Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.05 Análisis de Señales y Sistemas Digitales

Trabajo Práctico de Laboratorio N°1

# Ejercicios a entregar


*Grupo 2:*

Matías Larroque
Leg. 56597

Tomás Agustín González Orlando
Leg. 57090

Lucero Guadalupe Fernandez
Leg. 57485

Manuel Mollón
Leg. 58023

Ezequiel Vijande
Leg. 58057

*Profesor:*

Daniel Jacoby
Carlos Belaustegui Goitia
Rodrigo Iñaki Iribarren



Entregado: 15 de Marzo de 2019

## Ejercicio 1

Analizar para los siguientes filtros invarianza en el tiempo, causalidad y linealidad.

### Inciso d. $Y(nT) = 5nT\, x^2(nT)$

Analizo invarianza:

$x_1(nT) \to y_1(nT)$ con $x_1(nT) = x(nT - \alpha T)$.

$\Longrightarrow y_1(nT) = 5nT\, x_1^2(nT) = 5nT\, x^2(nT - \alpha T) \neq y(nT - \alpha T)$

*En conclusión, al ser $y_1(nT) \neq y(nT - \alpha T)$ el sistema no es tiempo invariante.*

Analizo causalidad:

$x_1(nT) = x_2(nT) \;\; \forall\, nT \leq kT$

$$\begin{cases} y_1(nT) = 5nT\, x_1^2(kT) \\ y_2(nT) = 5nT\, x_2^2(kT) \end{cases}$$

*Como $kT \leq nT \Longrightarrow y_1(nT) = y_2(nT)$ y el sistema es causal.*

Analizo linealidad:

$$\begin{cases} x_1(nT) \to y_1(nT) \\ x_2(nT) \to y_2(nT) \end{cases}$$

$\Longrightarrow [\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = 5nT\alpha^2 x_1^2(nT) + 5nT\beta^2 x_2^2(nT) \neq \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$

*Como $[\alpha x_1 + \beta x_2](nT) \neq \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$ el sistema no es lineal.*

### Inciso e. $Y(nT) = 3x(nT + 3T)$

Analizo invarianza:

$x_1(nT) \to y_1(nT)$ con $x_1(nT) = x(nT - \alpha T)$.

$\Longrightarrow y_1(nT) = 3x_1(nT + 3T) = 3x(nT - \alpha T + 3T) = y(nT - \alpha T)$

*Al ser $y_1(nT) = y(nT - \alpha T)$ el sistema es tiempo invariante.*

Analizo causalidad:

$x_1(nT) = x_2(nT) \;\; \forall\, nT \leq kT$

$$\begin{cases} y_1(nT) = 3x_1(kT+3T) \\ y_2(nT) = 3x_2(kT+3T) \end{cases}$$

*Como* $kT + 3T > nT \implies y_1(nT) \neq y_2(nT)$ *y el sistema no es causal.*

Analizo linealidad:

$$\begin{cases} x_1(nT) \to y_1(nT) \\ x_2(nT) \to y_2(nT) \end{cases}$$

$$\implies [\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = 3\alpha x_1(nT+3T) + 3\beta x_2(nT+3T) = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$$

*Como* $[\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$ *el sistema es lineal.*

## Inciso i. $Y(nT) = x(nT+T)e^{-nT}$

Analizo invarianza:

$x_1(nT) \to y_1(nT)$ con $x_1(nT) = x(nT - \alpha T)$.

$$\implies y_1(nT) = x_1(nT+T)e^{-nT} = x(nT - \alpha T + T)e^{-nT} \neq y(nT - \alpha T)$$

*Al ser* $y_1(nT) \neq y(nT - \alpha T)$ *el sistema no es tiempo invariante.*

Analizo causalidad:

$x_1(nT) = x_2(nT) \quad \forall\, nT \leq kT$

$$\begin{cases} y_1(nT) = x_1(kT+T)e^{-nT} \\ y_2(nT) = x_1(kT+T)e^{-nT} \end{cases}$$

*Como* $kT + T > nT \implies y_1(nT) \neq y_2(nT)$, *por lo que el sistema no es causal.*

Analizo linealidad:

$$\begin{cases} x_1(nT) \to y_1(nT) \\ x_2(nT) \to y_2(nT) \end{cases}$$

$$\implies [\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = \alpha x_1(nT+T)e^{-nT} + \beta x_1(nT+T)e^{-nT} = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$$

*En conclusión, como* $[\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$ *el sistema es lineal.*

## Ejercicio 2

Analizar las siguientes redes, hallando la ecuación diferencia.

