
	Manual de prácticas del Laboratorio de Análisis de Sistemas y Señales	Código:	MADO-76
		Versión	01
		Página:	77/97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de febrero 2019
Facultad de ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresion de este documento es una copia no controlada			


Práctica No5 Respuesta de Sistemas Dinámicos



Apellidos y nombres	Alfaro Domínguez Rodrigo		
	Barrera Peña Víctor Miguel		
	Villeda Hernández Erick Ricardo		
Grpo:	4	Profesor: M.I Lauro Fernando Vazquez Alberto	Calificación
Brigada:	1		
Semestre:	2021-1	Fecha de ejecución: 05/01/2021	

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	78 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Aspectos a evaluar	Excelente	Destacado	Suficiente	No cumplido	Evaluación
Organización y conducta. A,5 I.	Buena organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica (1p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.)	Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.)	
Desarrollo de actividades. A,6 M.	Realiza el 100 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuado. (1p.)	Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuado. (0,7p.)	Realiza el 80 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.)	Realiza menos del 80 % de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.)	
Asimilación de los objetivos de aprendizaje. A,1M A,3M A,7A A,2I A,4I	Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian experiencias de la práctica con conceptos teóricos (4p.)	Asimilan la mayoría de los conocimientos. Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.)	Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la práctica con la teoría es escasa. (2p.)	No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.)	
Reporte de la práctica. A,5I	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporta de forma adecuada cada una de las actividades. (4p)	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades son reportadas incompletas. (3p.)	Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades son incompletas. (2p.)	No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.)	


	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	79 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Objetivos

- ☛ El alumno interpretará el comportamiento característico de diferentes sistemas físicos a partir del concepto de la respuesta al escalón.

Recursos

1. Software
 - a) Matlab-Simulink 2019b o superior.
2. Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios proporcionados por el laboratorio
 - a) Computadora con 2GB RAM mínimo.
 - b) 1 Generador de señales
 - c) 1 Osciloscopio
 - d) 1 Multímetro con juego de puntas y caimanos
 - e) 1 Módulo de temperatura y controlador (G34, TY34/EV)
 - f) 1 Fuente de alimentación
 - g) 1 Juego de cables B-B
 - h) 3 Cables de alimentación
 - i) 1 Transductor STT
 - j) 1 Multicontacto
3. Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios proporcionados por el alumno
 - a) 1 potenciómetro de $5[k\Omega]$
 - b) 1 Capacitor cerámico $0.22[\mu F]$.
 - c) 1 Capacitor cerámico $0.1[\mu F]$.
 - d) 1 Capacitor electrolítico $1[\mu F]$.
 - e) 1 inductor de $50 [mH]$
 - f) 3 Cables caimán-caimán
 - g) 3 Cables banana-caimán
 - h) 3 Cables banana-banana
 - i) 3 Cables BNC
 - j) 1 protoboard
 - k) Alambre para protoboard
 - l) Pinzas de punta
 - m) Pinzas para cables

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	80 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Seguridad en la ejecución de la actividad

	Peligro o fuente de energía	Riesgo asociado	Medidas de control	Verificación
1 ^{ro}	Voltaje alterno 	Electrocución 	Identificar los puntos energizados antes de realizar la actividad y evitar contacto	<input type="checkbox"/>
2 ^{do}	Voltaje continuo 	Daño a equipo 	Verificar polaridad y nivel antes de realizar la conexión del equipo o dispositivo	<input type="checkbox"/>
3 ^{do}	Herramientas de mano 	Lesiones en manos 	Verifique el buen estado de las herramientas y use siempre la correcta	<input type="checkbox"/>
		Apellidos y nombres:		

Fundamento teórico

El modelo general de un sistema lineal e invariante en el tiempo (LIT) se muestra en la ecuación (30), en donde los coeficientes son constantes.

$$\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = \sum_{n=0}^M b_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} \quad (30)$$

donde $y(t)$ y $x(t)$ son las señales de salida y entrada respectivamente.

