{1+k^2} R$$

$$R_5 = \frac{2k^2}{1-k^2} R, \quad R_6 = (1+k^2)QR, \quad R_7 = \left(1 + \frac{1}{k^2}\right)QR$$

- $K = \frac{2k^2}{k^2+1}$
- $\omega_z = \frac{k}{RC}$
- $Q_z = -\frac{1}{kRC}$
- $\omega_p = \frac{1}{RC}$
- $Q_P = Q$

### 1.3.2. Función de $R_8$

El circuito ademas del GIC tiene unas resistencias y un capacitor adicional que lo componen. A continuación se analiza que sucede al tomar los limites de los dos casos extremos, cuando la resistencia  $R_8$  es un corto y cuando es un circuito abierto.

#### 1. Caso $R_8 \rightarrow 0$

Tomando dicho limite de la expresión (4) se llega a:

$$H(s) = \frac{-C_2 R_1 R_3 R_4 R_5 R_7 (C_6 R_6 + 1)s + R_4 R_5 R_6 R_7}{R_4 R_5 R_6 R_7}$$

$$H(s) = -\frac{C_2 R_1 R_3 (C_6 R_6 + 1)}{R_6} s + 1$$

Con lo cual la función transferencia es la de un filtro pasa altos con  $\omega_{corte} = -\frac{R_6}{C_2 R_1 R_3 (C_6 R_6 + 1)}$

#### 2. Caso $R_8 \rightarrow \infty$

Nuevamente haciendo el limite en la expresión (4) se tiene que:

$$H(s) = \frac{C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_7 (R_4 + R_5)s^2 + C_2 R_1 R_3 R_6 (R_4 + R_5)s + R_4 R_5 R_6 R_7}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_6 R_7 s^2 + (R_6 + R_7)C_2 R_1 R_3 R_5 s + R_4 R_6 R_7}$$

Reescribiendo la transferencia en el formato (5), se tiene que:

- $K = R_5$

- $\omega_z = \sqrt{\frac{R_4 R_5}{C_2 C_6 R_1 R_3 (R_4 + R_5)}}$
- $Q_z = \frac{R_7 \sqrt{C_2 C_6 R_1 R_3 R_4 R_5 (R_4 + R_5)}}{C_2 R_1 R_3 (R_4 + R_5)}$
- $\omega_p = \sqrt{\frac{R_4}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5}}$
- $Q_P = \frac{R_6 R_7 \sqrt{C_2 C_6 R_1 R_3 R_4 R_5}}{C_2 R_1 R_3 R_5 (R_6 + R_7)}$

### 1.3.3. Diagrama de polos y ceros

Analizando el denominador de (5) se llega a que los ceros del polinomio están dados por:

$$\omega_p \left( -\frac{1}{2Q_p} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2Q_p}\right)^2 - \omega_p^2} \right) \quad (6)$$

Remplazando en la ecuación (6) por los valores de las magnitudes calculados en relación a los componentes se llega a las dos siguientes expresiones para los polos:

$$polos = \left( -\frac{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \sqrt{\frac{R_4 (R_5 + R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}}{2 R_4 R_7 (R_5 + R_8)} \pm \sqrt{\frac{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right)^2}{4 C_6 R_4 R_7^2 (R_5 + R_8)} - \frac{R_4 (R_5 + R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}} \right) \sqrt{\frac{R_4 (R_5 + R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}$$

Dichas expresiones genéricas para los polos se obtuvieron de manera simbólica mediante el uso de Matlab.

De manera similar se puede obtener una expresión genérica para los ceros de la transferencia utilizando la expresión (6) pero reemplazando en la misma por la selectividad y la frecuencia de corte adecuada. La expresión obtenida mediante el mismo análisis en Matlab pero para los ceros es:

$$ceros = (A \pm B) C$$

- $A = \frac{C_2 R_1 R_3 (R_4 R_5 R_7 - R_4 R_6 R_8 - R_5 R_6 R_8 + C_6 R_4 R_5 R_6 R_7) \sqrt{\frac{R_4 R_5}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 (R_4 + R_5)}}}{2 R_4 R_5 R_6 R_7}$
- $B = \sqrt{\frac{C_2 R_1 R_3 (R_4 R_5 R_7 - R_4 R_6 R_8 - R_5 R_6 R_8 + C_6 R_4 R_5 R_6 R_7)^2}{4 C_6 R_4 R_5 R_6^2 R_7^2 R_8 (R_4 + R_5)} - \frac{R_4 R_5}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 (R_4 + R_5)}}$
- $C = \sqrt{\frac{R_4 R_5}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 (R_4 + R_5)}}$

A continuación se analizara el caso de que pasa con los polos y ceros del circuito para casos extremos en los valores de  $R_6$  (cortocircuitando la o haciendo que sea un circuito abierto).

#### 1. $R_6 \rightarrow 0$

Tomando el limite en la función transferencia (4), se llega a que:

$$\lim_{R_6 \rightarrow 0} H(s) = -\frac{R_4 s}{R_8 s}$$

Lo que significa que en el caso en el que se cortocircuita  $R_6$  se tiene un polo simple así como un cero simple en el origen. Como el polo y el cero se 'anulan', el circuito se comportaría como un circuito inversor donde la relación entre  $R_4$  y  $R_8$  es la que define la ganancia.

#### 2. $R_6 \rightarrow \infty$

Si se asume que los polos son complejos conjugados (El cual es el caso de interés ya que el circuito se utilizara como un filtro Notch con  $Q_p > \frac{1}{2}$ ). La expresión de los polos cambia a la forma:



$$polos = \left( -\frac{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \sqrt{\frac{R_4(R_5+R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}}{2 R_4 R_7 (R_5+R_8)} \pm j \sqrt{\frac{R_4(R_5+R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8} - \frac{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right)^2}{4 C_6 R_4 R_7^2 (R_5+R_8)}} \right) \sqrt{\frac{R_4(R_5+R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}$$

Si se toman como fijos los valores de todos los componentes menos el de  $R_6$ , se tiene que al aumentar el valor de  $R_6$  la parte imaginaria de los polos crece(en modulo). Como caso contrario, al aumentar el valor de  $R_6$  la parte real de los polos disminuye(también en modulo). Al tomar el valor de  $R_6$  como infinito se llega a:

$$polos_{R_6=\infty} = \left( -\frac{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8 \sqrt{\frac{R_4(R_5+R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}}{2 R_4 R_7 (R_5+R_8)} \pm j \sqrt{\frac{R_4(R_5+R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8} - \frac{C_2 R_1 R_3 R_5 R_8}{4 C_6 R_4 R_7^2 (R_5+R_8)}} \right) \sqrt{\frac{R_4(R_5+R_8)}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_5 R_8}}$$

El hecho de que al tomar valores de  $R_6$  mayores el modulo de la parte imaginaria del polo aumente, mientras que la real disminuya implica que mientras mayor sea el valor de  $R_6$  mayor es la selectividad del circuito ( $Q_p$ ). En la siguiente imagen se muestra la relación entre algunas magnitudes del denominador de una función transferencia de segundo orden que corresponde a un sistema con  $\xi < 1$  (respuesta transitoria sub-amortiguada, polos complejos conjugados):

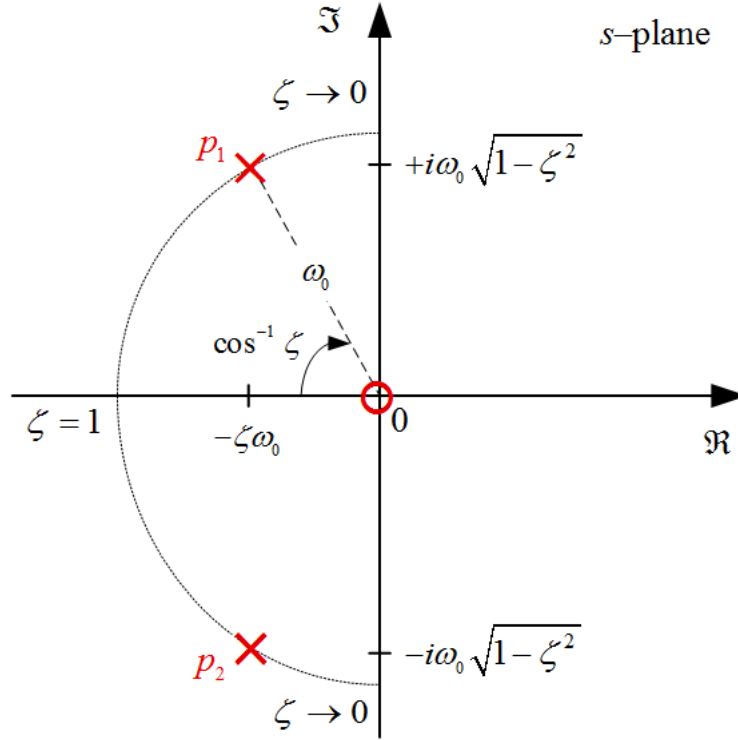


Figura 4: Polos de un sistema de segundo orden con  $\xi < 1$  ( $Q_P > \frac{1}{2}$ )

La figura anterior muestra como al aumentar el ángulo entre el eje real y el vector posición del polo, el  $\xi = \frac{1}{2Q}$  disminuye, lo que equivale a decir que el factor de calidad aumenta.

Para los valores de componentes elegidos de componentes el diagrama de polos y cero es el siguiente:

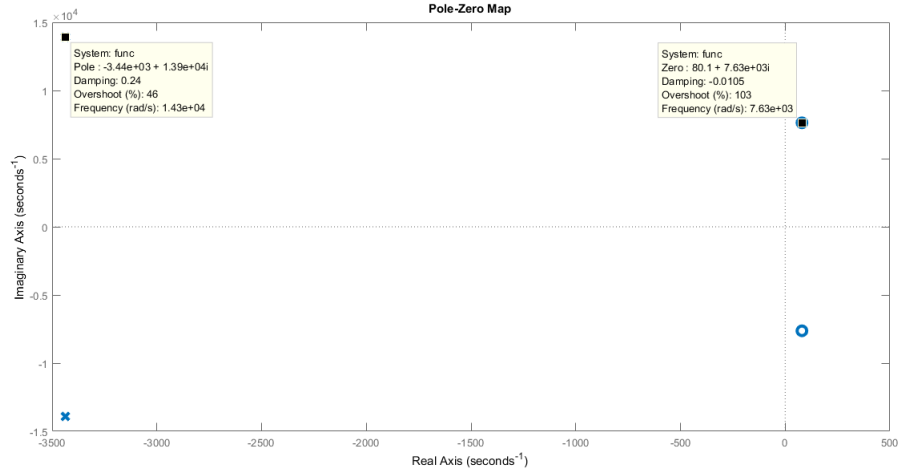


Figura 5: Diagrama de polos y ceros

Como se puede apreciar de la figura, el factor de calidad  $Q_z$  es muy alto ya que la parte real del cero es completamente despreciable frente a la parte imaginaria del mismo. Lo cual es lo que debería pasar en un filtro Notch ya que se desea que el cero de la función de transferencia sea lo más cercano posible a un cero imaginario puro.

#### 1.3.4. Notch Depth

El término 'Notch Depth' hace referencia a la atenuación que produce un filtro Notch sobre la frecuencia de corte ( $\omega_z$ ). A continuación se analizará la función de transferencia de un filtro rechaza banda y se analizará el efecto de las magnitudes que la componen para llegar a conclusiones sobre la notch depth:

$$H(s) = \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + s\frac{\omega_p}{Q} + \omega_p^2} \quad (7)$$

- $\omega_z$  es la frecuencia de corte del filtro y define donde está centrada la banda de rechazo del mismo
- $\omega_p$  determina si el filtro es un 'High Pass Notch' ( $\frac{\omega_z}{\omega_p} < 1$ ), un 'Low Pass Notch' ( $\frac{\omega_z}{\omega_p} > 1$ ), o un Notch común ( $\frac{\omega_z}{\omega_p} = 1$ )
- $Q$  se denomina el factor de calidad del filtro y controla el ancho de la banda de rechazo así como también el valor del Notch depth. Para mayores valores de  $Q$  la banda de rechazo es más estrecha pero de menor Notch Depth, mientras que para valores de  $Q$  bajos la banda de rechazo es más extensa pero de menor Notch Depth.

En un filtro Notch ideal, la frecuencia de corte es un cero de transmisión de la función de transferencia. Sin embargo, en la práctica la atenuación del filtro nunca es infinita y existe una relación entre la ubicación de la frecuencia del polo con respecto a la del cero y la profundidad del notch. A continuación se presentan unos gráficos de un filtro notch con un valor de  $k(\frac{\omega_z}{\omega_p})$  fijo y variando el valor de  $Q$ :

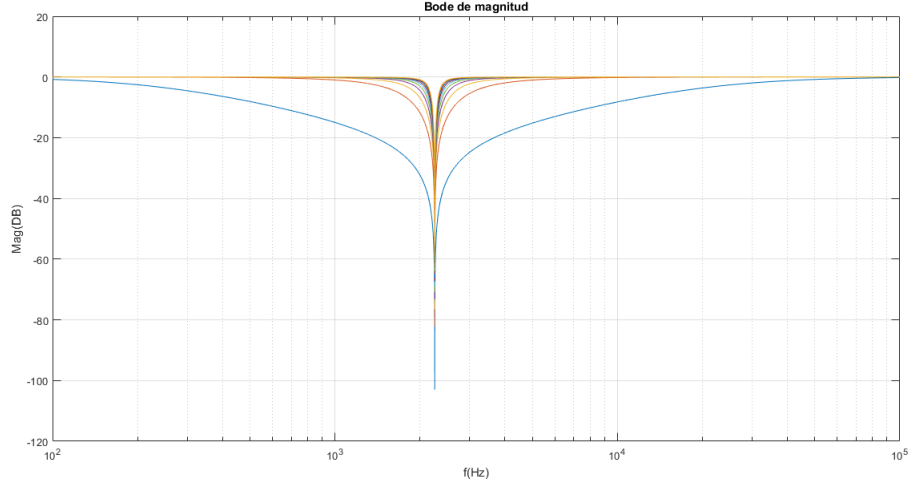


Figura 6: Filtro Notch con  $k=0.99$  y  $Q$ (de 0.1 a 100)

No se puede apreciar del todo en la grafica, pero el notch depth disminuye con el  $Q$ . El mismo comienza en -80 db y disminuye a valores cercanos a -10db para los valores mas alto de  $Q$ .

## 1.4. Elección de los componentes

### 1.4.1. Valores de elementos pasivos

Se eligieron los componentes del circuito con el objetivo de que el mismo funcione como un filtro 'High Pass Notch'. Las exigencias a cumplir se presentan en la siguiente tabla:

$\omega_p(rad/seg)$	$Q$	$ H(\infty) (db)$
13000	2	4

Cuadro 1: Requisitos del filtro

Primero se analizara la exigencia de la ganancia en el infinito, para ello se reescribirá la ecuación (5) de la forma:

$$H(s) = K \frac{\frac{1}{\omega_z^2} + \frac{1}{\omega_z Q_z s} + \frac{1}{s^2}}{\frac{1}{\omega_p^2} + \frac{1}{\omega_p Q_p s} + \frac{1}{s^2}}$$

Si se toma el limite para una frecuencia infinita, los términos con  $s$  dividiendo se anulan y queda:

$$|H(\infty)| = \frac{2k^2}{k^2 + 1} \left(\frac{\omega_p}{\omega_z}\right)^2$$

$$|H(\infty)| = \frac{2}{k^2 + 1}, \quad k^{-1} = \frac{\omega_p}{\omega_z}$$

Por lo que reemplazando por la condición de 4dB(aproximadamente 1.58 en veces), se llega a que:

$$k = 0,5117760144$$

$$k \approx 0,512$$

Para cumplir la primera condición de la tabla se remplace en la expresión obtenida en el marco teórico para  $\omega_p$ :

$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

$$RC = \frac{1}{13000} \frac{seg}{rad}$$

Se probó con varios valores comerciales de capacitores y se llegó a la conclusión que una forma de llegar a valores convenientes de capacitores tanto como de resistencias es fijando  $C=47nf$ . Haciendo dicha selección el valor de  $R$  queda fijado a:

$$R \approx 1637\Omega$$

Utilizando los valores de  $C$ ,  $R$ ,  $k$  y  $Q$  obtenidos que cumplen los requisitos, los valores elegidos mas cercanos a los teóricos fueron:

$$\begin{aligned} R_1 = R_3 = R_8 = 1,5k\Omega, & \quad R_4 = 680\Omega, & \quad R_5 = 1,2k\Omega & \quad R_6 = 3,9k\Omega \\ R_7 = 15k\Omega, & \quad C_2 = C_6 = 47nf \end{aligned}$$

#### 1.4.2. Elección del modelo de amplificador operacional

Para la implementación del circuito se decidió utilizar el modelo de amplificador operacional LM833, a lo largo de esta sección se justificara la elección del modelo. El circuito a implementar debe funcionar como un filtro High Pass Notch con la frecuencia de notch cerca de 1.06kHz, y se desea que luego la ganancia para altas frecuencias quede establecida en 4dB. Se llegó a la conclusión de que la mayor limitación de dicho filtro es el funcionamiento del circuito a altas frecuencias, por lo que los parámetros del amplificador que se consideraron de mayor importancia fueron el slew rate y el BWP del modelo.

El BWP del operacional influye en la decisión ya que el mismo indica la relación entre la ganancia a lazo abierto del operacional y la ubicación del polo dominante del mismo. Para el LM833 el BWP es de un valor típico de 15MHz y un valor mínimo de 10MHz, lo cual es el mayor BWP que se pudo encontrar dentro de los operacionales accesibles. Asimismo de la datasheet se obtuvieron los siguientes parámetros:

- $3,16 \times 10^4 < A_{vol}$
- $A_{vol_{tipico}} = 3,16 \times 10^5$
- $\omega_{otipico} = 298 \frac{rad}{seg}$  (Polo dominante)
- $SlewRate_{tipico} = 7 \frac{V}{\mu seg}$
- $I_{bias_{MAX}} = 1\mu A$
- $v_{offset_{MAX}} = 5mV$

■  $Z_{in} = 175k\Omega$

Las mayores desventajas del amplificador son sus altos valores de corrientes de bias y su baja impedancia de entrada con respecto a otros operacionales. Sin embargo, se considero que dichas desventajas no son de gran interés ya que los valores de resistencias elegidos para el circuito son relativamente bajos (la resistencia mas grande es de  $15k\Omega$ ). Esto significa que las resistencias utilizadas pueden considerarse mucho menores que la impedancia de entrada del operacional, así como también se puede despreciar las caídas en las resistencias debido a las corrientes de bias ya que las mismas no tienen valores lo suficientemente grandes para alterar significativamente el funcionamiento del circuito. En el peor caso se tendría que:

$$I_{bias_{MAX}} R_7 = (1\mu A) \times (15k\Omega) = 15mV$$

Esa seria la peor caída posible asumiendo que la corriente de bias toma su máximo valor posible y que la misma pasa completamente por  $R_7$  que tiene el valor de resistencia mas grande del circuito.

En cuanto al slew rate, se trato de que sea lo mas alto posible para poder tener un mayor rango de tensiones posible a altas frecuencias.