### Inciso b.

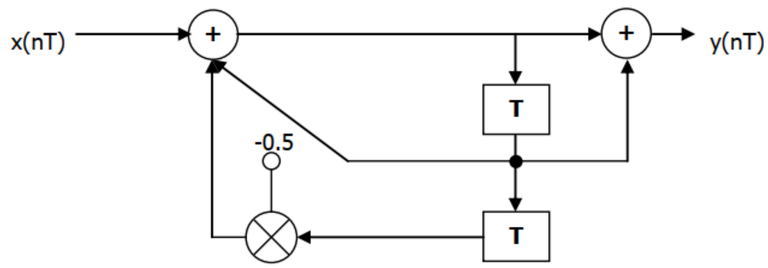



Figure 1: Red a analizar.

De la red anterior, se pueden plantear las siguientes señales:

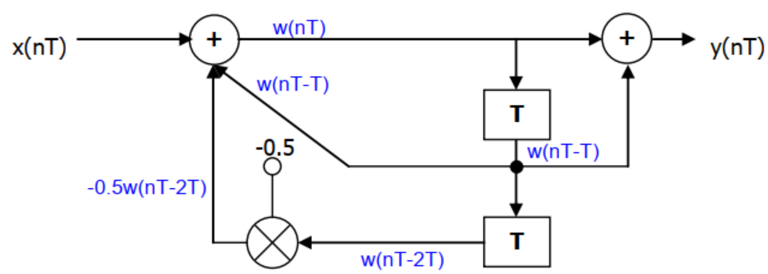



Figure 2: Red resuelta.

De donde se derivan las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} w(nT) = x(nT) + w(nT-T) - 0.5w(nT-2T) \\ y(nT) = w(nT) + w(nT-T) \end{cases} \tag{1}$$

Si se reemplaza la primera ecuación en la segunda resulta en:

$$y(nT) = x(nT) + w(nT-T) - 0.5w(nT-2T) + x(nT-T) + w(nT-2T) - 0.5w(nT-3T) \tag{2}$$

Observando que:

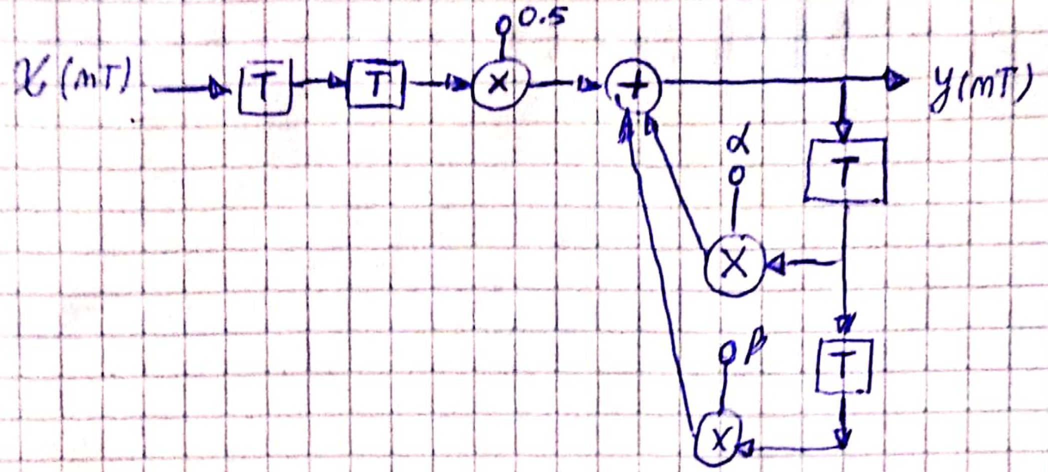
$$\begin{cases} y(nT-T) = w(nT-T) + w(nT-2T) \\ -0.5y(nT-2T) = -0.5\left(w(nT-2T) + w(nT-3T)\right) \end{cases}$$