El orden del sistema está establecido por la derivada de mayor orden, que generalmente corresponde al número de elementos que almacenan energía.

Un sistema de primer orden está caracterizado por tener solamente un elemento capaz de almacenar energía, por lo tanto, se representan por la ecuación diferencial mostrada en la ecuación (31)

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (31)$$

misma que se puede expresar en términos de sus parámetros como

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (32)$$


donde $k = \frac{b_0}{a_0}$ es la ganancia y $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ es la constante de tiempo del sistema.

La respuesta al escalón de sistemas de primer orden es como la mostrada en la Figura 33, donde el parámetro τ , que depende del modelo matemático del sistema en estudio, es la constante de tiempo del sistema.

Los sistemas de segundo orden están representados por la ecuación diferencial mostrada en la ecuación (33)

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (33)$$

La expresión general anterior puede ser representada en términos de los siguientes parámetros

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	81 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

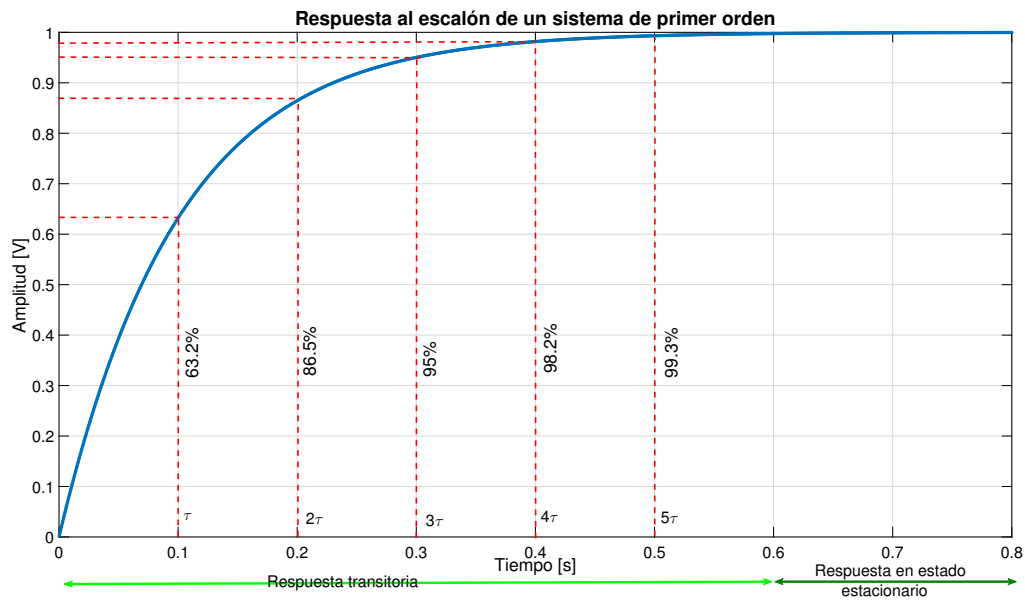


Figura 33. Respuesta de un sistema de 1^{er} orden

- ω_n es la frecuencia natural del sistema
- ζ la razón de amortiguamiento, y
- k la ganancia del sistema

con lo cual se obtiene

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 x(t)$$

cuya respuesta de entrada cero es la siguiente


$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = 0 \quad (34)$$

Suponiendo una solución de la forma $y_{zi}(t) = e^{st}$ en la ecuación homogénea, donde s son constantes a definir, la Ec. (34) queda como

$$s^2 e^{st} + 2\zeta\omega_n s e^{st} + \omega_n^2 e^{st} = 0 \quad (35)$$

en donde siempre se obtendrá un polinomio de la forma

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (36)$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	82 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