## 1.5. Limitaciones del filtro

### 1.5.1. Slew rate

El slew rate del LM833 es en el peor de los casos de  $5 \frac{V}{\mu s}$ , se realizaron las cuentas para este caso con el objetivo de ver cual es la mayor amplitud posible a la entrada del circuito para frecuencias mayores a los 100kHz, ya que para frecuencias menores a esta el circuito satura antes de que el slew rate sea una limitación. La formula utilizada para encontrar las limitaciones fue la siguiente:

$$SR = A_{max} G_i 2\pi f \quad (8)$$

Donde  $G_i$  es la ganancia ideal que tiene el filtro luego de 10kHz, como se asume que esta se mantiene constante en 4dB entonces  $G_i = 1,585$ . Remplazando por los valores numéricos en (8) y despejando se llega a la ecuación:

$$A_{max} \approx \frac{502100}{f}$$

A continuación se presenta una breve tabla con algunos valores de tensiones máximas permitidas para frecuencias mayores a los 100kHz:

f(kHz)	$A_{max}(V)$
100	5.02
250	2.01
500	1
1000	0.502
5000	0.1

Cuadro 2: Valores máximos de amplitud de entrada

### 1.5.2. Saturación

También se debe tener cuidado de no saturar al operacional con tensiones de entrada muy grandes. El mayor riesgo de saturación es en el sobrepico que sigue a la frecuencia de notch, ya que es el rango de frecuencias de la transferencia en el que hay mayor ganancia. El punto máximo de este sobrepico según las simulaciones en LTSpice es a los 2.5kHz y puede llegar a tener una ganancia de hasta 8.7dB (2.72 veces). De la datasheet del LM833 se obtiene

que en el peor de los casos la salida del operacional puede ser del rango de  $\pm 12V$ , por lo que se tiene que la mayor amplitud posible a la entrada sin saturar la salida es en el peor caso posible de unos  $4.4V$ . Sin embargo, la mayor ganancia medida empíricamente en el sobrepico fue de  $6.7dB$  (La gráfica se encuentra en la sección 1.6), con lo que empíricamente se obtiene que el mayor valor posible de entrada es de  $5.55V$ .

### 1.5.3. Polo dominante

A partir de la simulación en LTSpice, se obtiene que el filtro funciona adecuadamente hasta alrededor de los  $5MHz$  en donde la ganancia sube alrededor de  $1dB$  y luego en  $11MHz$  la ganancia empieza a bajar debido al polo dominante del amplificador operacional.

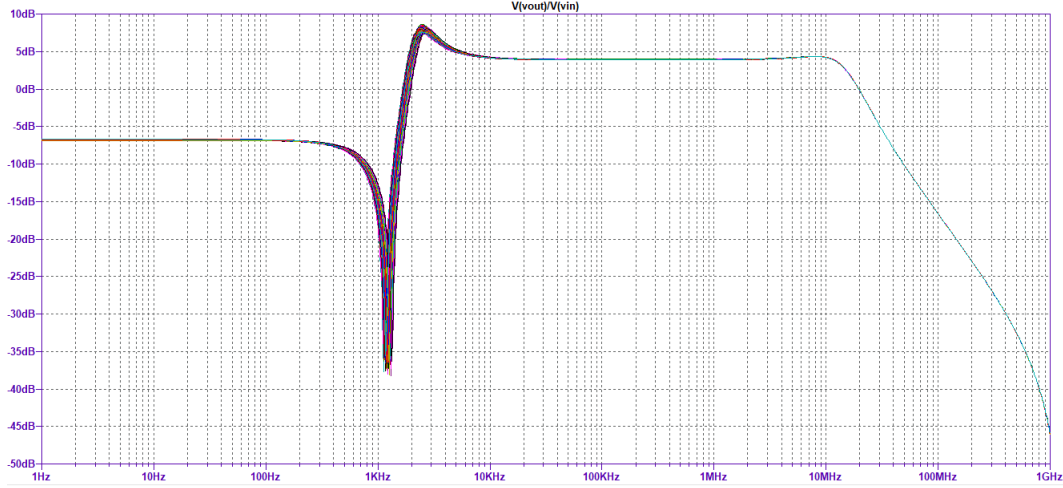


Figura 7: El efecto del polo dominante del LM833

## 1.6. Resultados de las mediciones

A continuación se presentan las gráficas de las mediciones de los distintos parámetros medidos del circuito superpuestos con los obtenidos de las simulaciones de los mismos. La gráfica de la transferencia teórica del filtro se realizó utilizando la expresión (3) con el valor de  $A_{vol}$  de a datasheet del operacional.

### 1.6.1. Respuesta en frecuencia

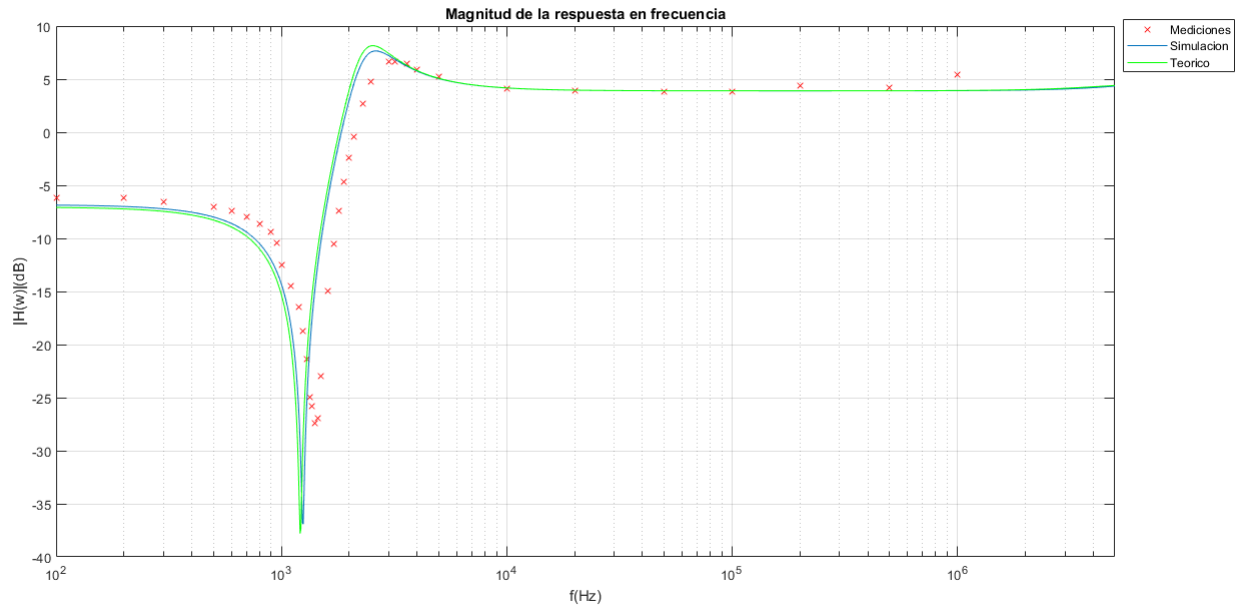


Figura 8: Magnitud de la respuesta en frecuencia del circuito

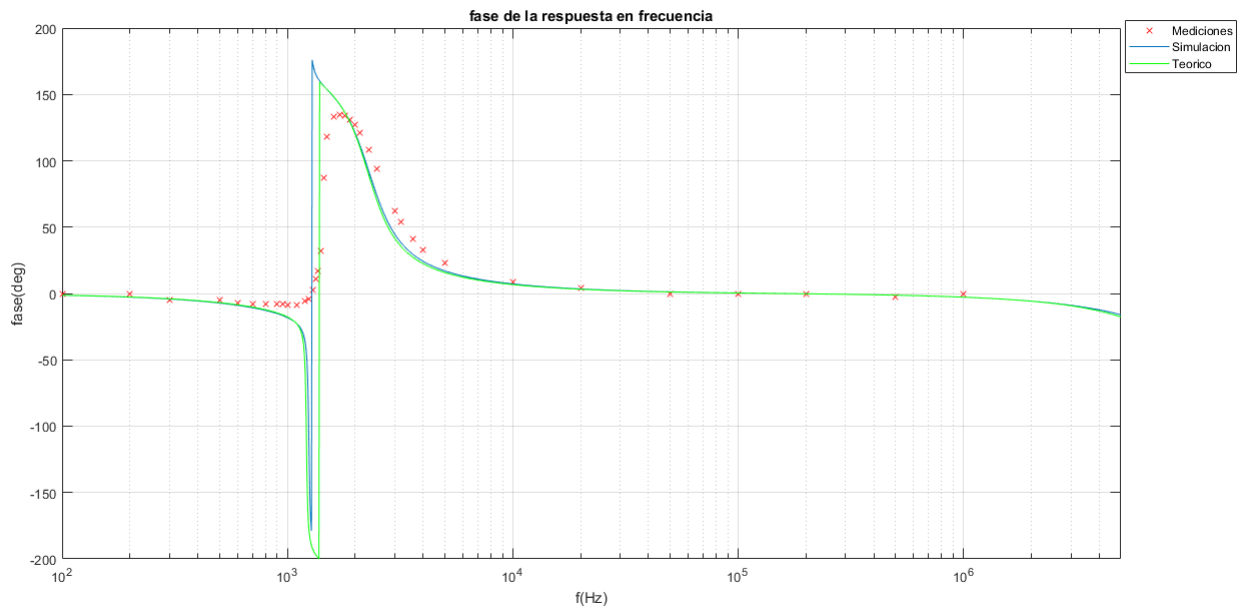


Figura 9: Fase de la respuesta en frecuencia del circuito

1.6.2. Impedancia de entrada

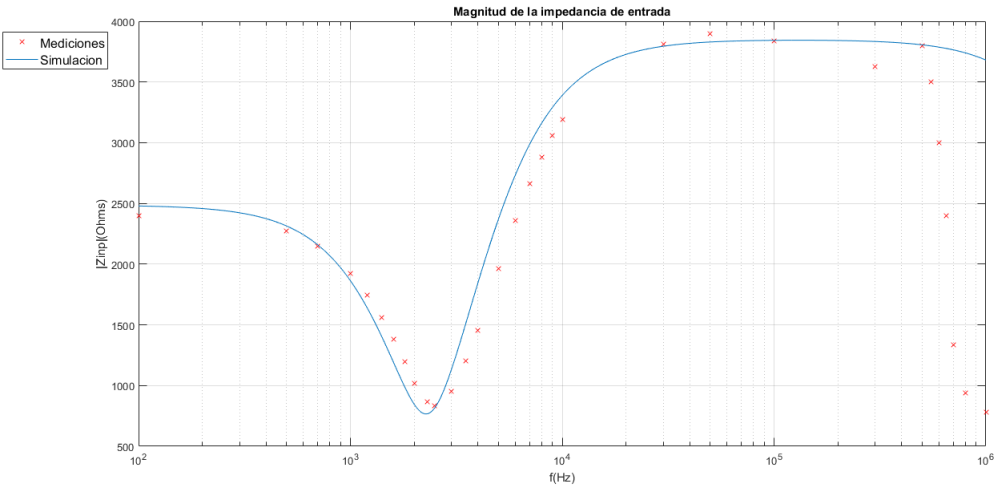


Figura 10: Magnitud de la impedancia de entrada

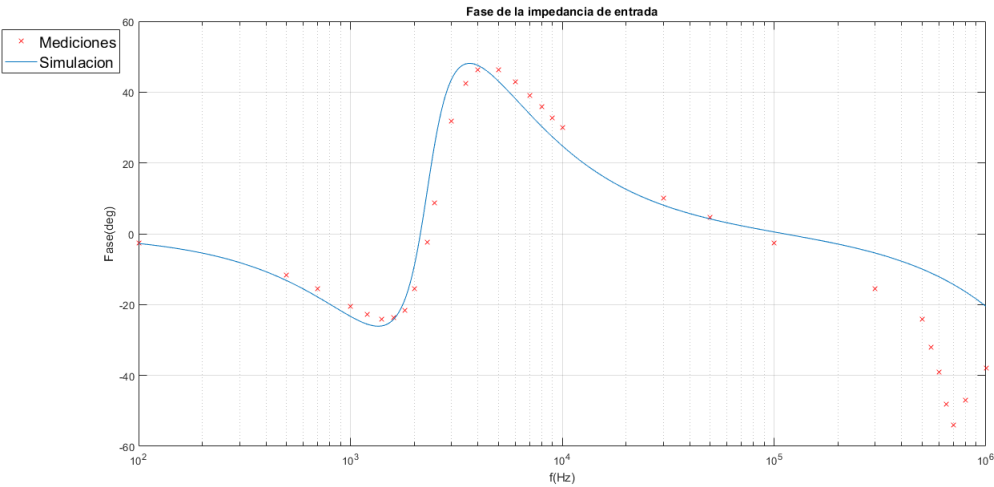


Figura 11: Fase de la impedancia de salida



1.6.3. Impedancia de salida

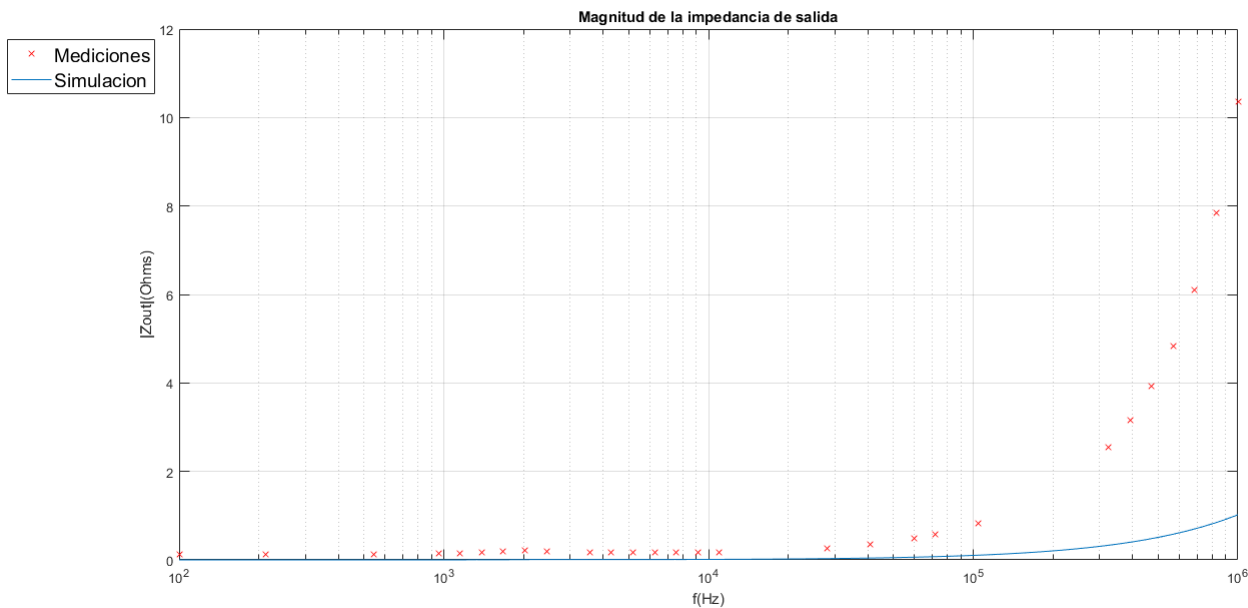


Figura 12: Magnitud de la impedancia de salida del circuito

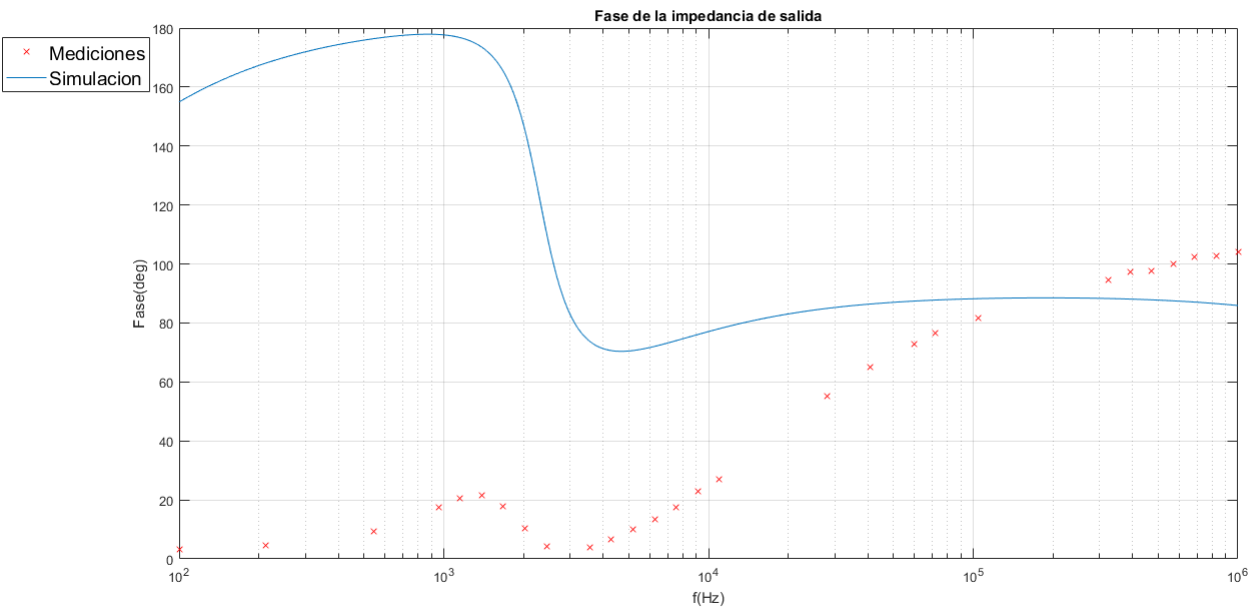


Figura 13: Fase de la impedancia de salida del circuito

## 1.7. Análisis de las mediciones

Se puede ver en las mediciones realizadas que para la frecuencia de 1Mhz las mediciones comienzan a diferir con los resultados simulados. Esta diferencia resulta mas evidente en el caso de las impedancias medidas, las cuales se midieron utilizando un analizador de impedancia, a diferencia de la respuesta en frecuencia que se midió utilizando un osciloscopio. Es posible que en el caso de la respuesta en frecuencia la discrepancia sea causa del efecto que tienen los instrumentos de medición en el circuito.

En la gráfica de respuesta se puede notar que la teoría y la simulación se corresponden casi perfectamente. Sin embargo, hay discrepancias con las mediciones respecto a la ubicación de la frecuencia de notch así como la frecuencia del sobrepico (ambas están corridas levemente hacia la derecha). Las diferencias pueden ser causa de las tolerancias de los componentes que ocasionan que la ubicación de los polos y los ceros sea levemente distinta por lo que la gráfica tiene la misma forma que la simulada pero esta corrida. La medición de la notch depth difiere considerablemente de la simulación, lo cual era de esperarse ya que la medición de la misma tiene complicaciones debido a que la frecuencia que se desea medir esta fuertemente atenuada (entre 60 y 70 veces) por lo que el ruido y la interferencia dificultan considerablemente la medición. En especial, se considera problemática la medición de la notch depth debido a que el filtro es un pasa-altos, por lo que además de que se atenua fuertemente la frecuencia que se quiere medir, la señal de entrada del generador no es una senoidal perfecta por lo que sus armónicos son amplificados e interfieren con la forma de onda a la salida, la cual deja de ser una senoidal.

