

Finanzas en la Ingeniería

Alejandra Pastén

2018

Los mercados financieros. Anualidades.

Una serie de flujos de efectivo uniformes se denomina anualidad. Si el flujo se paga al inicio del periodo se denomina **anualidad anticipada o inmediata** (ej. Fondos de inversión, pagos de renta, seguros). Si el flujo de efectivo se da al final del periodo se llama **anualidad ordinaria, vencida, cierta** (ej. hipotecas, préstamos para autos, créditos)

Para calcular el valor futuro de una anualidad ordinaria la fórmula es:

$$F = A * \frac{((1+r)^n - 1)}{r}$$

Para calcular el valor presente de una anualidad ordinaria la fórmula es:

$$P = A * \frac{(1 - (1+r)^{-n})}{r}$$

Ej. Ud desea ahorrar \$10,000 MXN cada año durante 3 años para ir de viaje a Costa Rica. Si la tasa de Interés que negoció es de 10%. El valor futuro será:

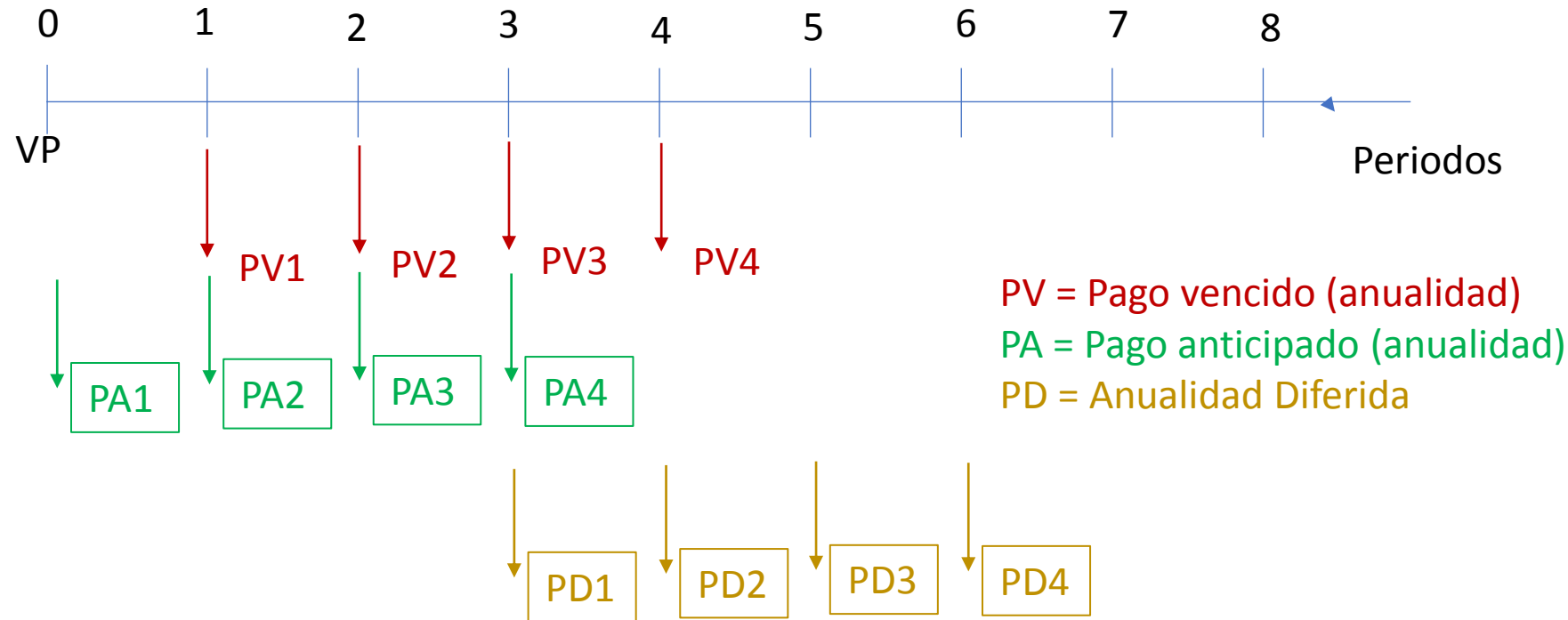
$$F = \$10,000 * 1.1^3 + \$10,000 * 1.1^2 + \$10,000 * 1.1$$