Ambas presentes en la ecuación 2, se tiene finalmente la siguiente ecuación diferencia:

$$y(nT) = x(nT) + x(nT-T) + y(nT-T) - 0.5y(nT-2T)$$

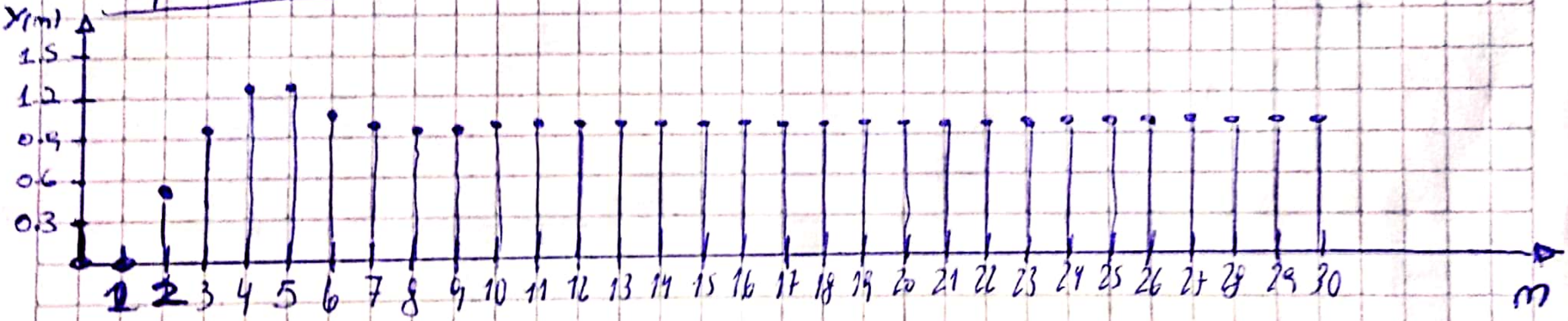
9)

a) $\alpha = 1 \quad \beta = -\frac{1}{2}$ b) $\alpha = \frac{1}{2} \quad \beta = -\frac{1}{8}$ c) $\alpha = \frac{5}{4} \quad \beta = -\frac{25}{32}$