En cuanto a la impedancia de salida, se puede ver que la misma es despreciable en todo el rango de funcionamiento, ya que el mayor valor que adquiere es cercano a los  $10\Omega$ . La mayor discrepancia es en la medición de la fase de la impedancia de salida, es posible que esto se deba al valor tan pequeño de la magnitud de la impedancia, ya que a medida que aumenta la frecuencia y la magnitud de la impedancia se aleja del 0 las mediciones de la fase comienzan a tomar valores mas cercanos a los de la simulación.

## 1.8. Conclusiones

Es importante en el diseño de filtros que utilizan uno o varios GICs tener en cuenta las limitaciones y parámetros característicos de los operacionales a utilizar. Asimismo, en el caso de medir un filtro notch se debe prestar atención a la forma de onda a la salida del circuito para frecuencias cercanas a la de corte.

## 2. Diseño de Filtros

A continuación se propondrá el diseño de diferentes circuitos que actúen como filtro de frecuencias para las señales de excitación de los mismos. Cada uno de estos circuitos conforman un cuadripolo, cuya entrada es la señal de excitación y la salida es la señal de entrada filtrada según la frecuencia. Por esto, a los cuadripolos en cuestión también se los llama “filtros”.

### 2.1. Plantillas y Circuitos Propuestos

Los filtros a realizar son cuatro, los cuales deben cumplir con una plantilla (una para cada filtro) que se especifica a continuación:

Tipo de Filtro	Fpaso (Hz)	Fatenuación (Hz)	Fcorte (Hz)
Pasa Alto	5000	17500	-
Pasa Bajo	3000	10500	-
Pasa Banda	-	-	6000
Rechaza Banda	.	.	5000

Cuadro 3: Plantillas de Filtros

Otras especificaciones para el filtro pasa alto y para el pasa bajo son:

Para el filtro pasa alto, se requiere que para frecuencias a menores a la frecuencia de paso, la ganancia sea entre “-3 dB” y “0dB”, mientras que para la frecuencia de atenuación en adelante, la ganancia debe ser menor a “-10dB”. Además, para frecuencia tendiendo a cero, la ganancia debe ser de 0dB.

En cuanto al filtro pasa alto, la ganancia en frecuencias menores a la de atenuación debe ser menor a -10dB mientras que para frecuencias mayores a la de paso la ganancia debe ser mayor a -3dB y no superar 0dB. Por último, para frecuencias tendiendo a “ $\infty$ ” en el pasa altos, la ganancia debe tender a 0dB.

Para diseñar circuitos que cumplan con estos requerimientos, se procederá a analizar las diferentes señales de tensión que pueden ser medidas en un circuito “RLC serie”.

A continuación se presenta una imagen que presenta un circuito RLC serie y algunas señales de salida (caída de tensión) que pueden ser de interés.

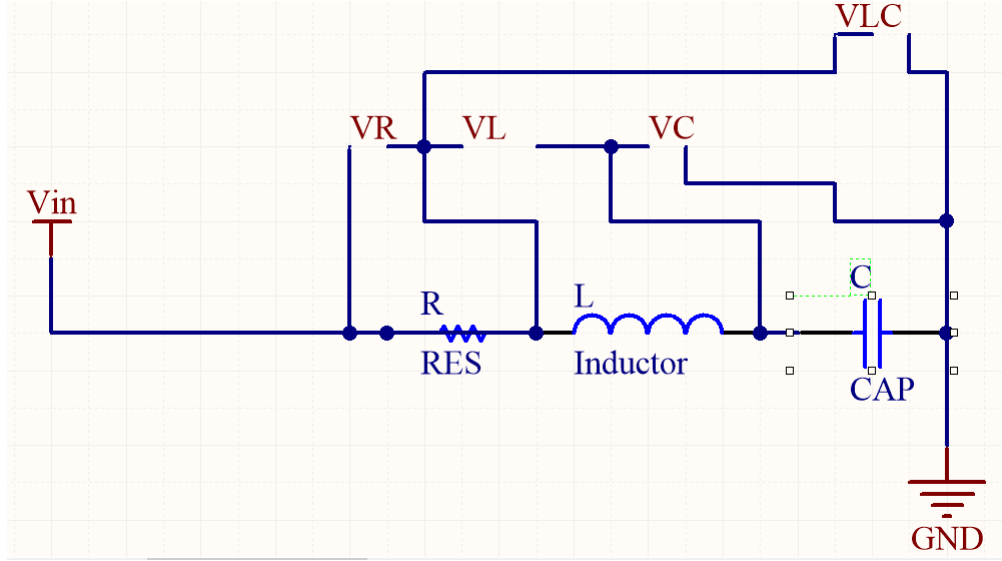


Figura 14: RLC serie - Puntos de Medición Relevantes

### 2.1.1. Funciones de Transferencia

Según el punto del circuito en el cual se tome la señal de salida del sistema se obtendrán distintas funciones transferencia, las cuales se presentan a continuación:

La función transferencia del filtro “pasa altos”, al tomar la caída de tensión en la bobina como salida se puede calcular de la siguiente manera:

$$V_L = V_i \frac{sL}{sL + \frac{1}{sC} + R} \Rightarrow H_{HP}(s) = \frac{V_L}{V_i} = \frac{s^2 LC}{s^2 LC + sRC + 1} \quad (s = j\omega)$$

De esta manera se logra obtener un cero doble en el numerador el cual puede adecuarse para atenuar las frecuencias bajas y luego ser estabilizado por el denominador de la transferencia.

Otra manera de ver que este circuito conforma un pasa altos con la tensión de la bobina como salida, es analizar lo que ocurre en casos extremos. Es decir, para frecuencias bajas, la bobina se comporta como un corto circuito mientras que el capacitor se mantiene como una llave abierta. Esto conlleva a que la señal de salida a frecuencias bajas sea nula (a este fenómeno se lo suele llamar cero de transmisión doble en altas frecuencias ya que la señal se anula a frecuencias elevadas por dos motivos, tanto por comportamiento de la bobina como por efecto del capacitor). Por otro lado, a frecuencias altas el capacitor se comporta como un cable y la bobina como una llave abierta, por ende si la frecuencia es lo suficientemente alta se obtiene una señal de salida igual a la de entrada.

Para el caso del filtro pasa bajos, se puede tomar la salida como la caída de tensión en el capacitor:

$$V_C = V_i \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + sL + R} \Rightarrow H_{LP}(s) = \frac{V_C}{V_i} = \frac{1}{s^2 LC + sRC + 1} \quad (\text{cero de transmisión a frecuencia baja})$$

En cuanto al filtro pasa banda, se toma la salida como la caída de tensión en la resistencia:

$$V_R = V_i \frac{R}{R + sL + \frac{1}{sC}} \Rightarrow H_{BP}(s) = \frac{V_R}{V_i} = \frac{sRC}{s^2 LC + sRC + 1} \quad (\text{cero de transmisión a frecuencias altas y también a frecuencias bajas})$$

Por último, para la función transferencia del rechaza banda, tomando la salida como la caída de tensión del conjunto capacitor en serie con la bobina se puede plantear lo siguiente:

$$V_{LC} = V_i \frac{sL + \frac{1}{sC}}{sL + \frac{1}{sC} + R} \Rightarrow H_{BR}(s) = \frac{V_{LC}}{V_i} = \frac{s^2 LC + 1}{s^2 LC + sRC + 1} \quad (\text{cero de transmisión a frecuencia intermedia debido a la resonancia LC})$$

Sin embargo, este análisis supone que la bobina no tiene resistencia interna. Para tener en cuenta esta resistencia ( $R_{coil}$ ), se debe reemplazar la impedancia  $sL$  del inductor por la expresión  $sL + R_{coil}$ .

Por ende las funciones transferencias que se obtienen con este último enfoque son las siguientes:

$$\begin{cases} H_{HP}(s) = \frac{s \frac{L}{R_{coil}} \cdot s C R_{coil}}{s^2 LC + s(R + R_{coil})C + 1} & (1) \\ H_{LP}(s) = \frac{1}{s^2 LC + s(R + R_{coil})C + 1} & (2) \\ H_{BP}(s) = \frac{s RC}{s^2 LC + s(R + R_{coil})C + 1} & (3) \\ H_{BR}(s) = \frac{s^2 LC + s C R_{coil} + 1}{s^2 LC + s(R + R_{coil})C + 1} & (4) \end{cases}$$

## 2.2. Bobina vs Gyrator

Para el diseño de los filtros planteados se requiere de una bobina en el circuito. Lo que se planteará a continuación será proponer el uso de un componente que reemplace la bobina y así evitar algunos de los problemas que puede conllevar el uso de la bobina como inductor.

El nuevo componente para reemplazar la bobina es llamado “gyrator” (o girador) y en realidad no es un componente, si no que es un circuito que utiliza un capacitor para obtener una impedancia de entrada al circuito con características inductivas para ciertas condiciones de trabajo. El hecho de utilizar un capacitor para simular un comportamiento inductivo se puede asociar al origen del nombre de “girador” al nuevo componente. A continuación se presenta el esquema del gyrator con amplificador operacional a utilizar a lo largo del artículo:

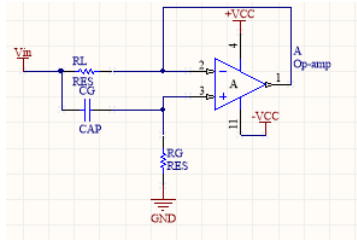


Figura 15: Gyrator

### 2.2.1. Impedancia de Entrada del Gyrator - Análisis Teórico

El análisis teórico de la impedancia de entrada del gyrator puede realizarse mediante dos enfoques. Uno de ellos se realiza con op-amp ideal, mientras que el otro tiene en cuenta el modelo de op-amp con polo dominante.

Con op-amp ideal se puede plantear:

$$\begin{cases} V_o = (V^+ - V^-) \cdot A_v = V^- & (a) \\ I = \frac{V_{in} - V^-}{R_L} + \frac{V^+}{R_G} & (b) \\ (V_{in} - V^+) \cdot s C_G = \frac{V^+}{R} & (c) \end{cases}$$

Luego, despejando  $V^-$  de (a) para reemplazar en (b) y luego despejando  $V^+$  de (c) para nuevamente reemplazar en (b), resulta la siguiente expresión:

$Z_{input} = \frac{V_{in}}{I} = \frac{s R_G C_G R_L + R_L}{s R_G C_G (1 - K) + s R_L C_G + 1}$  siendo  $K = \frac{A_v}{A_v + 1}$ . Esta expresión de la impedancia de entrada del gyrator es la más general del análisis.

Considerando  $A_v$  constante, para un op-amp ideal se tiene entonces que  $K \approx 1$ . Por lo tanto:

$$Z_{input} \approx \frac{s R_G C_G + R_L}{s R_L C_G + 1}$$

Con lo cual, si se cumple la condición de que  $s R_L C_G \ll 1 \Rightarrow [Z_{input} \approx s R_G C_G + R_L]$

En esta expresión se puede apreciar que el gyrator, bajo las condiciones impuestas, presenta una impedancia de entrada característica de una bobina con su comportamiento inductivo ( $L = R_G C_G$ ) y su resistencia interna ( $R_L$ ) en serie.

Si se profundiza más en este análisis y se considera un polo dominante del operacional en la frecuencia “ $f_p$ ” de tal manera que  $A_v = \frac{A_o}{\frac{s}{2\pi f_p} + 1}$  ( $A_o$  constante adimensional, del orden de  $10^5$ ) se debería desarrollar entonces la siguiente expresión:

$$K = \frac{A_v}{A_v + 1} = \frac{A_o}{\frac{s}{2\pi f p} + 1} \cdot \frac{1}{\frac{s}{2\pi f p} + 1} = \frac{A_o}{\frac{s}{2\pi f p} + 1 + A_o} \approx \frac{A_o}{\frac{s}{2\pi f p} + A_o} = \frac{1}{\frac{s}{A_o 2\pi f p} + 1} = \frac{1}{\frac{s}{GBP} + 1}; (GBP = A_o \cdot 2\pi f p)$$

Debese notar que a frecuencias bajas ( $\frac{f}{A_o f p} \ll 1$ ) la expresión de "K" se reduce a la ideal, sin embargo a medida que se eleva la frecuencia de trabajo el comportamiento de la impedancia del gyrator ya no se adecúa al de una bobina. Aún más, en el caso extremo en el cual  $f \rightarrow \infty$  sucede que  $K \rightarrow 0$ , luego  $\lim_{f \rightarrow \infty} Z_{input} = \frac{R_G R_L}{R_L + R_G}$

Este resultado analítico tiene sentido ya que coincide con el paralelo entre  $R_G$  y  $R_L$ , el cual se puede observar si se considera que la resistencia de entrada del operacional es relativamente "muy" grande, la impedancia de salida del mismo op-amp es nula y además que el capacitor a altas frecuencias se comporta como un cable.

Además, generalmente para poder obtener inductancias apreciables en frecuencias no demasiado altas es necesario que  $R_G$  tome un valor elevado para poder contrarrestar el valor de  $C_G$  que suele ser del orden de los nano faradios (para que el valor del capacitor no sea comparable al de capacitancias parásitas), mientras que  $R_L$  suele ser un valor pequeño simulando una resistencia interna de la bobina favorable. Esto produce que el paralelo entre  $R_G$  y  $R_L$  se pueda estimar directamente por  $R_L$ . Con lo cual, a altas frecuencias la impedancia de entrada de la bobina que simula el gyrator es  $R_L$  lo que indica que la parte inductiva se convirtió en un cable, caso contrario a una bobina real que a frecuencias elevadas se comporta como una llave abierta.

Por ultimo, es importante aclarar que este análisis se realizó estableciendo una referencia a tierra del gyrator mediante la resistencia  $R_G$ , caso contrario hubiera cambiado algunos aspectos del análisis.

### 2.2.2. Impedancia de Entrada del Gyrator - Simulación vs Modelo Teórico

A continuación se expondrán los resultados de las simulaciones en LTspice de la respuesta en frecuencia para la impedancia de una bobina ideal en serie con una resistencia y también para un gyrator (se simulará para el mismo gyrator que se utilizará en los filtros). Este resultados se presentan a continuación en forma de gráfico, superponiendo a estos el gráfico resultante del modelo analítico:

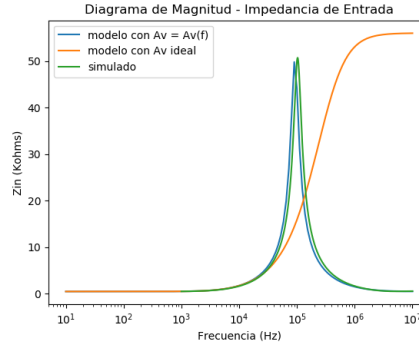


Figura 16: Impedancia de Entrada - LTspice vs Modelo Teórico - Magnitud

En el gráfico de magnitud de la impedancia se puede notar como esta aumenta con la frecuencia de la forma que lo hace una bobina pero para el modelo con  $A_v$  dependiente de la frecuencia existe una frecuencia crítica a la cual se alcanza un máximo y luego empieza a decaer, tendiendo a la magnitud que se tenía a frecuencias bajas (este resultado también se respalda con la simulación). Para el modelo con  $A_v$  ideal la magnitud se incrementa pero igualmente se puede notar como tiende a estabilizarse, lo cual tiene sentido debido a que el término  $j\omega R_L C_G$  (que se encuentra en el denominador de la expresión de la impedancia de entrada) deja de ser despreciable y la impedancia tiene a  $R_G$  para frecuencias altas. De todas maneras,  $R_G$  presenta un valor relativamente elevado.

En cuanto a la fase, para ambos modelos se puede notar el comportamiento inductivo hasta cierta frecuencia. Luego, con  $A_v$  ideal se tiende a un comportamiento resistivo (lo cual coincide a lo que se describió para la magnitud), mientras que en el modelo de polo dominante se observa un desfase abrupto hacia las fase negativas (comportamiento capacitivo) y recién desde esas frecuencias negativas la fase vuelve a tender a cero (comportamiento resistivo).

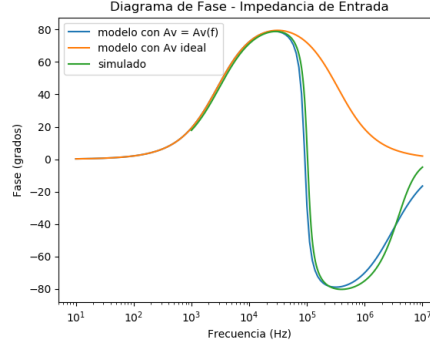


Figura 17: Impedancia de Entrada - LTspice vs Modelo Teórico - Fase

### 2.2.3. Desventaja de la Bobina

Hasta aquí se ha analizado el gyrator para poder reemplazar la bobina, pero no se ha analizado en profundidad la necesidad de este reemplazo. Para evidenciar esto se puede especificar varias desventajas de la bobina como la distorsión armónica que presentan los materiales ferromagnéticos debido a sus comportamientos alineales o la tendencia de las bobinas a funcionar como antenas que inducen señales electromagnéticas, pero principalmente el tamaño de las bobinas, sobre todo para su uso en bajas frecuencias, no es compatible con la tecnología miniaturizada (por ejemplo para circuitos integrados). Según la inductancia que se requiera, el peso de la bobina, su tamaño y su resistencia asociada pueden llegar a tomar valores elevados lo cual no es deseable. De aquí la necesidad del gyrator.

## 2.3. Diseño y Materialización de los Filtros

A continuación se desarrollaran los criterios abordados para la disposición de los componentes para cada filtro, y luego se detallará la elección de los valores de cada componente para la obtención de los resultados deseados.

### 2.3.1. Disposiciones Convenientes a la Medición

Como se ha mencionado, para todos los filtros se ha decidido implementar el circuito “RLC serie”, pero además es importante en el diseño tener en cuenta que se pueda medir la salida con algún instrumento. Con respecto a los cuatro casos a diseñar, se tendrá en cuenta la salida para ser medida con un osciloscopio, por lo tanto existe el requerimiento de que el componente sobre el cual se mida la salida este referido a tierra. Esto último no traería inconvenientes si se trabajara con los tres elementos básicos convencionales (resistencia, capacitor, bobina) ya que cualquiera de ellos pueden ser referidos a tierra sin cambiar el comportamiento del circuito. Sin embargo, al trabajar con un gyrator es importante que este se encuentre referido a tierra para que se mantenga la validez del análisis realizado para su impedancia de entrada., por ende, pueden existir dificultades para medir los filtros que requieran que sea el capacitor (para el pasa bajo) o la resistencia (para el pasa banda) los elementos que están referidos a tierra por el hecho de que el osciloscopio debe medir la caída sobre estos componentes.