$$F = \$10,000 * (1.1 + 1.1^2 + 1.1^3)$$

Este es el caso de una anualidad inmediata

A = Anualidad

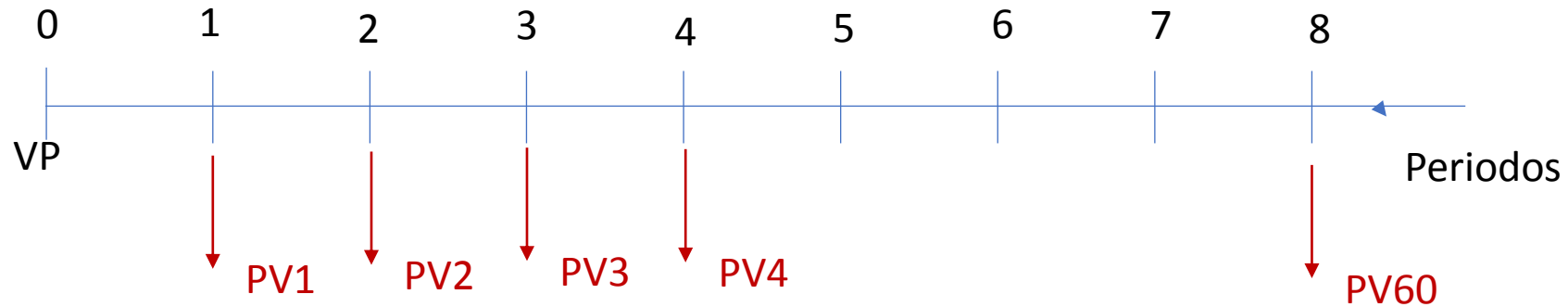
Los mercados financieros. Anualidades.



Una serie de flujos durante un periodo de tiempo. Los flujos deben ser iguales, es decir el mismo importe. Los periodos deben ser uniformes(mensuales, semestrales, anuales pero siempre iguales). Igual tasa de interés para todos los periodos, el numero de pagos debe ser el numero de periodos utilizados.

Los mercados financieros. Anualidades.

Si usted debe pagar **al final de cada mes** 200.00 MXN por 5 años. Cual es el valor presente si la tasa es del 24% anual.

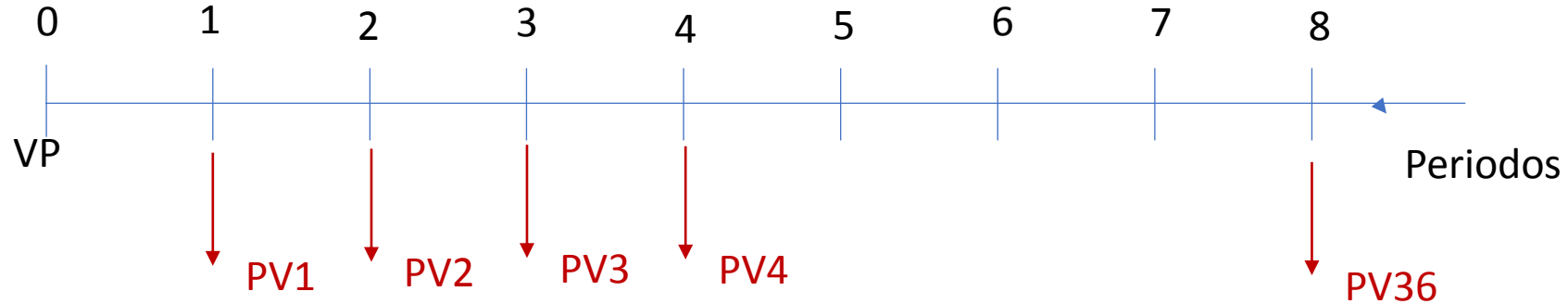


$$P = A * \frac{(1 - (1 + r)^{-n})}{r} \quad r = 24\% / 12 = 2\% \text{ mensual}$$

