Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.05 Análisis de Señales y Sistemas Digitales

Trabajo Práctico de Laboratorio N°1

Ejercicios a entregar

Grupo 2:

Matías Larroque
Leg. 56597

Tomás Agustín González Orlando
Leg. 57090

Lucero Guadalupe Fernandez
Leg. 57485

Manuel Mollón
Leg. 58023

Ezequiel Vijande
Leg. 58057

Profesor:

Daniel Jacoby
Carlos Belaustegui Goitia
Rodrigo Iñaki Iribarren

Entregado: 15 de Marzo de 2019

Ejercicio 1

Analizar para los siguientes filtros invarianza en el tiempo, causalidad y linealidad.

Inciso d. $Y(nT) = 5nT\,x^2(nT)$

Analizo invarianza:

$x_1(nT) \to y_1(nT)$ con $x_1(nT) = x(nT - \alpha T)$.

$\Longrightarrow y_1(nT) = 5nT\,x_1^2(nT) = 5nT\,x^2(nT - \alpha T) \neq y(nT - \alpha T)$

En conclusión, al ser $y_1(nT) \neq y(nT - \alpha T)$ el sistema no es tiempo invariante.

Analizo causalidad:

$x_1(nT) = x_2(nT) \;\; \forall\, nT \leq kT$

$$\begin{cases} y_1(nT) = 5nT\,x_1^2(kT) \\ y_2(nT) = 5nT\,x_2^2(kT) \end{cases}$$

Como $kT \leq nT \Longrightarrow y_1(nT) = y_2(nT)$ y el sistema es causal.

Analizo linealidad:

$$\begin{cases} x_1(nT) \to y_1(nT) \\ x_2(nT) \to y_2(nT) \end{cases}$$

$\Longrightarrow [\alpha x_1 + \beta x_2]\,(nT) = 5nT\alpha^2 x_1^2(nT) + 5nT\beta^2 x_2^2(nT) \neq \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$

Como $[\alpha x_1 + \beta x_2]\,(nT) \neq \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$ el sistema no es lineal.

Inciso e. $Y(nT) = 3x(nT + 3T)$

Analizo invarianza:

$x_1(nT) \to y_1(nT)$ con $x_1(nT) = x(nT - \alpha T)$.

$\Longrightarrow y_1(nT) = 3x_1(nT + 3T) = 3x(nT - \alpha T + 3T) \; = \; y(nT - \alpha T)$

Al ser $y_1(nT) = y(nT - \alpha T)$ el sistema es tiempo invariante.

Analizo causalidad:

$x_1(nT) = x_2(nT) \;\; \forall\, nT \leq kT$

$$\begin{cases} y_1(nT) = 3x_1(kT+3T) \\ y_2(nT) = 3x_2(kT+3T) \end{cases}$$

Como $kT+3T > nT \Longrightarrow y_1(nT) \neq y_2(nT)$ y el sistema no es causal.

Analizo linealidad:

$$\begin{cases} x_1(nT) \to y_1(nT) \\ x_2(nT) \to y_2(nT) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow [\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = 3\alpha x_1(nT+3T) + 3\beta x_2(nT+3T) = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$$

Como $[\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$ el sistema es lineal.

Inciso i. $Y(nT) = x(nT+T)e^{-nT}$

Analizo invarianza:

$x_1(nT) \to y_1(nT)$ con $x_1(nT) = x(nT - \alpha T)$.

$$\Longrightarrow y_1(nT) = x_1(nT+T)e^{-nT} = x(nT - \alpha T + T)e^{-nT} \neq y(nT - \alpha T)$$

Al ser $y_1(nT) \neq y(nT-\alpha T)$ el sistema no es tiempo invariante.

Analizo causalidad:

$x_1(nT) = x_2(nT) \quad \forall\, nT \leq kT$

$$\begin{cases} y_1(nT) = x_1(kT+T)e^{-nT} \\ y_2(nT) = x_1(kT+T)e^{-nT} \end{cases}$$

Como $kT+T > nT \Longrightarrow y_1(nT) \neq y_2(nT)$, por lo que el sistema no es causal.

Analizo linealidad:

$$\begin{cases} x_1(nT) \to y_1(nT) \\ x_2(nT) \to y_2(nT) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow [\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = \alpha x_1(nT+T)e^{-nT} + \beta x_1(nT+T)e^{-nT} = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$$

En conclusión, como $[\alpha x_1 + \beta x_2](nT) = \alpha y_1(nT) + \beta y_2(nT)$ el sistema es lineal.

Ejercicio 2

Analizar las siguientes redes, hallando la ecuación diferencia.

Inciso b.

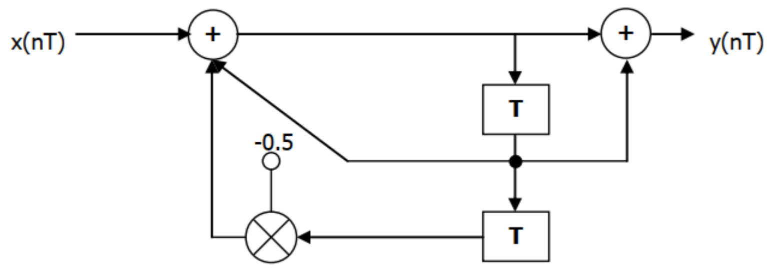

Figure 1: Red a analizar.

De la red anterior, se pueden plantear las siguientes señales:

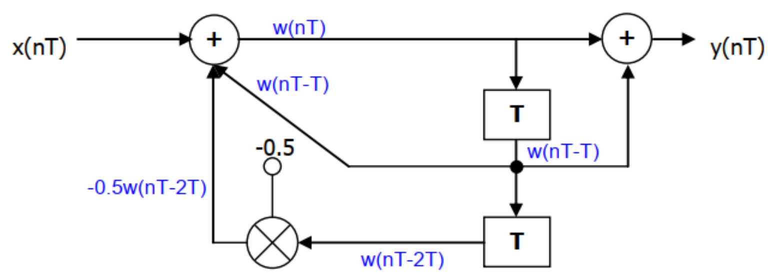

Figure 2: Red resuelta.

De donde se derivan las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} w(nT) = x(nT) + w(nT - T) - 0.5w(nT - 2T) \\ y(nT) = w(nT) + w(nT - T) \end{cases} \tag{1}$$

Si se reemplaza la primera ecuación en la segunda resulta en:

$$y(nT) = x(nT) + w(nT - T) - 0.5w(nT - 2T) + x(nT - T) + w(nT - 2T) - 0.5w(nT - 3T) \tag{2}$$

Observando que:

$$\begin{cases} y(nT-T) = w(nT-T) + w(nT-2T) \\ -0.5y(nT-2T) = -0.5\left(w(nT-2T) + w(nT-3T)\right) \end{cases}$$

Ambas presentes en la ecuación 2, se tiene finalmente la siguiente ecuación diferencia:

$$y(nT) = x(nT) + x(nT-T) + y(nT-T) - 0.5y(nT-2T)$$