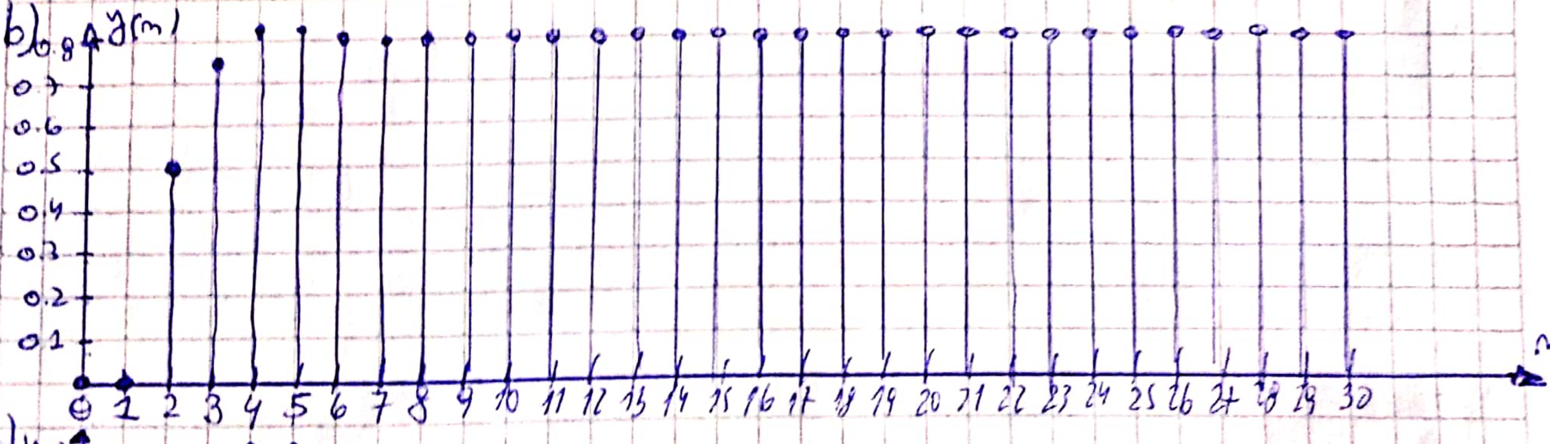



$$y(mT) = \alpha\, y(mT-T) + \beta\, y(mT-2T) + 0.5 \times x(mT-2T)$$

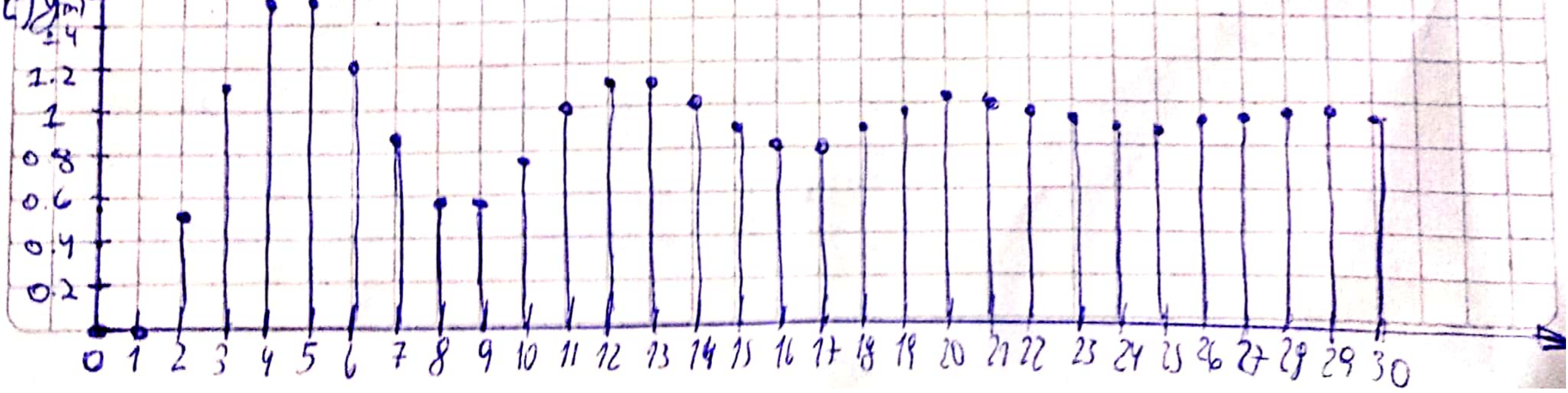
a) Resp al escalón



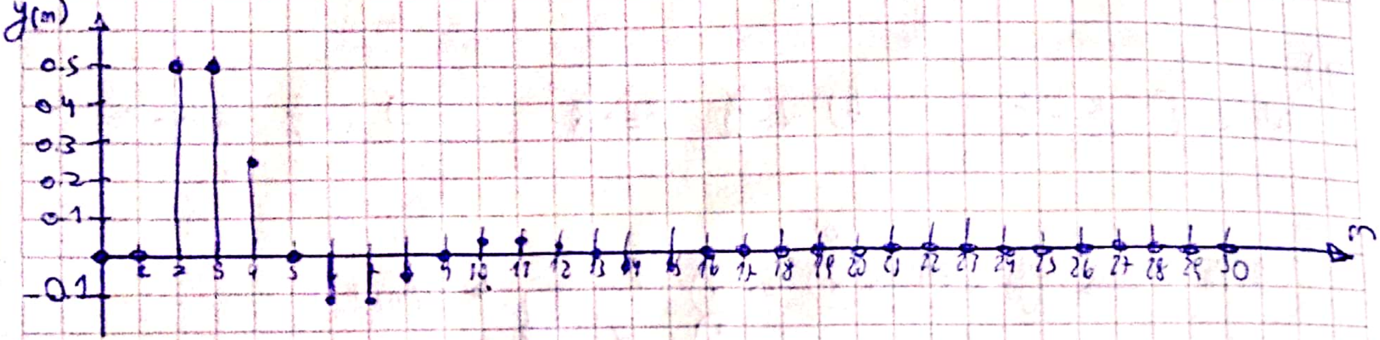

b)