Con el objetivo de solucionar este problema (solo para el filtro pasa bajo y pasa banda), se plantea la posibilidad de disponer al gyrator en el circuito de manera que su original puesta a tierra se coloque junto a la fuente de excitación (fuente de tensión). Con esto se logra la posibilidad de plantear un nuevo análisis pero que se basa en el análisis realizado anteriormente para la impedancia de entrada del gyrator. El nuevo análisis es el siguiente:

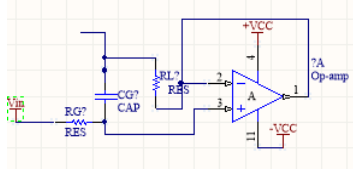


Figura 18: Gyrator con Referencia en la Fuente de Excitation

A partir de la figura mostrada, si se quiere plantear la función transferencia  $\frac{V_o}{V_i}$  se puede plantear un equivalente de Thevenin para el conjunto “fuente-gyrator” suponiendo que el operacional se encuentra en su zona lineal de trabajo. Luego, para hallar  $Z_{th}$  (impedancia equivalente de Thevenin) se procede a pasivar la fuente de excitación (de tensión) cortocircuitando la misma. Al hacer esto, el gyrator queda referenciado a tierra y resulta que  $Z_{th} = Z_{in/gyrator}$ , lo cual ya se ha calculado anteriormente.

Por otro lado, para calcular  $V_{th}$  se plantea la tensión equivalente entre los bornes de salida del gyrator:

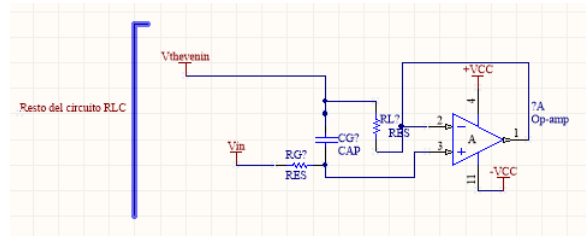


Figura 19: Calculo de Tension de Thevenin

Luego:

$$(V^+ - V_{th})sC_G = \frac{(V_{th} - V^-)}{R_L}$$

$$\text{considerando } V^+ = V^- \Rightarrow (V^- - V_{th})sC_G = \frac{(V_{th} - V^-)}{R_L}$$

$$\Rightarrow V_{th}(sC_G + \frac{1}{R_L}) = V^-(sC_G + \frac{1}{R_L}) \Rightarrow V_{th} = V^- = V^+$$

$$\Rightarrow I = 0 \Rightarrow [V_{th} = V_{in}]$$

Finalmente, se pueden calcular las funciones transferencias y se llegará al mismo resultado que se había arribado anteriormente (con el gyrator puesto a tierra).

### 2.3.2. Operacional Para el Gyrator

En cuanto al integrado utilizado para el armado del gyrator de cada filtro, se eligió el modelo “TL084”, el cual además de ser útil por proveer cuatro operacionales también posee una impedancia de entrada de  $10^{12}\Omega$  y un  $GBP$  de  $3MHz$ , lo cual permite evitar mejor las alinealidades en comparación a otros modelos.

Es importante aclarar que las especificaciones mencionadas extraídas de la hoja de datos del componente, pero en la práctica estos parámetros suelen variar en un entorno relativamente cercano pero no exactamente el mismo, lo cual puede dar como consecuencia pequeñas diferencias entre las mediciones de un circuito que utiliza el integrado real y una simulación que implemente los valores que brinda la hoja de datos.

### 2.3.3. Diseño de Pasa Alto

Para construir el filtro pasa alto se eligieron los siguientes componentes con valores comerciales:

$$C_G = 1nF$$

$$R_G = 56K\Omega$$

$$R_L = 470\Omega$$



$$\Rightarrow L \approx 26mH$$

$$C = 10nF$$

$$R = 2,37K\Omega$$

Para elegir los componentes que conforman el gyrator, se tuvieron en cuenta tres factores:

$$2\pi f R_L C_G \ll 1 \text{ para frecuencias menores a } 100KHz$$

$R_L$  del orden de los Ohms para no disminuir significativamente el factor de calidad de la bobina resultante.

$L$  del orden los mili Henry para luego obtener valores de  $C$  y  $R$  en el orden de los nano Faradios y kilo Ohms

Además, con esta elección de componentes se obtuvo:

$$R_L C \ll 1 \text{ (garantiza atenuación para frecuencias bajas)}$$

$$\xi = \frac{R_L + R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \approx 0,88 > \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (garantiza no tener sobre picos, para que la salida no supere la entrada)}$$

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 10KHz$$

#### 2.3.4. Diseño de Pasa Bajo

Los valores de los componentes elegidos para el filtro pasa bajos son los siguientes:

$$C_G = 1nF$$

$$R_G = 56K\Omega$$

$$R_L = 470\Omega$$

$$\Rightarrow L \approx 26mH$$

$$C = 39nF$$

$$R = 680\Omega$$

Algunas consideraciones relevantes fueron:

$$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (para evitar sobrepicos)}$$

$$\left(\frac{1}{2\pi LC} \approx 5KHz\right)$$

#### 2.3.5. Diseño de Pasa Banda

Para el filtro pasa banda se utilizaron los siguientes componentes:

$$C_G = 1nF$$

$$R_G = 560K\Omega$$

$$R_L = 47\Omega$$

$$\Rightarrow L \approx 26mH$$

$$C = 39nF$$

$$R = 1,2K\Omega$$

$$\left(\frac{1}{2\pi LC} \approx 5KHz\right)$$

#### 2.3.6. Diseño de Rechaza Banda

Para el rechaza banda se utilizaron los siguientes componentes:

$$C_G = 1nF$$

$$R_G = 560K\Omega$$

$$R_L = 470\Omega$$

$$\Rightarrow L \approx 26mH$$

$$C = 39nF$$

$$R = 2,37K\Omega$$

$$\left(\frac{1}{2\pi LC} \approx 5KHz\right)$$

## 2.4. Resultados Obtenidos

Una vez terminado el diseño y materialización del circuito, se procede a medir para corroborar su funcionamiento. A continuación se presentan los resultados obtenidos de las mediciones, superpuestos estos resultados con lo que se obtuvo al realizar las simulaciones en LTspice y mediante el análisis teórico. Vale aclarar que para los gráficos del análisis teórico se utilizaron las expresiones (1), (2), (3), (4) de la sección de funciones transferencia.

### 2.4.1. Pasa Altos - Resultados

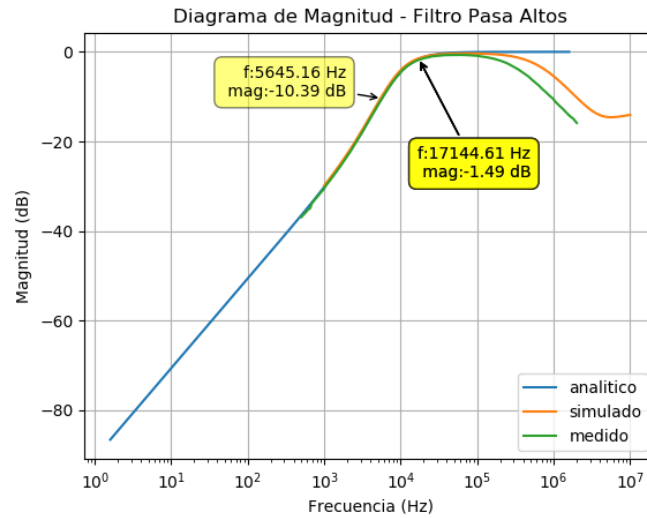


Figura 20: Filtro Pasa Altos - Diagrama de Bode - Magnitud

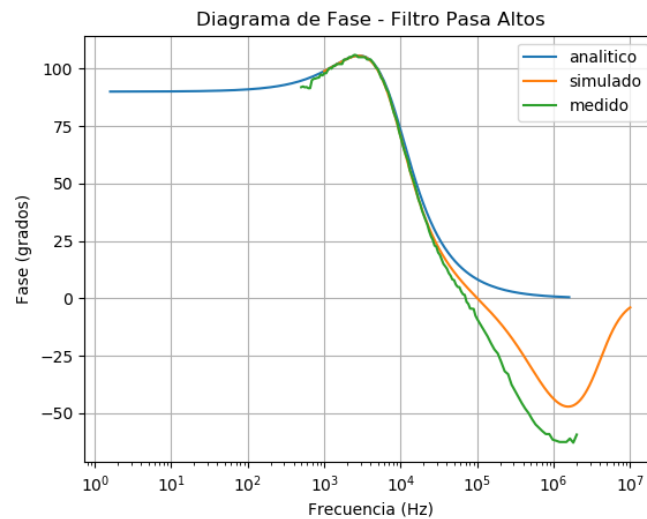


Figura 21: Filtro Pasa Altos - Diagrama de Bode - Fase

2.4.2. Pasa Bajos - Resultados

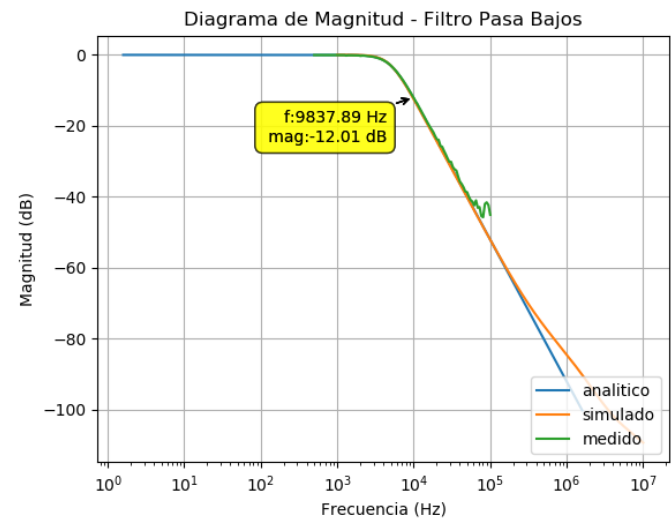


Figura 22: Filtro Pasa Bajos - Diagrama de Bode - Magnitud

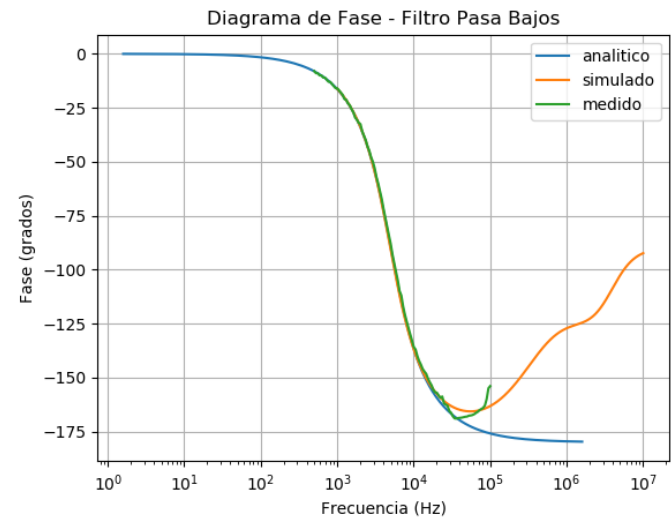


Figura 23: Filtro Pasa Bajos - Diagrama de Bode - Fase

2.4.3. Pasa Banda - Resultados

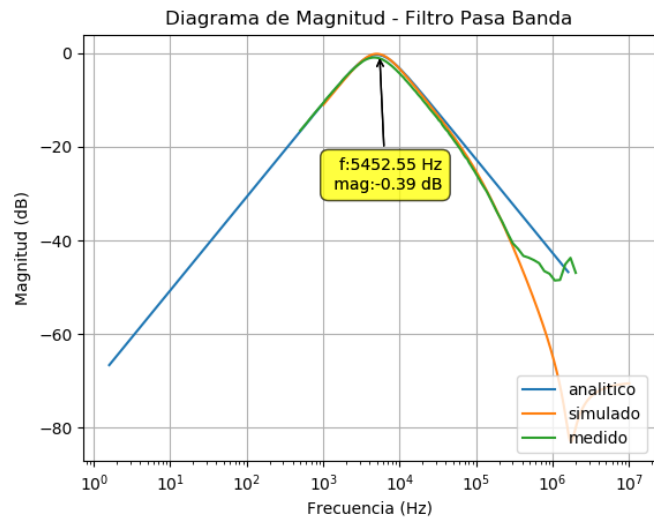


Figura 24: Filtro Pasa Banda - Diagrama de Bode - Magnitud

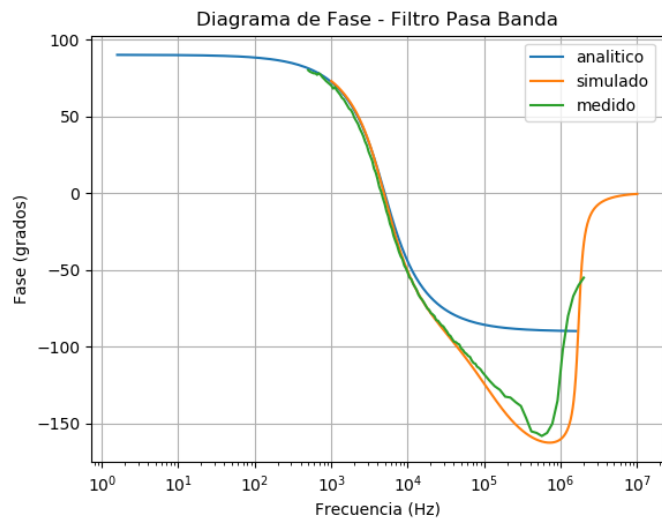


Figura 25: Filtro Pasa Banda - Diagrama de Bode - Fase

#### 2.4.4. Rechaza Banda - Resultados

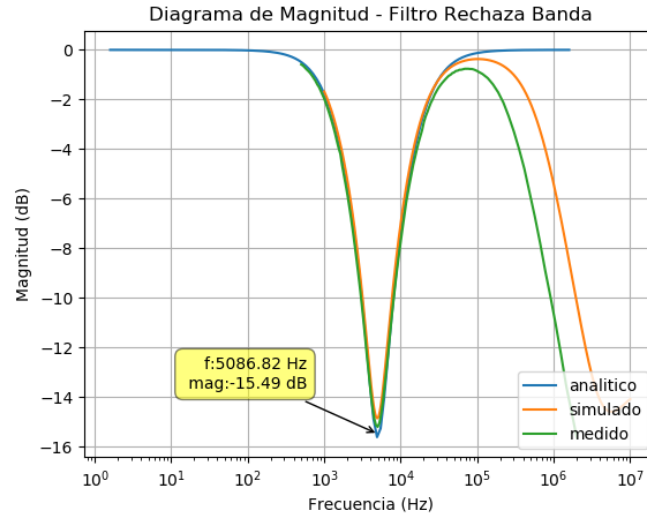


Figura 26: Filtro Rechaza Banda - Diagrama de Bode - Magnitud

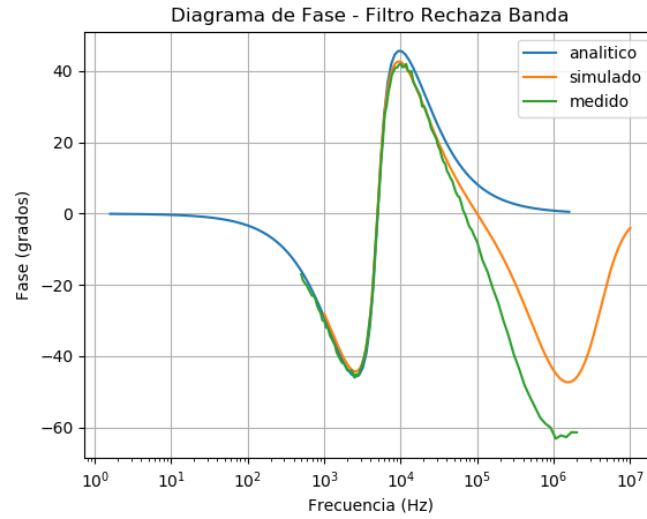


Figura 27: Filtro Rechaza Banda - Diagrama de Bode - Fase

### 2.5. Análisis de Resultados

Los resultados obtenidos presentan en general discrepancias entre el modelo analítico y las mediciones, mientras que las mediciones coinciden con la forma de respuesta que indican las simulaciones de LTspice. A continuación se analizan distintos factores relevantes con respecto a estos resultados.

### 2.5.1. Magnitud Según Frecuencia de Trabajo

Según los resultados obtenidos, se puede afirmar que para frecuencias bajas y medias (menores a 100KHz) los filtros cumplen con las plantillas especificadas. En cuanto a las frecuencias altas, el comportamiento de la impedancia de entrada del gyrator, sumado a el efecto del polo dominante del operacional, provocaron discrepancias entre el modelo analítico y los resultados experimentales de los filtros. Se puede notar tanto para el filtro pasa altos como para el rechaza banda que a frecuencias altas la magnitud de la salida no tiende a igualar la entrada (0 dB) sino que decrece. Este resultado medido coincide con las simulaciones según lo muestran los gráficos, pero también se puede predecir analíticamente teniendo en cuenta lo siguiente:

$$\text{Por ejemplo, para el pasa altos } H(s) = \frac{Z_{Gy\text{rator}}}{Z_{Gy\text{rator}} + R + \frac{1}{sC}} = \frac{sCZ_{Gy\text{rator}}}{sCZ_{gy\text{rator}} + sRC + 1}.$$

Luego, para frecuencias elevadas ( $s \rightarrow \infty$ ) se tiene que  $Z_{Gy\text{rator}} \rightarrow (R_G // R_L) = R_{//}$ , entonces  $H(s) \rightarrow \frac{R_{//}}{R_{//} + R}$

En decibels se obtiene:

$$M = 20\log\left(\frac{R_{//}}{R_{//} + R}\right) \approx -16\text{dB}, \text{ siendo "M" la magnitud de establecimiento a frecuencias altas.}$$

Sin embargo, este efecto no impide el cumplimiento de la plantilla para el caso del filtro pasa bajos y el filtro pasa banda, los cuales deben presentar atenuaciones elevadas a frecuencias altas.

