Remuestreo

Sea el sistema que muestra la figura, el sistema dado por consigna completo:

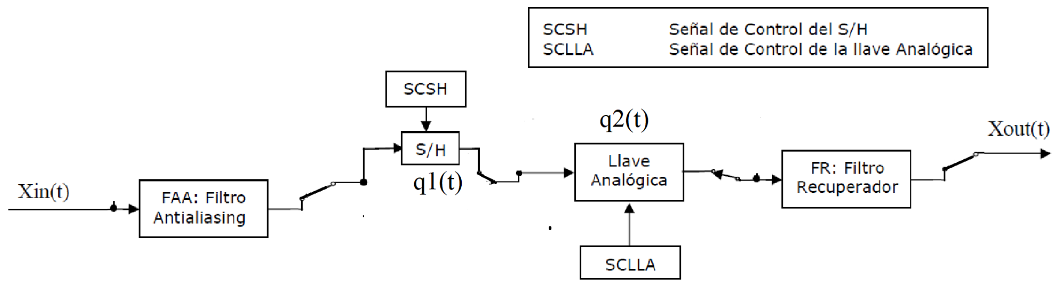

Figure 1: Sistema completo

Donde $q(t) = q_1(t) * q_2(t) = \pi(\frac{t-\frac{d}{2\cdot T}}{d/T})$ es la respuesta al impulso del sistema conjunto de la llave analógica con el sample and hold.

Llamando a $\frac{d}{T} = \tau$ el duty cycle de muestreo, donde d es el tiempo de prendido de la llave analógica y T es el tiempo de hold del sample and hold, $q(t) = \pi(\frac{t-\frac{\tau}{2}}{\tau})$, cuya transformada de fourier, o respuesta en frecuencia del filtro es $Q(f) = \tau \cdot sinc(f\tau) \cdot e^{-i\cdot 2\pi f \frac{\tau}{2}}$

Sea la señal de entrada al sistema $W_j(f) = A_j \cdot \delta(f - f_j)$.

H(f) es la respuesta en frecuencia del filtro Anti-Aliasing, que coincide con la respuesta en frecuencia del filtro Recuperador.

Entonces, la señal de salida a la entrada $W_j(f)$ en frecuencia, $G_j(f)$ estará dada por:

$$G_j(f) = A_j \cdot H(f_j)^2 \cdot \tau \cdot sinc(f_j \cdot \tau) \cdot e^{-i\cdot 2\pi f_j \cdot \frac{\tau}{2}} \cdot \delta(f - f_j)$$

Tomando en cuenta que el espectro de la señal $x_j(t)$=$A_j \cdot cos(2\pi \cdot f_j \cdot t)$ es $X_j(f) = \frac{1}{2} \cdot W_j(f) + \frac{1}{2} \cdot W_j(-f)$ y teniendo en cuenta la paridad de $|H(f)|$ y la imparidad de la fase de H(f) por ser un filtro pasabajos real, además de la paridad de la función sinc(f), por superposición se obtiene la salida a la entrada $X_j(f)$ como $Y_j(f) = A_j \cdot H(f_j)^2 \cdot \tau \cdot sinc(f_j \cdot \tau) \cdot cos(2\pi \cdot f_j \cdot \frac{\tau}{2}) \cdot [\delta(f - f_j) + d(f + f_j)]$

Reemplazando entonces por la igualdad anteriormente mencionada $\frac{d}{T} = \tau$, se llega a $Y_j(f) = A_j \cdot |H(f_j)|^2 \cdot \frac{d}{T} \cdot sinc(f_j \cdot \frac{d}{T}) \cdot cos(2\pi \cdot f_j \cdot (\frac{d}{2T} + 2 \cdot \gamma_j)) \cdot [\delta(f - f_j) + d(f + f_j)]$, donde γ_j es el valor de la fase de $H(f_j)$. Notamos que el desfasaje que otorga el filtro Q(f) es lineal con respecto a la frecuencia y por ende no produce distorsión. Esto querrá decir que la distorsión que produce elfiltro Q(f) será únicamente en módulo y no en fase, según el valor de τ.

Asuminendo entonces a salida en función del tiempo puede ser luego escrita como $y_j(t) = A_j \cdot |H(f_j)|^2 \cdot \frac{d}{T} \cdot sinc(f_j \cdot \frac{d}{T}) \cdot cos(2\pi \cdot f_j \cdot (\frac{d}{2T} + 2 \cdot \gamma_j)) \cdot cos(2\pi \cdot f_j \cdot t)$

Señales moduladas en AM

Dada la señal modulada en AM $x_c(t)$=$A_{máx} \cdot [\frac{1}{2} \cdot cos(2\pi \cdot 1.8 \cdot f_{in} \cdot t) + cos(2\pi \cdot 2 \cdot f_{in} \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot cos(2\pi \cdot 2.2 \cdot f_{in} \cdot t)]$, notamos que la misma puede ser escrita como una suma de las funciones $x_j(t)$ mencionadas anteriormente, de forma tal que $x_c(t)$=$x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$, donde:

- $A_1 = \frac{A_{máx}}{2}$, $f_1 = 1.8 \cdot f_{in}$
- $A_2 = A_{máx}$, f_2 =$2 \cdot f_{in}$
- $A_3 = A_1$, $f_3 = 2.2 \cdot f_{in}$

De aquí, aplicando nuevamente superposición obtenemos la salida $y_c(t)$ a la entrada $x_c(t)$ como $y_c(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t)$, o vista en frecuencia como $Y_c(f) = \sum_{i=1}^{3} Y_i(f)$.

De esta fórmula se desprende que el espectro de la señal modulada se deformará más a un duty cycle mayor, ya que la campana del sinc aumenta en ancho a medida que τ disminuye.

En cuanto a la potencia, como la salida es una superposición de deltas en frecuencia, podemos hallar la potencia total utilizando la identidad de Párseval según P=$\sum_{i=1}^{3} A_i^2 \cdot |H(f_i)|^4 \cdot \tau^2 \cdot sinc^2(f_i \cdot \tau)$

Luego, aproximando a la ganancia del filtro como unitaria en toda la banda de paso, P=$\sum_{i=1}^{3} A_i^2 \cdot \tau^2 \cdot sinc^2(f_j \cdot \tau) = \tau^2 \cdot \sum_{i=1}^{3} A_i^2 \cdot sinc^2(f_j \cdot \tau)$

La fórmula anterior indica que la potencia total de la señal muestreada será inversamente proporcional al cuadrado del duty cycle. De aquí se deduce que tendrá que haber una relación de compromiso entre la pérdida de pontencia que otorga el duty cycle y la deformación al módulo del espectro de la señal que produce el mismo (ya mostramos antes que la deformación del espectro que produce el valor de τ es únicamente en módulo y NO en fase).