$$P = 200 * \frac{(1 - (1 + 0.02)^{-60})}{0.02} = 6,952.18$$

Los mercados financieros. Anualidades.

Ud necesita 11,000,000 MXN para iniciar un negocio. Solicita el préstamo al banco y aceptan prestarle al 18% anual que usted debe pagar durante 3 años mensualmente. Cuanto debe pagar cada mes?



$$P = A * \left(\frac{(1 - (1 + r)^{-n})}{r} \right)$$

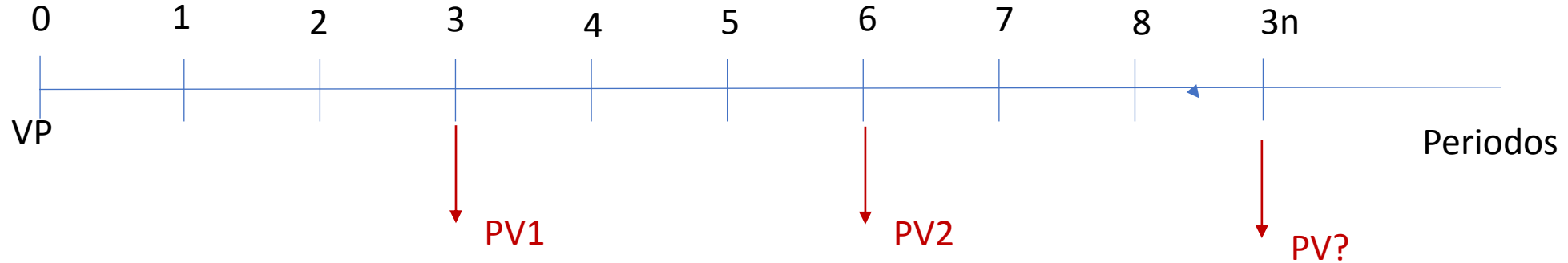
$$r = 18\% / 12 = 1.5\% \text{ mensual}$$

$$A = P * \left(\frac{1}{\frac{(1 - (1 + r)^{-n})}{r}} \right) =$$

$$11,000,000 * \left(\frac{1}{\frac{(1 - (1 + 0.015)^{-36})}{0.015}} \right) = 397,676.351$$

Los mercados financieros. Anualidades.

Ud quiere obtener \$5000 USD mediante depósitos de \$250 USD al final de cada 3 meses. Si el fondo gana 4% anual. Cuantos depósitos deben hacerse? Debe entregarse un remanente



$$F = A * \frac{((1+r)^n - 1)}{r} \quad r = 4\% / 4 = 1\% \text{ mensual}$$

$$5000 = 250 * \frac{((1+0.01)^n - 1)}{0.01} \quad \longrightarrow \quad \frac{5000}{250} * 0.01 + 1 = (1 + 0.01)^n \quad \longrightarrow \quad 1.2 = (1.01)^n$$

$$\ln(1.2) = \ln(1.01)^n \quad \longrightarrow \quad \ln(1.2) = n * \ln(1.01) \quad \longrightarrow \quad \frac{\ln(1.2)}{\ln(1.01)} = n \quad \longrightarrow \quad n = 18.32$$

Nota: En algunos problemas puede encontrar que la tasa es capitalizable cada trimestre. Considere que la tasa es anual y la divide entre el tamaño de l periodo.

Los mercados financieros. Anualidades.