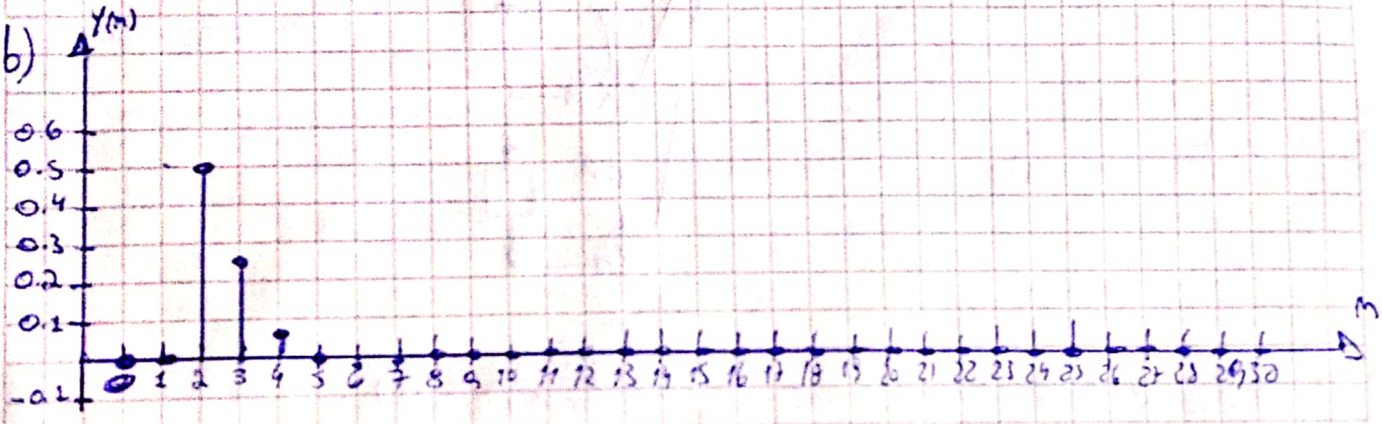

c)