Como aspecto a mejorar, para el filtro pasa alto por ejemplo, se podría plantear un diseño para el cual la magnitud de establecimiento a altas frecuencias se encuentre entre -3dB y 0dB provocada por una relación entre  $R_{//}$  y  $R$  adecuado.

$$\text{Más aún, nótese que si } R = \frac{R_{//}}{4} \text{ se logra que } M = 20\log\left(\frac{R_{//}}{R_{//} + \frac{R_{//}}{4}}\right) = 20\log\left(\frac{1}{1,25}\right) \approx -1,94\text{dB}.$$

Para mostrar la posible realización de esta mejora se presenta la simulación en LTspice de un diseño del circuito con los siguientes valores de componentes:

$$C_G = 100\text{pF}$$

$$R_G = 30\text{K}\Omega$$

$$R_L = 3\text{K}\Omega$$

$$\Rightarrow L \approx 9\text{mH}$$

$$C = 3,3\text{nF}$$

$$R = 750\Omega$$

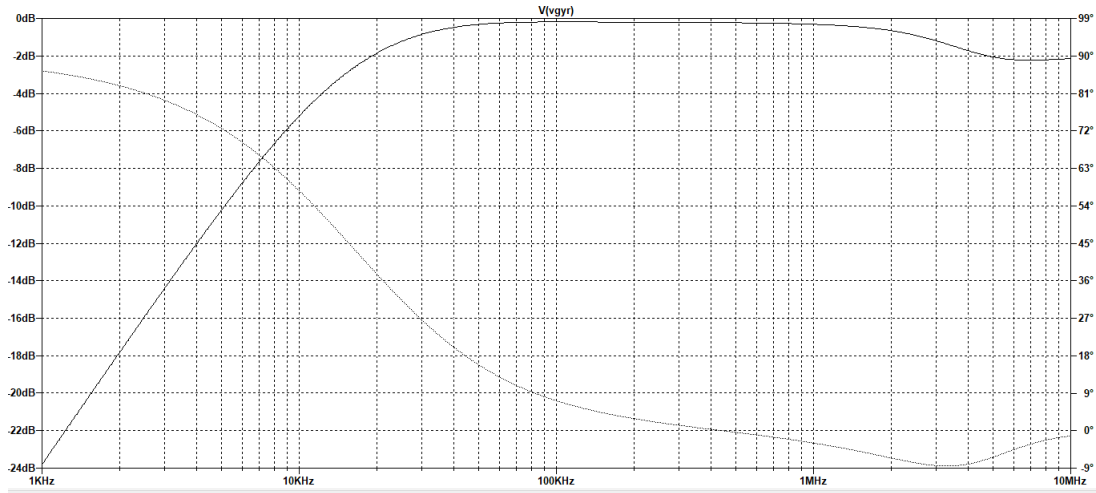


Figura 28: Simulación LTspice - Filtro Pasa Altos - Tentativa Mejora

### 2.5.2. Efecto de Resistencia Interna de Bobina

Otro aspecto a analizar, es la resistencia  $R_L$  del gyrator, que simula la resistencia en serie a una bobina. El efecto de esta resistencia es notable en el caso del filtro rechaza banda ya que limita la atenuación en la frecuencia de resonancia (o frecuencia de “notch”). Esto se puede predecir fácilmente teniendo en cuenta que el cero de transmisión para este tipo de filtros se debe a la resonancia de un capacitor y una bobina produciendo que no se aprecie una caída de tensión sobre estos dos componentes. Sin embargo, existir una resistencia  $R_L$  la caída de tensión entre estos componentes se vuelve apreciable y provoca una limitación en la atenuación de la señal de entrada.

Del mismo modo, la resistencia  $R_L$  provoca que la señal de salida en el filtro pasa banda en la frecuencia de resonancia no sea igual a la señal de entrada, si no que sea el divisor resistivo entre  $R_L$  y la resistencia “ $R$ ” del circuito.

En fin, como aspecto a mejorar en estos filtros se podría pensar un diseño para el cual se trate minimizar aún más el valor de  $R_L$ .

### 2.5.3. Desfase

En referencia a la fase que resultó de los filtros, se puede observar que el modelo analítico indica un salto de 180 grados en el diagrama de Bode, lo cual es esperable para un circuito de segundo orden. Sin embargo, las mediciones y las simulaciones en LTspice indican que la fase tiende a cambiar 180 grados solo hasta cierta frecuencia. A partir de esta frecuencia la fase cesa de tender a un salto de 180 grados y en lugar de esto tiende a un salto total de 90 grados.

Dicho fenómeno se puede entender si se tiene en cuenta que la impedancia del gyrator se comporta como una bobina para ciertas frecuencias, pero a frecuencias altas presenta una impedancia resistiva, lo cual provoca que el comportamiento del circuito a altas frecuencias sea de primer orden (similar a un “RC”).

## 2.6. Conclusiones

En conclusión, para el diseño de un filtro es importante plantear la función transferencia conveniente según las características que se especifiquen en la plantilla. Para esto es relevante tener en cuenta la ubicación de los ceros de transmisión generalmente necesarios y los componentes adecuados para lograrlos.

Aún así, el uso de algunos de los componentes, a partir de los cuales se obtuvo la transferencia deseada, pueden generar problemas de diseño como en el caso de la bobina. Por esto es útil contar con elementos activos como un gyrator para poder prescindir de los anteriores. De todas maneras, las características de estos nuevos componentes de reemplazo deben ser fijadas para una determinada condición de trabajo (por ejemplo, baja frecuencia de excitación) ya que los elementos que se encuentran al alcance de la electrónica no suelen adaptarse a todas las condiciones. Es decir, por ejemplo, al reemplazar una bobina por un gyrator construido con operacionales, resistencias y un capacitor, este se comportará como tal en determinadas zonas de trabajo (en términos de frecuencia) mientras que en otras su comportamiento no necesariamente será inductivo.

### 3. Amplificador de Instrumentación



## 4. Ecualizador de Fase y Control de Tonos

### 4.1. Marco Teórico

#### 4.1.1. Potenciómetro

Es necesario entender el modelo teórico de un potenciómetro para poder analizarlo matemáticamente. Un potenciómetro es una resistencia variable la cual tiene la ventaja de que puede ser usada como una perilla para el usuario del circuito, a diferencia de un preset donde su ajuste es difícil de lograr. Para entender un potenciómetro se puede emplear la siguiente imagen:

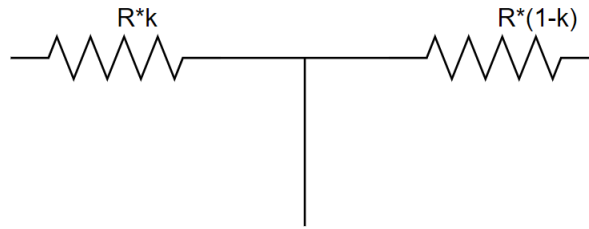


Figura 29: Potenciometro

Donde  $k$  es un parámetro variable que depende de la posición de la perilla y  $R$  es el valor máximo de la resistencia variable. De esta manera se puede ver que si conectamos los dos extremos del potenciómetro obtenemos una resistencia fija de  $R*k + R*(1-k) = R$ . Y al conectar un extremo con el medio del potenciómetro tenemos una resistencia que varía de cero hasta  $k$ . Se puede observar fácilmente que cuando un extremo y el medio tienen una resistencia de valor  $R_x$  el otro extremo tendrá el complemento faltante para que la suma sea  $R$ .

#### 4.1.2. Ecualizadores de fase

Un ecualizador de fase es un circuito que, dada una entrada, no modifica la magnitud de esta pero si causa un desfase en ella. Si el ecualizador no es de fase, existen los ecualizadores lineales y los ecualizadores de fase mínima. Los ecualizadores lineales no generan cambio alguno en la fase mientras que cambian la magnitud. Estos son más comunes en el ámbito digital que analógico. Un ecualizador de fase mínima es el que genera un cambio en la amplitud deseado y trata de cambiar lo más mínimo posible la fase, estos son muy comunes en los ecualizadores analógicos como el deseado en este trabajo. Volviendo al ecualizador de fase, este no es posible de lograr igual al teórico si se emplean OpAmps ya que estos tienen un polo dominante, de manera que a frecuencias muy altas esta empieza a atenuar. Pero como la frecuencia de audio abarca de los  $20Hz$  a los  $20kHz$ , los polos del integrado no son un problema y el circuito se comportará como deseado para el rango de frecuencias que queremos. Los ecualizadores de fase pueden ser de varios órdenes, el orden determina que cantidad desfasa la señal; siguiendo la fórmula  $n * 90^\circ$  donde  $n$  es el grado u orden del ecualizador.

#### 4.1.3. Control de Tonos

Para el control de tonos se usa una combinación serie o paralelo de ecualizadores de una banda. De esta manera se puede manipular la ganancia o atenuación de una señal de audio. Cuantas más bandas tenga el ecualizador más fino será el control sobre la región de audio. Los ecualizadores comerciales más usados son de control de tonos de tres

bandas (agudos, medios y graves) y ecualizadores de 8 bandas, el cual tiene una frecuencia central cada una octava de la frecuencia de audio.

#### 4.1.4. Pull Down Resistor

Los capacitores en un circuito pueden quedar cargados tras apagarse y desconectarse del resto de un circuito mas complejo. Estos capacitores cargados pueden generar una diferencia de potencial en la entrada y salida del circuito si están aislados, es decir, si no hay un circuito cerrado por el cual puedan descargarse. Por lo que si se vuelve a conectar la circuito y este se prende, el voltaje de corriente directa que se encontraba en los capacitores se descarga en el mismo camino que la señal. Cuando se esta trabajando con señales de audio, esto se refleja en un fuerte ruido 'pop' cuando se enciende el circuito. Esto puede pasar en parlantes, amplificadores y en este caso pedales de distorsión. Para evitar este problema se debe eliminar esta corriente directa del circuito. La manera de resolver esto es agregando una resistencia a tierra, de manera que la pequeña carga almacenada en el capacitor puede descargarse a tierra por esta resistencia sin alterar la señal. El valor de la resistencia debe ser lo suficientemente grande como para que se pueda descargar el capacitor. Normalmente se puede empezar entre los  $2M\Omega$  y  $5M\Omega$ , e ir bajando el valor hasta que se vuelva a escuchar el 'pop', de manera que se encuentre un limite al que se puede bajar el valor de la resistencia.

## 4.2. Resolución del Circuito

El circuito propuesto por la cátedra es el siguiente:

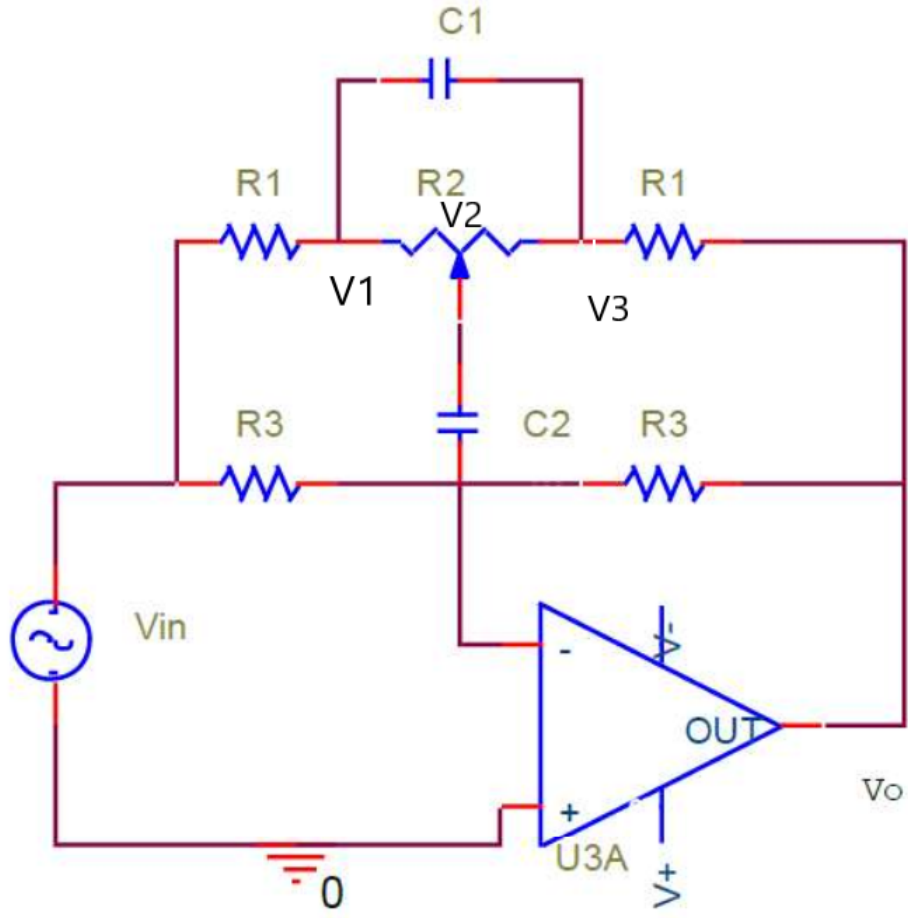


Figure 3: Circuito de Control de Tonos

Figura 30: Circuito Propuesto

Planteando las ecuaciones de los nodos en el circuito, tomando el OpAmp como ideal, se obtienen las siguientes cuatro ecuaciones:

$$\begin{cases} 1) & \frac{V_i}{R_3} + V_2 C_2 * s = -\frac{V_2}{R_3} \\ 2) & \frac{V_1 - V_2}{R_2 k} = \frac{V_2 - V_3}{R_2(1-k)} + V_2 C_2 * s \\ 3) & (V_1 - V_3) C_1 * s + \frac{V_2 - V_3}{R_2(1-k)} = \frac{V_3 - V_o}{R_1} \\ 4) & \frac{V_1 - V_i}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2 k} + (V_1 - V_3) C_1 * s = 0 \end{cases}$$

Y reordenando las ecuaciones se obtiene lo siguiente:

$$\begin{cases} 1) & V_o = -V_i - V_2 R_3 C_2 * s \\ 2) & V_2 = V_1 \frac{a}{R_2 k} + V_3 \frac{a}{R_2(1-k)} \\ 3) & V_3 = V_1 b C_1 * s + V_2 \frac{b}{R_2(1-k)} + V_o \frac{b}{R_1} \\ 4) & V_1 = V_i \frac{e}{R_1} + V_2 \frac{e}{R_2 k} + V_3 e C_1 * s \end{cases}$$

Donde:

$$a = \left( \frac{1}{R_2 k} + \frac{1}{R_2(1-k)} + C_2 * s \right)^{-1}$$

$$b = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2(1-k)} + C_1 * s \right)^{-1}$$

$$e = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 k} + C_1 * s \right)^{-1}$$

De estas ecuaciones se puede dibujar el siguiente gráfico:

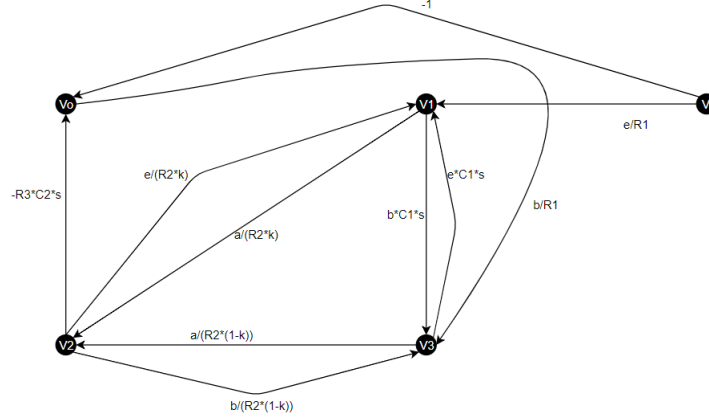


Figura 31: Grafo

Donde Aplicando el Teorema de Mason:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta_i G_i}{\Delta} = \frac{\Delta_1 G_1 + \Delta_2 G_2 + \Delta_3 G_3}{\Delta}$$

Y sabiendo que:

$$\begin{cases} G_1 = -1 \\ G_2 = -\frac{eaR_3C_2*s}{R_1R_2k} \\ G_3 = -\frac{eabC_1C_2R_3}{R_1R_2(1-k)} \\ \Delta_1 = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) \\ \Delta_2 = 1 \\ \Delta_3 = 1 \\ \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7) \\ L_1 = \frac{ea}{(R_2k)^2} \\ L_2 = (sC_1)^2be \\ L_3 = \frac{ab}{(R_2(1-k))^2} \\ L_4 = \frac{baeC_1s}{R_2^2(1-k)k} \\ L_5 = L_4 \\ L_6 = -\frac{beaC_1C_2R_3*s}{R_1R_2k} \\ L_7 = -\frac{baR_3C_2*s}{R_1R_2(1-k)} \end{cases}$$

Reemplazando en la ecuación original se obtiene la siguiente ecuación general de la transferencia  $G$ :

$$G(s) = -\frac{D-A+B+C-E+C_2R_1^2*s+31C_2R_1R_2*s-9C_2R_2^2k*s+10C_2R_2^2s+2R_1+R_2}{D-A+B+C-E+C_2R_1^2*s+31C_2R_1R_2*s+11C_2R_2^2k*s+2R_1+R_2}$$

Siendo:

$$\begin{cases} A = 20(C_2 R_2 k * s)^2 R_1 \\ B = 20(C_2 R_2 * s)^2 R_1 k \\ C = R_1 (10 C_2 R_2 * s)^2 \\ D = 10 R_2 (R_1 C_2 s)^2 \\ E = C_2 (R_2 k)^2 s \end{cases}$$

Simplificando la ecuación general con las condiciones de diseño:

$$C_1 = 10 C_2$$

$$R_3 = 10 R_2$$

$$R_3 \gg R_1$$

Se llega a la siguiente ecuación:

$$G(s) = -\frac{s^2(10R_2C_2)^2R_1 - sC_2R_2^2*(k+10)*(k-1) + 2R_1 + R_2}{s^2(10R_2C_2)^2R_1 - sC_2R_2^2*k*(k-11) + 2R_1 + R_2}$$

Donde se puede ver fácilmente que la frecuencia central es la misma para el polinomio en el denominador como en el numerador, ya que esta depende solamente del termino independiente y el termino con  $s^2$ . Donde  $f_o = \sqrt{f_1 * f_2}$  y  $w_1 * w_2 = \frac{a_o}{a_2}$  donde  $a_o$  es el termino independiente y  $a_2$  es el termino donde se encuentra  $s^2$ . Reemplazando  $a_o$  y  $a_2$  se obtiene:

$$w_1 * w_2 = \frac{a_o}{a_2} = \frac{2R_1 + R_2}{(10R_2C_2)^2R_1} = \frac{2 + \frac{R_2}{R_1}}{(10R_2C_2)^2}$$

Entonces:

$$f_o = \frac{w_o}{2\pi} = \frac{\sqrt{w_1 * w_2}}{2\pi} = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi R_2 C_2}$$

Para calcular el rango en la magnitud de la función transferencia en veces se puede seleccionar  $k=1$  y  $k=0$ , que es cuando mayor atenuación o amplificación se puede apreciar, y luego reemplazar en la función transferencia la  $f_o$  que corresponde a la frecuencia de mayor amplificación/atenuación. Por lo que reemplazando en la ecuación  $k=0$  y  $k=1$  se obtiene:

$$\begin{cases} G(s) = -\frac{D+C+C_2R_1^2*s+31C_2R_1R_2*s+10C_2R_2^2s+2R_1+R_2}{D+C+C_2R_1^2*s+31C_2R_1R_2*s+2R_1+R_2} & k = 0 \\ \begin{cases} C = R_1(10C_2R_2*s)^2 \\ D = 10R_2(R_1C_2s)^2 \end{cases} \\ G(s) = -\frac{D-A+B+C-E+C_2R_1^2*s+31C_2R_1R_2*s-9C_2R_2^2*s+10C_2R_2^2s+2R_1+R_2}{D-A+B+C-E+C_2R_1^2*s+31C_2R_1R_2*s+11C_2R_2^2*s+2R_1+R_2} & k = 1 \\ \begin{cases} A = 20(C_2R_2*s)^2R_1 \\ B = 20(C_2R_2*s)^2R_1 \\ C = R_1(10C_2R_2*s)^2 \\ D = 10R_2(R_1C_2s)^2 \\ E = C_2(R_2)^2s \end{cases} \end{cases}$$