Interés Compuesto: $F = P(1 + r)^n$

Anualidades:

Primer Anualidad: $F = A(1 + r)^{n-1}$

Segunda Anualidad: $F = A(1 + r)^{n-2}$

.

Penúltima Anualidad: $F = A(1 + r)$

Ultima Anualidad: $F = A$

Sucesión Geométrica:

De la forma:

a_1

$a_2 = a_1 * j$

$a_3 = a_2 * j$

$a_4 = a_3 * j \dots$

Suma de los n primeros términos:

$$S_n = a_1 \frac{j^n - 1}{j - 1} \quad \text{De ahí: } J = 1 + r$$

Sustituyendo:

$$S_n = A \frac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} \longrightarrow S_n = A \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

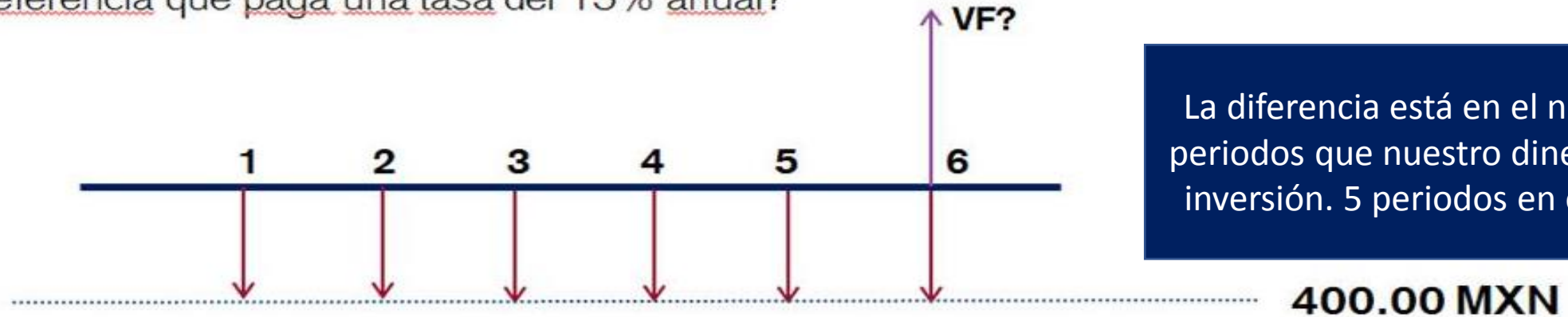
$$VF = A \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Nota 1: Podríamos referirnos a las anualidades como pagos uniformes porque el periodo entre pagos puede ser mensuales, trimestrales, semestrales, etc.

Nota 2: Las anualidades se usan en gran cantidad de créditos: educativos, bancarios, para auto, hipotecas. También se usan en ahorros programados.

Los mercados financieros. Anualidades.

Cuánto dinero obtendrá al final de 6 años si anualmente se invierten \$400.00 MXN en el banco de su preferencia que paga una tasa del 15% anual?



$$VF = A + \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

	A	B	C	E	F	G	H	I	J	K
1										
2		Anualidades		Interes Compuesto						
3					Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3	Periodo 4	Periodo 5	Periodo 6
4		Cantidad:	400.00	Cantidad:	400.00	400.00	400.00	400.00	400.00	400.00
5		Tasa:	0.15	Tasa:	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
6		No de Periodo:	6.00	No de Periodo:	6.00	5.00	4.00	3.00	2.00	1.00
8		Formula:	3,501.50	Interes por periodo:	925.22	804.54	699.60	608.35	529.00	460.00
9		=((POTENCIA((1+C5),C6)-1)/C5)*C4		Σ periodos con intereses del 2 al 6:	3,101.50	=SUMA(G8:K8)			=J4*POTENCIA(1+J5,J6)	
10				Sumando el periodo sin intereses:	3,101.50	400.00	3,501.50	=F10+G10		

Los mercados financieros. Anualidades.

Valor Futuro:

$$VF = A \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Valor Presente:

$$VP = A \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} = VP = A \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$$