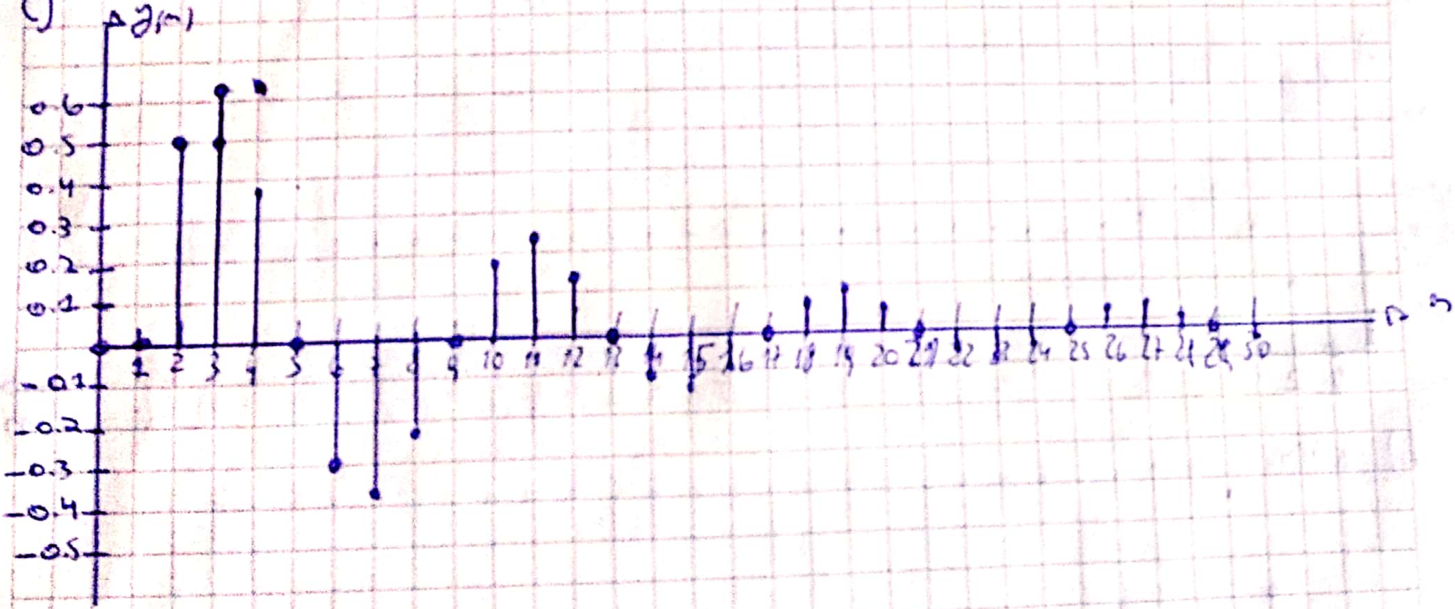
a) Resp. al impulso



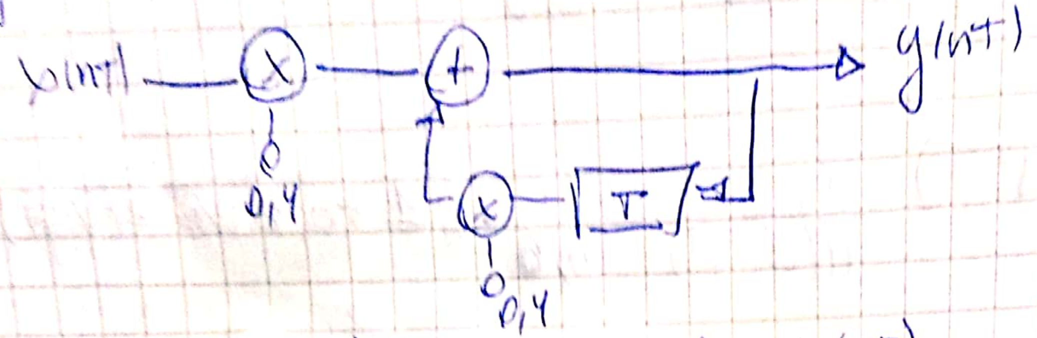

b)




c)



Ejercicio 4)




$$0,4\,x(nT) + 0,4\,y(nT-T) = y(nT)$$

Para hacer fáciles las cuentas, $T = 1$, después reemplazo.

$$0,4\,x(n) + 0,4\,y(n-1) = y(n)$$

Quiero obtener resp impulsiva $\Rightarrow$ $x(n) = \delta(n)$

$$0,4\,\delta(n) + 0,4\,y(n-1) = y(n)$$

H) $0,4\,y_H(n-1) = y_H(n)$

Propongo $y_H(n) = \lambda^n A$ ; $A \in \mathbb{R}$

$$0,4\,\lambda^{n-1} = \lambda^n$$

$$\boxed{0,4 = \lambda}$$

$\boxed{\delta}$ $0,4\,\delta(n) + 0,4\,y(n-1) = y(n)$

$$0,4 = y(0)$$

$$\Rightarrow \boxed{h(n) = 0,4^{n+1}\,u(n)}$$

Luego, para $x(n) = \cos(nw)B$, $y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=0}^{M} h(k)\,x(M-k)$

$$\boxed{y(m) = \sum_{k=0}^{M} 0,4^{k+1}\,B\cos[(n-k)w]}$$

$$\downarrow$$

$$y(m) = \sum_{k=0}^{M} 0,4^{k+1}\,B\cos[(n-k)2\pi f]$$

$$\Rightarrow y(mT) = \sum_{k=0}^{M} 0,4^{(k+1)T}\,B\cos[(n-k)2\pi f T]$$

$$H(z) = \frac{z^2}{z-0,4} \Rightarrow H(e^{i2\pi fT}) = \frac{e^{i4\pi fT}}{e^{i2\pi fT} - 0,4}$$

$$|\tilde{H}(e^{i2\pi fT})| = \sqrt{\frac{1}{1+0{,}4^2-0{,}8\cos(2\pi fT)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\tilde{H}(1)|} = \frac{1}{1-0{,}4} = \frac{1}{0{,}6} =$$

frecuencia cero

$$\frac{\tilde{H}(1)}{\tilde{H}(e^{i2\pi fT})} = \frac{1}{0{,}6}\cdot\sqrt{1+0{,}4^2-0{,}8\cos(2\pi fT)} = 10^{\frac{3}{20}}$$

$$(0{,}6\cdot 10^{3/20})^2 - (1+0{,}4^2) = 0{,}8\cos(2\pi fT)$$

$$-0{,}442 = 0{,}8\cos(2\pi fT)$$

$$123{,}5 = 2\pi fT$$

$$\frac{123{,}5}{2\pi T} = f$$

$$\boxed{19{,}6(kHz) = f}$$

Scanned by CamScanner