Y si luego reemplazamos  $f_o$  obtenemos:

$$\left\{ \begin{array}{l}
|G(jw_o)| = \left| -\frac{D+C+C_2 R_1^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 31C_2 R_1 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 10C_2 R_2^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 2R_1 + R_2}{D+C+C_2 R_1^2 * \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 31C_2 R_1 R_2 * \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 2R_1 + R_2} \right| = \left| \frac{C_2 R_1^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 31C_2 R_1 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 10C_2 R_2^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}}}{C_2 R_1^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 31C_2 R_1 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}}} \right| \\
C = R_1(10C_2 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}})^2 = -(2R_1 + R_2) \\
D = 10R_2(R_1 C_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}})^2 = -\frac{R_1}{R_2} * (2\frac{R_1}{R_2} + 1) \approx 0 \\
|G(jw_o)| = \left| -\frac{D-A+B+C-E+C_2 R_1^2 * s + 31C_2 R_1 R_2 * s - 9C_2 R_2^2 * s + 10C_2 R_2^2 s + 2R_1 + R_2}{D-A+B+C-E+C_2 R_1^2 * s + 31C_2 R_1 R_2 * s + 11C_2 R_2^2 * s + 2R_1 + R_2} \right| \\
|G(jw_o)| = \left| \frac{-C_2(R_2)^2 j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + C_2 R_1^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 31C_2 R_1 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} - 9C_2 R_2^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 10C_2 R_2^2 j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}}}{-C_2(R_2)^2 j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + C_2 R_1^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 31C_2 R_1 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}} + 11C_2 R_2^2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}}} \right| \\
\left\{ \begin{array}{l}
A = 20(C_2 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}})^2 R_1 = -20 \frac{2+\frac{R_2}{R_1}}{100} R_1 = -\frac{2+\frac{R_2}{R_1}}{5} R_1 = -\frac{2R_1+R_2}{5} \\
B = 20(C_2 R_2 * j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}})^2 R_1 = -\frac{2R_1+R_2}{5} \\
C = R_1(10C_2 R_2 j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}})^2 = -(2R_1 + R_2) \\
D = 10R_2(R_1 C_2 j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}})^2 = -\frac{R_1}{R_2} * (2\frac{R_1}{R_2} + 1) \approx 0 \\
E = C_2(R_2)^2 j \sqrt{2+\frac{R_2}{R_1}}
\end{array} \right.
\end{array} \right.$$

Simplificando obtenemos:

$$\left\{ \begin{array}{l}
|G(jw_o)| = \frac{C_2 R_1^2 + 31C_2 R_1 R_2 + 10C_2 R_2^2}{C_2 R_1^2 + 31C_2 R_1 R_2} = \frac{R_1^2 + 31R_1 R_2 + 10R_2^2}{R_1^2 + 31R_1 R_2} = \frac{1+31\frac{R_2}{R_1} + 10(\frac{R_2}{R_1})^2}{1+31\frac{R_2}{R_1}} \approx \frac{30\frac{R_2}{R_1} + 10(\frac{R_2}{R_1})^2}{30\frac{R_2}{R_1}} \approx \frac{3+\frac{R_2}{R_1}}{3(\frac{R_2}{R_1})} \quad k=0 \\
|G(f_o)| = \left| \frac{-(R_2)^2 + R_1^2 + 31R_1 R_2 - 9R_2^2 + 10R_2^2}{-(R_2)^2 + R_1^2 + 31R_1 R_2 + 11R_2^2} \right| = \frac{R_1^2 + 31R_1 R_2}{R_1^2 + 31R_1 R_2 + 10R_2^2} = \frac{1+31\frac{R_2}{R_1}}{1+31\frac{R_2}{R_1} + 10(\frac{R_2}{R_1})^2} \approx \frac{30\frac{R_2}{R_1}}{30\frac{R_2}{R_1} + 10(\frac{R_2}{R_1})^2} \approx \frac{3(\frac{R_2}{R_1})}{3+\frac{R_2}{R_1}} \quad k=1
\end{array} \right.$$

Por lo que se llega a la siguiente inecuación:

$$\frac{3R_1}{3R_1+R_2} < A_o < \frac{3R_1+R_2}{3R_1}$$

### 4.3. Explicación en Diagrama de Polos y Ceros

El análisis en el diagrama de polos y ceros se puede apreciar fácilmente si asignamos valores arbitrarios a los componentes siguiendo las reglas de diseño y luego graficando en Matlab para diferentes valores de k.

Al graficar  $k \rightarrow 0$  se obtienen los siguientes gráficos:

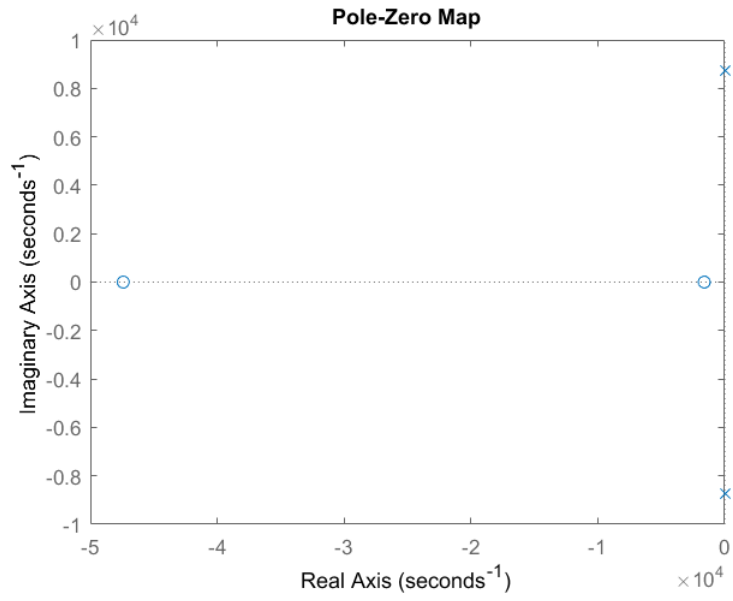


Figura 32: Diagrama polos y ceros ( $k=0$ )

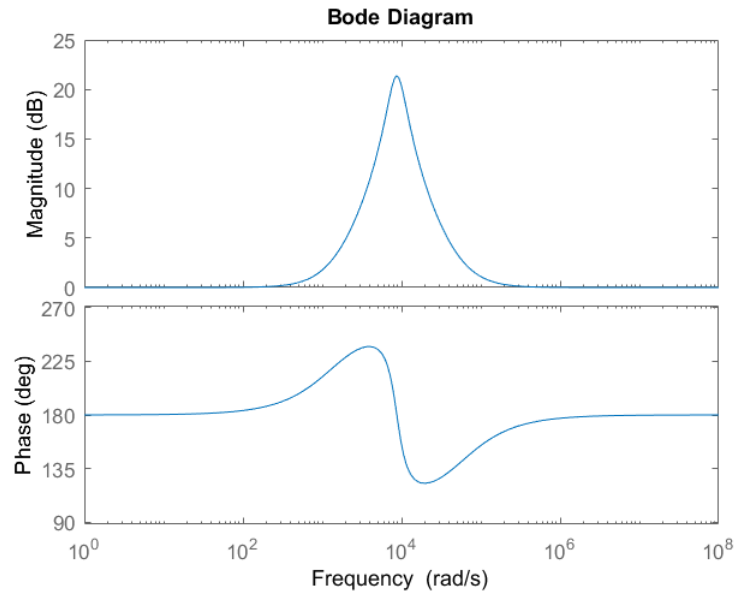


Figura 33: Bode ( $k=0$ )

Como se puede ver, con  $k = 0$  resulta un pasa banda en la frecuencia central  $f_o$ , ya que como se puede ver en el diagrama de polos y ceros, los polos se encuentran sobre el eje imaginario y los ceros en el eje real. Por lo que, al estar los polos en una frecuencia entre los polos, resulta en un pasa banda entre las frecuencias de los ceros de la

función.

Al graficar  $k \rightarrow 0,2$  se obtienen los siguientes gráficos:

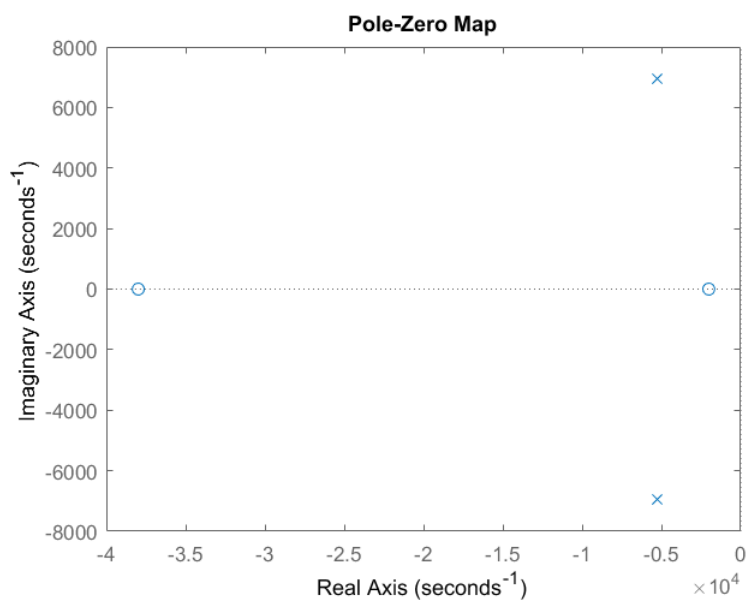


Figura 34: Diagrama polos y ceros ( $k=0.2$ )

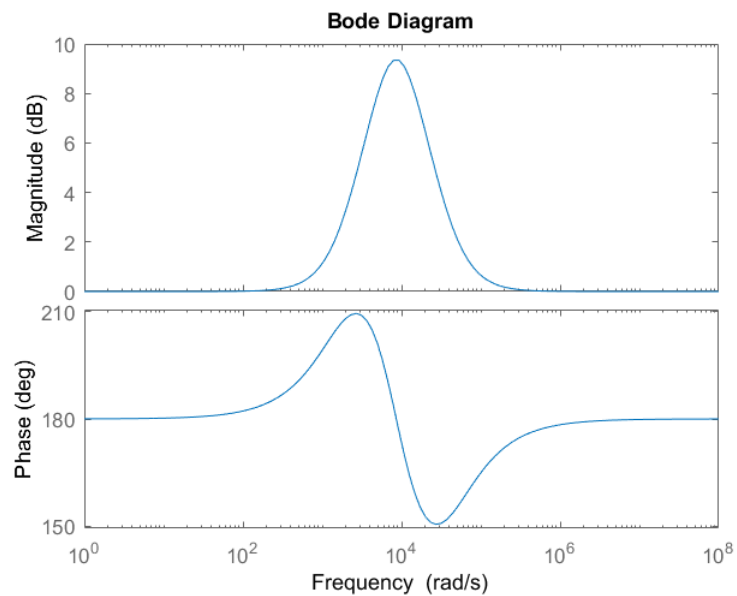


Figura 35: Bode ( $k=0.2$ )

Mientras se aumenta  $k$ , la frecuencia de los polos se agranda y la de los ceros se achica, por lo que sigue siendo



en este caso un pasa banda, pero de un ancho mayor.

Al graficar  $k \rightarrow 0,5$  se obtienen los siguientes gráficos:

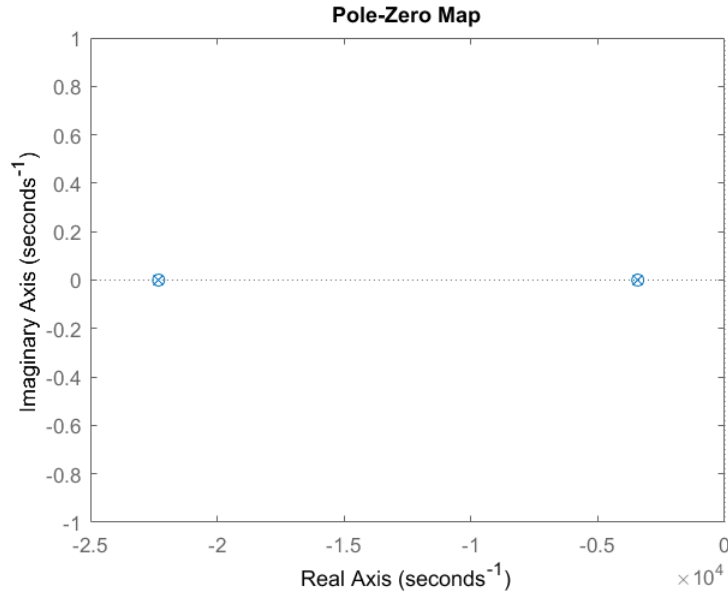


Figura 36: Diagrama polos y ceros ( $k=0.5$ )

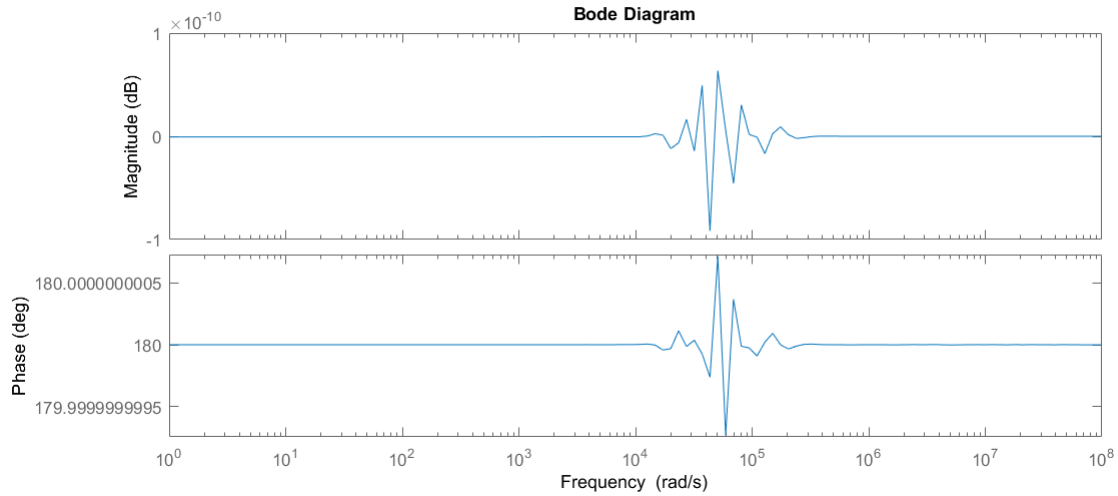


Figura 37: Bode ( $k=0.5$ )

Cuando se llega a  $k = 0,5$ , los polos y ceros se encuentran en las mismas frecuencias por lo que se 'cancelan' entre sí y el módulo de la función transferencia es 1, y la fase es 180°.

Al graficar  $k \rightarrow 0,8$  se obtienen los siguientes gráficos:

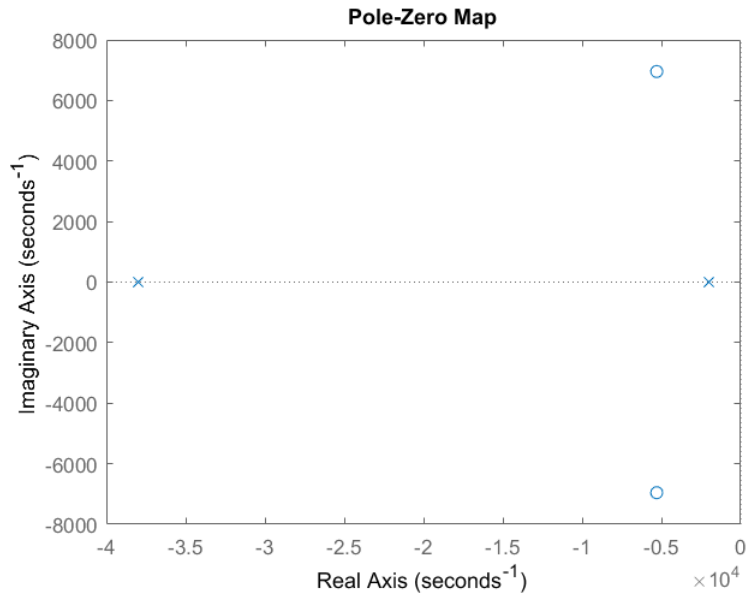


Figura 38: Diagrama polos y ceros ( $k=0.8$ )

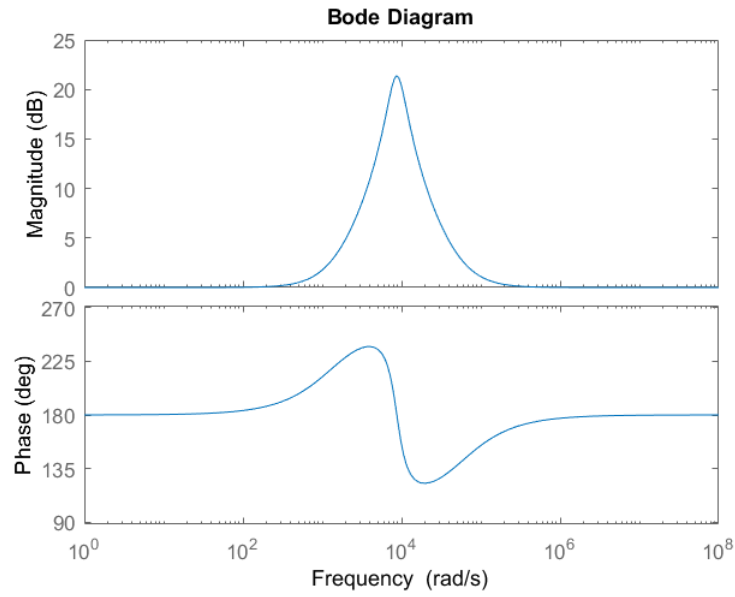


Figura 39: Bode ( $k=0.8$ )

Al pasar 0.5, son los ceros los que se encuentran entre las frecuencias de los polos, por lo que el circuito se transforma en un rechaza banda.

Al graficar  $k \rightarrow 1$  se obtienen los siguientes gráficos:

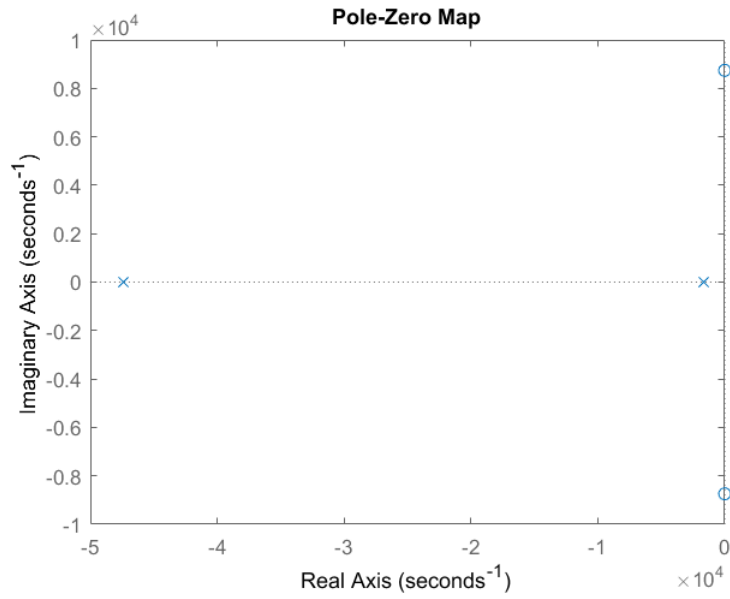


Figura 40: Diagrama polos y ceros (k=1)

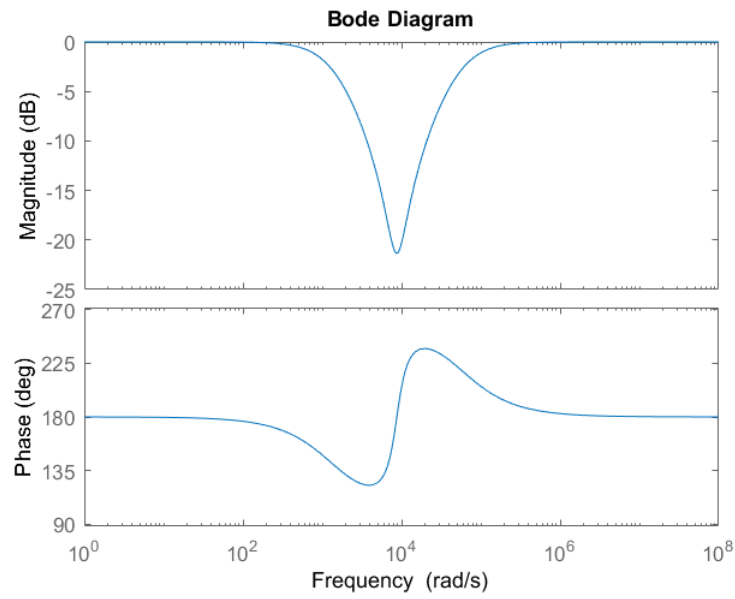


Figura 41: Bode (k=1)

Al seguir aumentando k hasta llegar a 1, los ceros quedan en el eje imaginario y su frecuencia de corte es la menor, por lo que el ancho del rechaza banda se hace menor.

Este circuito corresponde a uno de fase mínima, ya que los ceros se encuentran siempre en el semiplano izquierdo

en el diagrama de polos y ceros. Para transformarlo en un circuito de fase no mínima, se necesita hacer uso de un ecualizador de fase de segundo orden. El mas sencillo es:

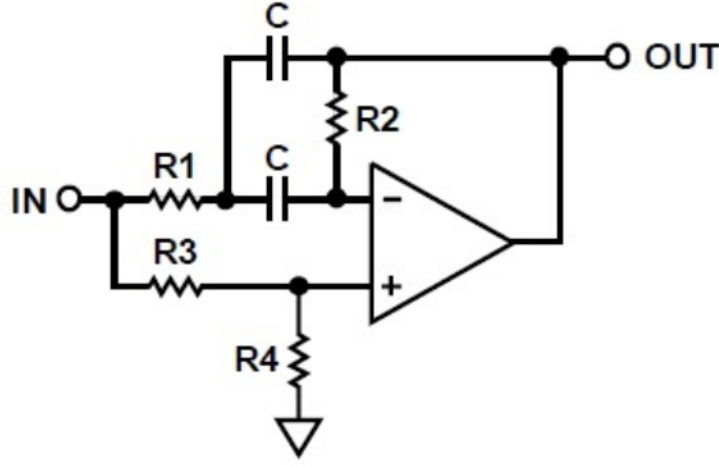


Figura 42: Ecualizador de Fase de segundo orden

Donde su función transferencia es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{s^2 - s\left(\frac{2}{R_2 C}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}{s^2 + s\left(\frac{2}{R_2 C}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}$$

Si se siguen las siguientes reglas de diseno:

- $R_2 = \frac{2Q}{\omega_o C}$
- $R_1 = \frac{1}{2\omega_o C Q} = R_3$
- $R_4 = \frac{R_2}{4}$

Eliendo  $C = 10nF$ ,  $\omega_o = 1,4kHz$  y  $Q = 10$ , obtenemos el siguiente circuito:

Donde aproximadamente no hay atenuación ni ganancia y su fase es:

De esta manera si conectamos en serie los dos circuitos y usamos el potenciómetro fijo en  $k = 0,5$  (lo reemplazamos por dos resistencias del mismo valor), obtenemos un ecualizador de fase no mínima. El circuito resultante es:

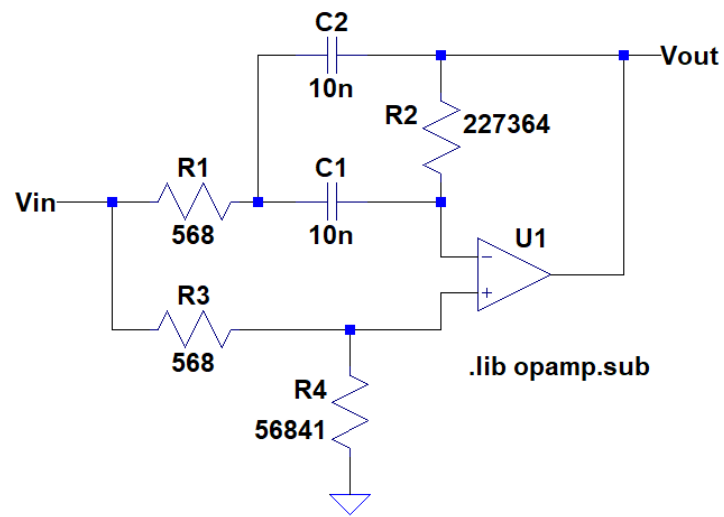


Figura 43: Valores de circuito

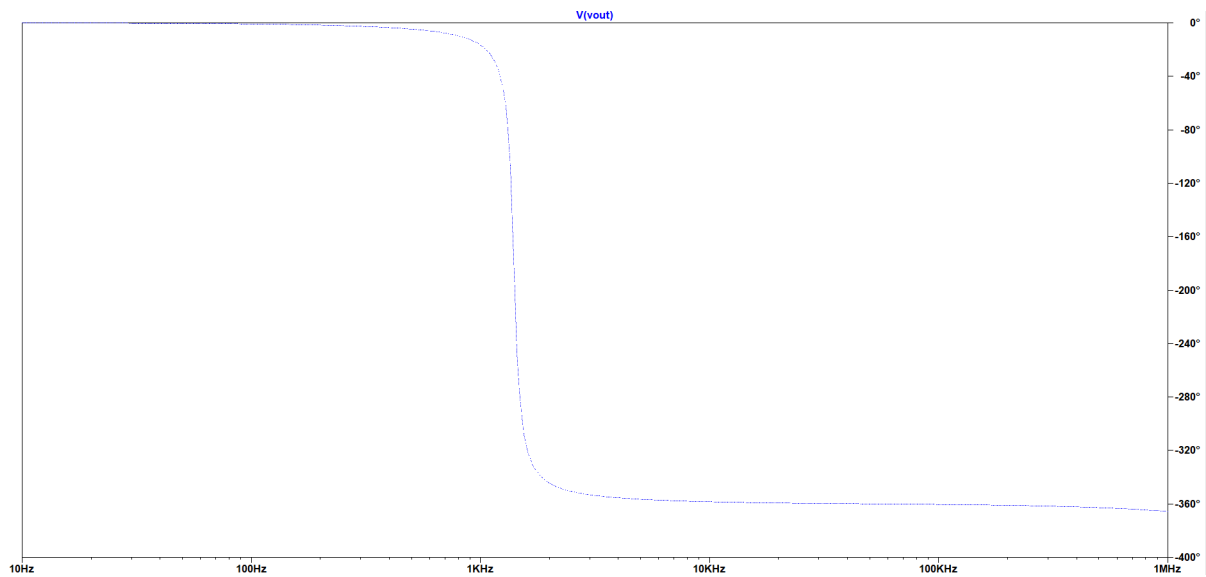


Figura 44: Fase ecualizador segundo orden no minimo

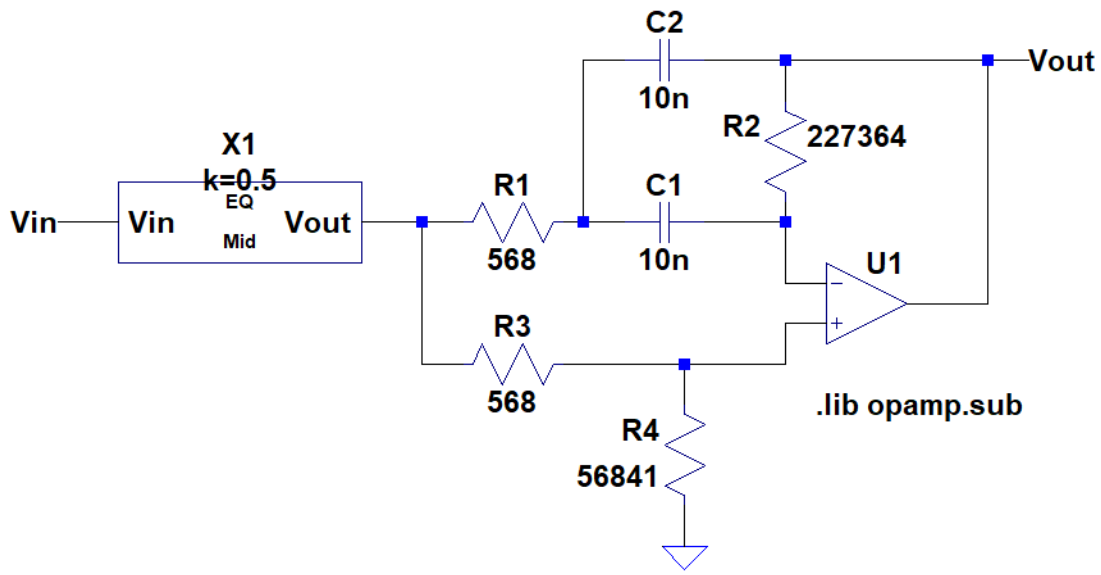


Figura 45: Circuito ecualizador de fase no minima

Y si respuesta en frecuencia es:

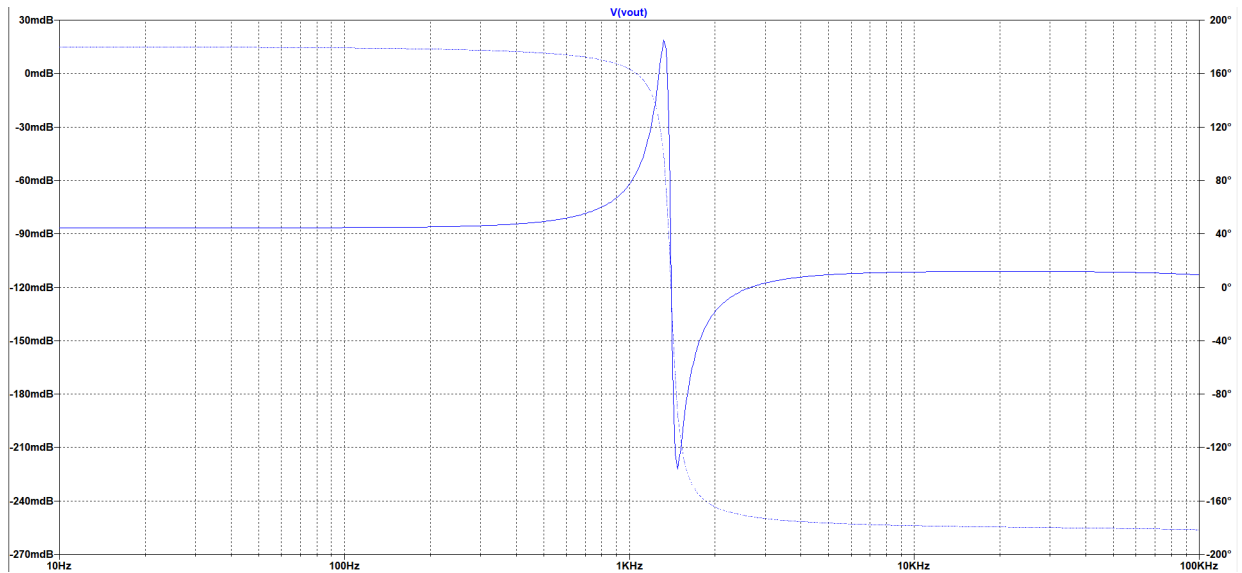


Figura 46: Diagrama de bode

#### 4.4. Diseño de Ecualizador de Tres Bandas

Para diseñar un control de tonos de 3 bandas, se necesita utilizar 3 circuitos como el sugerido por la cátedra, ya que cada uno amplifica o atenúa un rango de frecuencias diferente. Se necesita uno para los graves (Bass), uno para

las frecuencias de audio medias (Mid) y un ultimo circuito para modificar los agudos (Treble). Lo primero que se debe hacer es elegir las frecuencias centrales representativas para cada etapa. Para hacer esto se requirió una investigación en el ámbito de la percepción auditiva. Se encontró que el rango característico de las frecuencias de audio es entre  $20Hz$  y  $20kHz$ . De las cuales los bajos corresponden a las frecuencias entre los  $25Hz$  y los  $350Hz$  aproximadamente. Para las frecuencias medias es entre los  $400Hz$  y los  $5kHz$ . Y a los agudos les corresponde el rango de los  $4kHz$  y los  $20kHz$ . Para sacar las frecuencias centrales se encontró que lo conveniente en el audio es calcularla como la media geométrica, de manera que  $f_o = \sqrt{f_1 * f_2}$ . Ya que al estar la respuesta en frecuencias en décadas, la media lineal no cubriría eficientemente el rango que necesita ya que este no es logarítmico. Por lo que utilizando la media geométrica de los tres diferentes rangos se obtiene:

$$\begin{cases} f_{bass} = \sqrt{25 * 300Hz} \approx 87Hz \\ f_{mid} = \sqrt{400 * 5000Hz} \approx 1414Hz \\ f_{treble} = \sqrt{4000 * 20000Hz} \approx 8944Hz \end{cases}$$

El siguiente paso es elegir la mejor configuración de las tres etapas. Estas pueden ir en serie o en paralelo con un sumador. La configuración en paralelo sería de la siguiente manera:

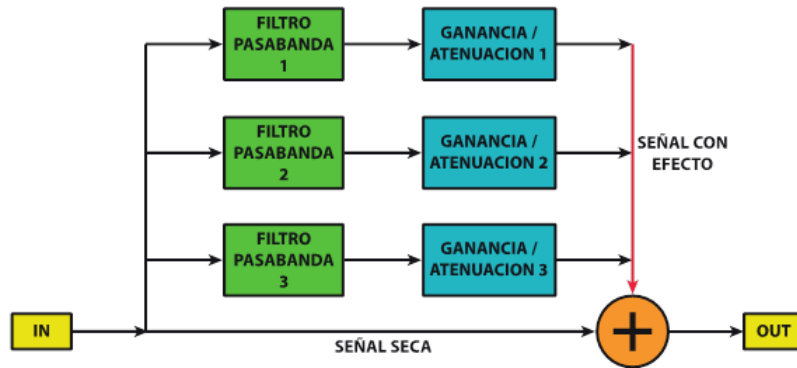


Figura 47: Conexión paralelo

La conexión en paralelo en el ambiente del audio se usa cuando se quiere utilizar varios efectos para diferentes entradas, como por ejemplo una distorsión que se quiere aplicar a varios instrumentos. Ya que si fuese conectada en serie solo se puede aplicar el circuito diseñado a una sola entrada. Pero al trabajar con filtros es conveniente conectarlos en serie. Y tras una investigación en circuitos básicos de ecualizadores se encuentra que la mayoría de los ecualizadores analógicos son conectados en serie, ya que de esta manera no se requiere un circuito sumador que aumenta el costo del circuito total y puede causar efectos no deseados, como sumar el ruido individual de cada conexión en paralelo, cosa que no ocurre con un ecualizador en serie. Tras hacer el ecualizador, este ya completo se podría conectar igualmente en paralelo con otros ecualizadores o distorsionadores.

Por lo que en este caso se pondrán las tres etapas en serie. Además de las tres etapas, a la entrada se puede agregar un Pull Down Resistor, por la razón explicada en el marco teórico. A la salida se puede agregar un potenciómetro logarítmico que controle el volumen a la salida. Este funciona ya que el circuito queda de la siguiente manera:

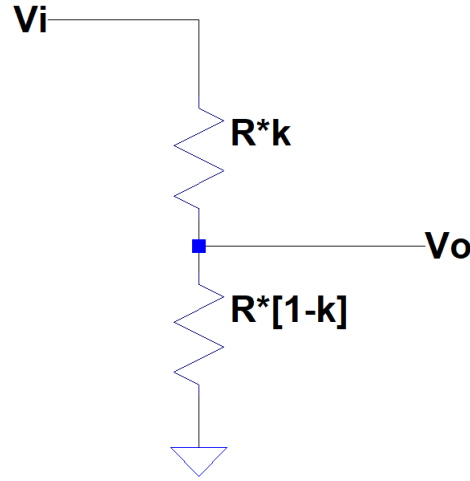


Figura 48: Divisor Resistivo

Por lo que:

$$V_o = V_i * \frac{R*(1-k)}{R*(1-k) + R*k} = V_i * (1 - k)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = 1 - k$$

De manera que el circuito completo es:

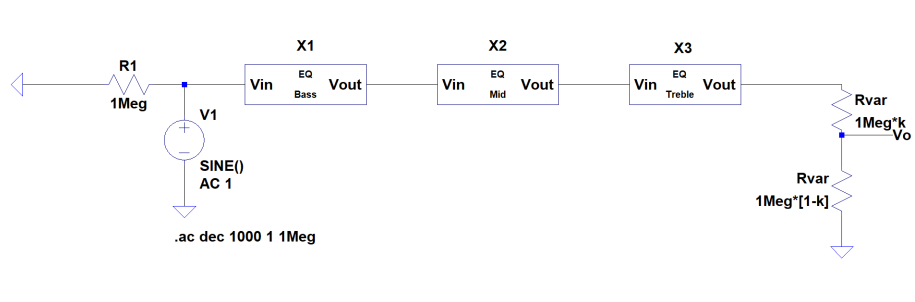


Figura 49: Circuito Completo

Donde cada EQ es equivalente al circuito propuesto por la cátedra pero con valores elegidos apropiadamente.

Para elegir los valores de cada circuito se debe partir de la frecuencia central elegida y los dB que se quiere que el circuito amplifique/atenué. Para nuestro ecualizador se eligió una amplificación y atenuación de  $21dB$  aproximadamente. Por lo que la salida podrá ser aproximadamente 12 veces mayor o menor a la entrada. De manera que partiendo de la inecuación de la amplitud presentada anteriormente se tiene:

$$12 = \frac{3R_1 + R_2}{3R_1}$$

$$\frac{R_2}{33} = R_1$$



Y despejando  $C_2$  de la adecuación la frecuencia central se obtiene:

$$C_2 = \frac{\sqrt{2 + \frac{33R_1}{R_2}}}{20\pi f_o R_2} = \frac{\sqrt{35}}{20\pi} * \frac{1}{f_o R_2}$$

De manera que para elegir los valores se tienen las siguientes equivalencias:

$$\begin{cases} C_2 = \frac{\sqrt{35}}{20\pi} * \frac{1}{f_o R_2} \\ C_1 = 10C_2 \\ \frac{R_2}{33} = R_1 \\ R_3 = 10R_2 \end{cases}$$

Por lo que eligiendo  $R_2$  y usando las  $f_o$  para cada rango calculadas anteriormente se pueden deducir todos los valores. Para que no queden capacitores muy chicos y estos sean comparables con los de las puntas del osciloscopio (potencialmente arruinando las mediciones), se eligió un valor de  $R_2 = 10k\Omega$ . En consecuencia:

$$R_1 \approx 303\Omega$$

$$R_3 \approx 100k\Omega$$

Independiente del valor de la frecuencia central.

Para los bajos, se obtiene:

$$\begin{cases} C_2 = 1,082 * 10^{-7} F \approx 100nF \\ C_1 = 10C_2 = 10,82 * 10^{-7} F \approx 1\mu F \end{cases}$$

Para los medios, se obtiene:

$$\begin{cases} C_2 = 6,66 * 10^{-9} F \approx 6,8nF \\ C_1 = 10C_2 = 66,9 * 10^{-9} F \approx 68nF \end{cases}$$

Y para los agudos se obtiene:

$$\begin{cases} C_2 = 1,05 * 10^{-9} F \approx 1nF \\ C_1 = 10C_2 = 10,5 * 10^{-9} F \approx 10nF \end{cases}$$

## 4.5. Análisis de Singularidades del Circuito

Las singularidades del nuevo circuito compuesto por tres bandas se pueden analizar de la siguiente manera; Si pensamos como un nodo la unión entre dos etapas de los ecualizadores, tendremos además de  $V_o$  y  $V_i$ :  $V_{bass}$  y  $V_{mid}$ .

Por lo que:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_{bass}}{V_i} * \frac{V_{mid}}{V_{bass}} * \frac{V_o}{V_{mid}} = G_1 * G_2 * G_3$$

Ahora, si cada etapa del ecualizador tiene una impedancia de salida baja y una impedancia de entrada alta, se podría aproximar cada una de las ganancias intermedias como independientes entre ellas. De esta manera cada una de estas ganancias va a corresponder a la calculada para una sola etapa.

## 4.6. Realización de la Placa

Para implementar el circuito en una placa se decidió utilizar OpAmps individuales para cada etapa, para garantizar de esta manera que no haya ningún tipo de interferencia entre las tres etapas.

A continuación se implemento el diseño propuesto en placa:

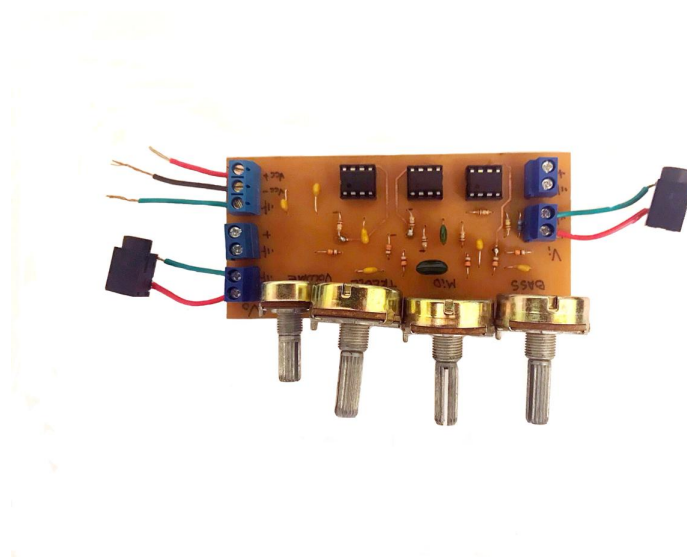


Figura 50: Placa

#### 4.7. Respuesta en frecuencia simulada y medida

Anterior a la implementación en placa, se simuló en LTspice el circuito completo en 3 casos separados, con todos los potenciómetros con  $k = 0$ , todos los potenciómetros con  $k = 0,5$  y con todos los potenciómetros en  $k = 1$ .

Los resultados son los siguientes:

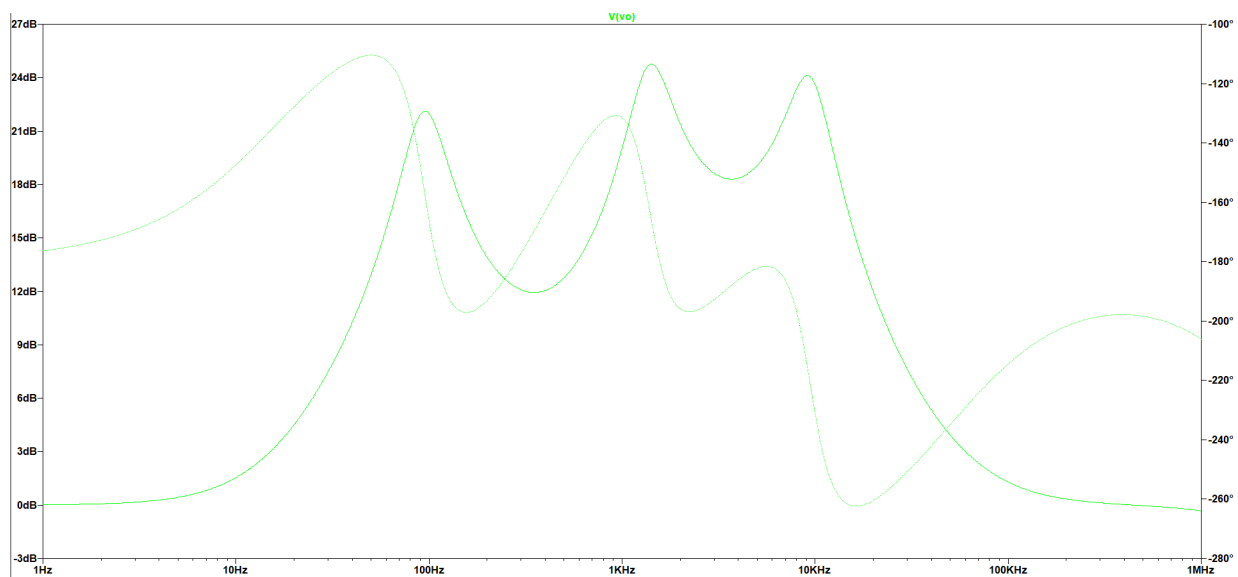


Figura 51: Simulación ( $k=0$ )

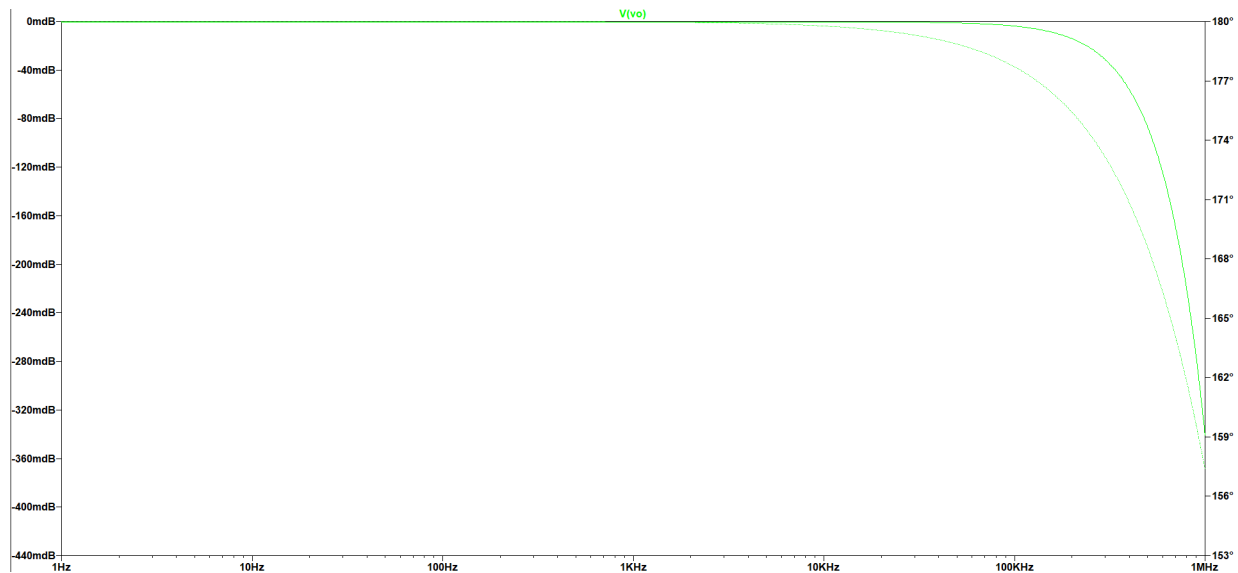


Figura 52: Simulacion ( $k=0.5$ )



Figura 53: Simulacion ( $k=1$ )

Es interesante observar como la máxima atenuación o amplificación puede variar levemente a la calculada inicialmente cuando se amplifica o atenua mas de una región de audio ya que estas regiones se superponen levemente. De manera que la amplificación de los bajos puede llegar también a amplificar en algunos decibels ( $2dB - 5dB$  en este caso) a las frecuencias medias. Se puede observar que si, por ejemplo, se amplifican solo los medios, estas amplificación vuelve nuevamente a corresponder a la calculada anteriormente:

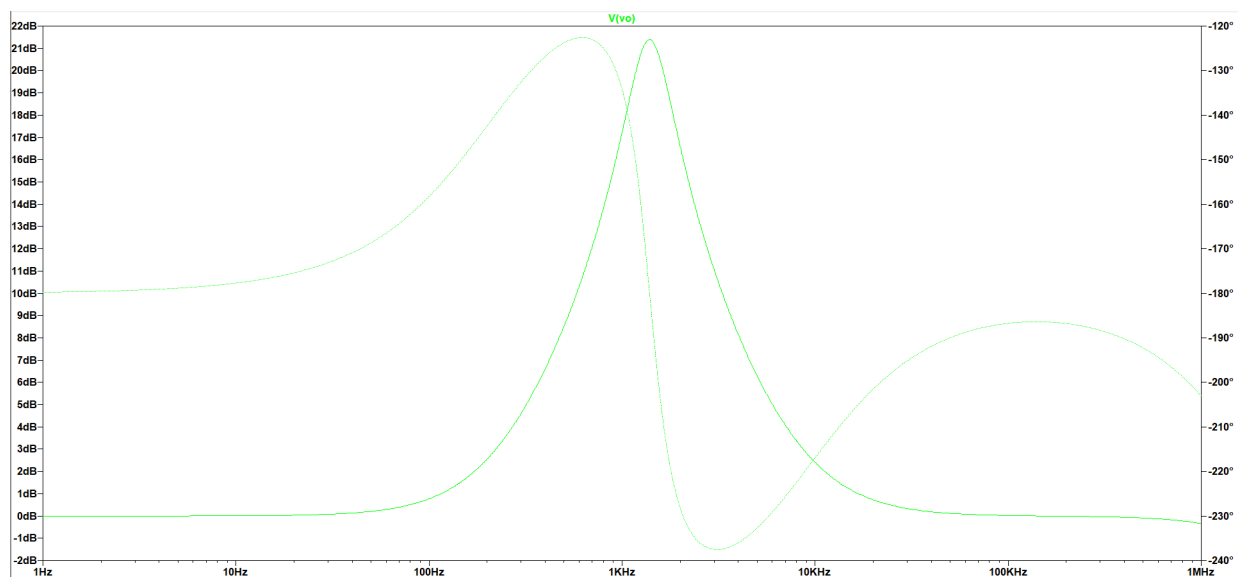


Figura 54: Amplificación de los medios ( $k=0$ )

Y luego se midieron los diagramas de Bode de la placa en osciloscopio, el resultado fue el siguiente:

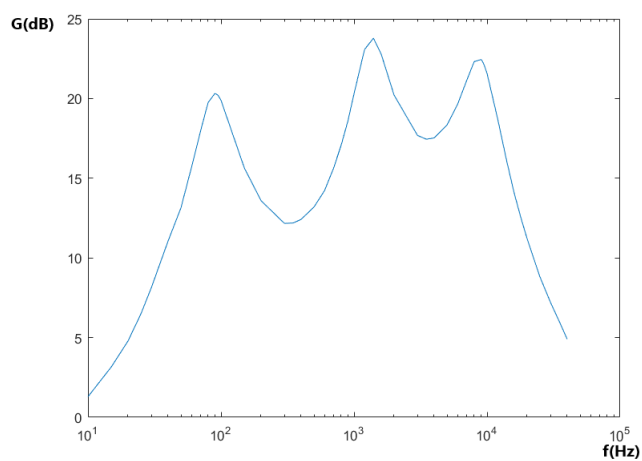


Figura 55: Bode medido modulo ( $k=0$ )

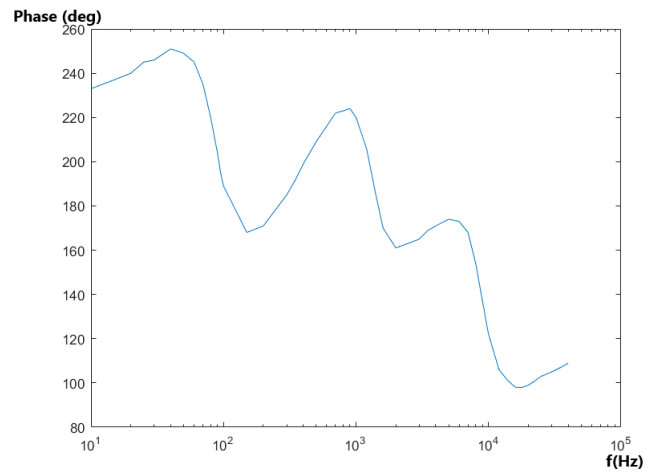


Figura 56: Bode medido fase ( $k=0$ )

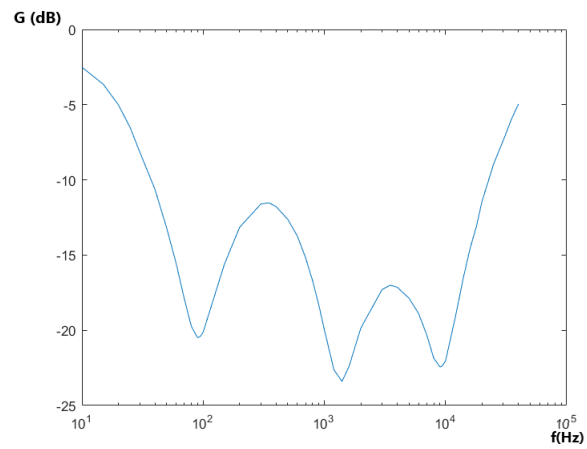


Figura 57: Bode medido modulo ( $k=1$ )

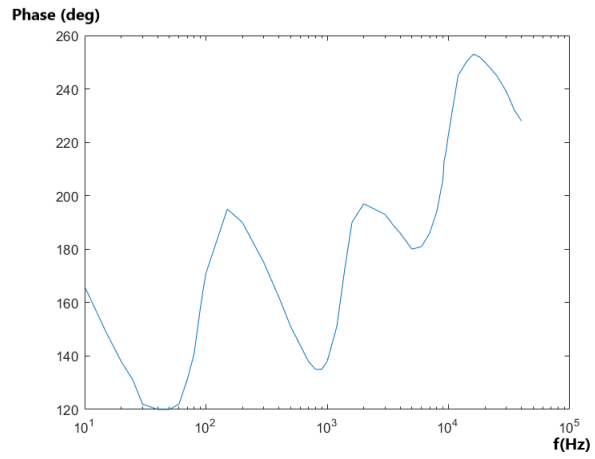


Figura 58: Bode medido fase ( $k=1$ )

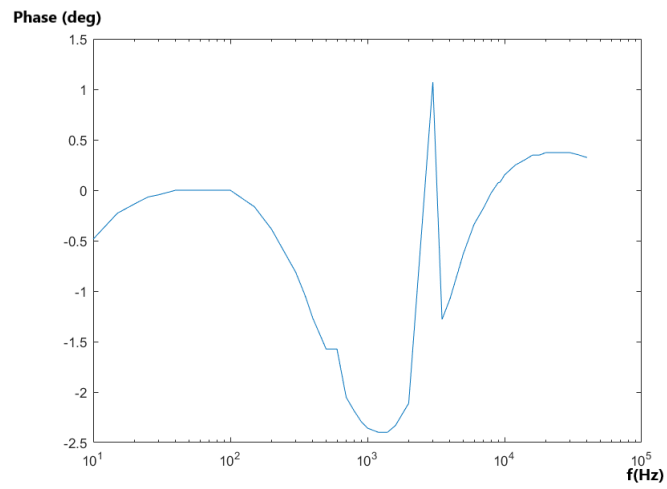


Figura 59: Bode medido modulo ( $k=0.5$ )

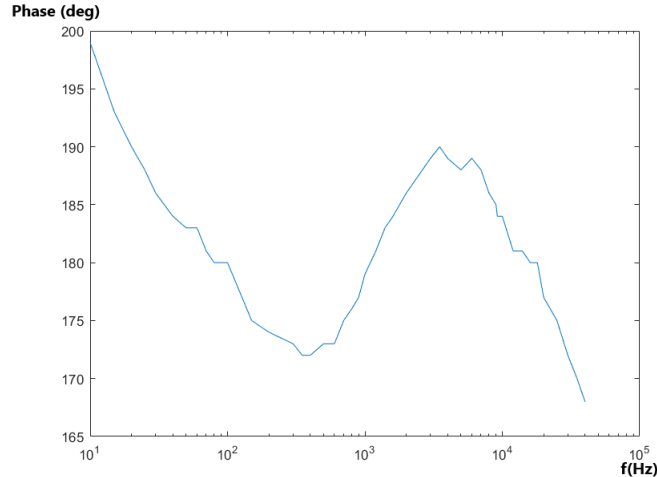


Figura 60: Bode medido fase ( $k=0.5$ )

Como se puede observar las mediciones se ajustan bien a la simulación y a la teoría. Pueden llegar a diferir levemente por el error de los instrumentos empleados, la tolerancia de los componentes y a que los valores de resistencia empleados no son exactos sino que los valores comerciales mas cercanos. Se puede ver que la mayor diferencia entre la simulación y lo medido es en  $k=0.5$ , ya que los potenciómetros no se pueden ajustar a la mitad con tanta precisión, lo que genera una pequeña ganancia o atenuación al medirse, debido a que el  $k$  no es exactamente 0.5, a diferencia de  $k=0$  y  $k=1$ , donde esto si se puede lograr.

#### 4.8. Datasheet

- Max Gain:  $21dB$
- Max Attenuation:  $-21dB$
- Input Impedance:  $5k\Omega$
- Output Impedance:  $2n\Omega$
- Max Input Voltage:  $1,2v$
- Max Vcc:  $18v$
- Min Vcc:  $-18v$

#### 4.9. Conclusión

En conclusión, la implementación en serie de ecualizadores forman un control de tonos de 3 bandas, donde su comportamiento en frecuencia se ajusta al modelo teórico gracias a sus impedancias de entrada y de salida. Este mismo atenua o amplifica tres regiones de audio diferente de manera que se puede controlar los bajos, agudos y medios de cualquier entrada de audio que no sature los OpAmps.