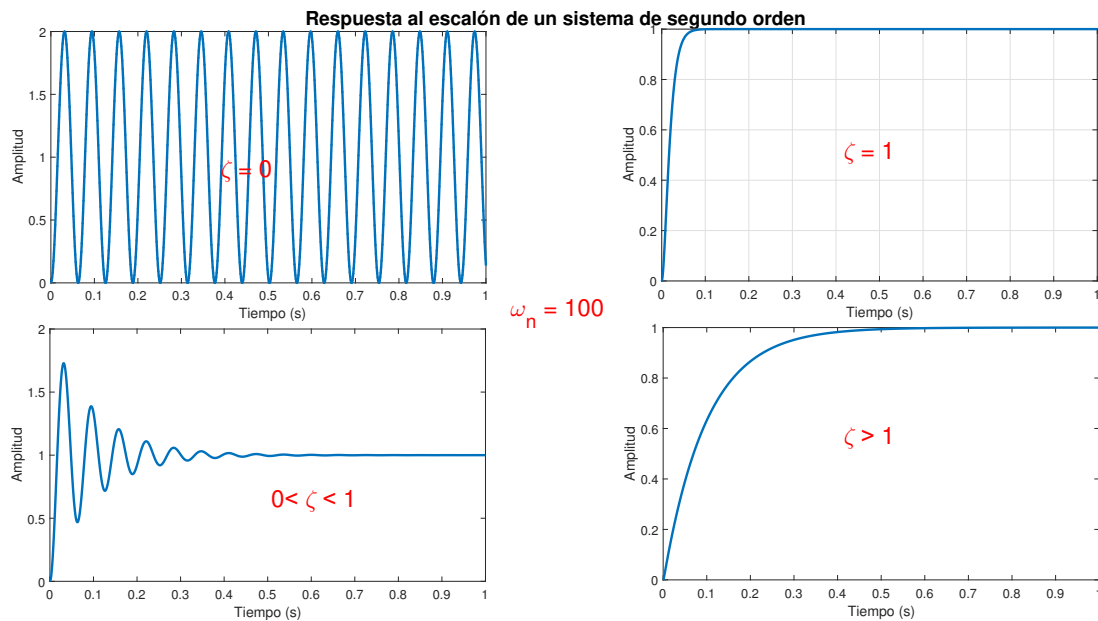


Figura 34. Respuesta de un sistema de 2^{do} orden


Este polinomio en s se le nombra ecuación característica, cuyas raíces son

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (37)$$

dependiendo de los valores del parámetro ζ se pueden considerar cuatro casos en los que las raíces del polinomio característico del sistema son diferentes. Este análisis se presenta a continuación.

1. $\zeta = 0$. Cuando esto sucede, entonces las raíces de la ecuación característica son números puramente imaginarios conjugados, es decir, $s_{1,2} = \pm j\omega_n$.
2. $0 < \zeta < 1$. En este caso las raíces del sistema son números complejos conjugados, de la forma $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$.
3. $\zeta = 1$. En este caso se tiene que las raíces de la ecuación característica toman el mismo valor negativo, por lo que se tienen raíces reales repetidas, cuyo valor es $s_{1,2} = -\omega_n$.
4. $\zeta > 1$. Las raíces de la ecuación característica en este caso son reales, diferentes y negativas, $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$.

La respuesta al escalón de un sistemas de segundo orden, considerando los cuatro casos mencionados, se muestra en la Figura 34.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	83 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Cuestionario previo

1. Identificar un sistema dinámico que se tenga en casa y definir la salida y la entrada del mismo (para discusión en clase).

2. ¿Como analizaría un sistema de orden mayor?


3. ¿Cuál es la importancia de la constante de tiempo τ y el factor de amortiguamiento ζ ?

Actividad de casa

En ocasiones se tienen sistemas de mayor orden, los cuales son complicados de analizar, sin embargo existen métodos para obtener sistemas equivalentes de menor orden, si el sistema cumple con ciertas restricciones, con lo cual se facilita su análisis. Investigar qué son los polos dominantes y criterios de desempeño para solucionar el siguiente problema:

1 Previo

- 1.1. Identificar un sistema dinámico que se tenga en casa y definir la salida y la entrada del mismo (para discusión en clase)
- 1.2. ¿Como analizaría un sistema de orden mayor?
- 1.3. ¿Cuál es la importancia de la constante de tiempo τ y el factor de amortiguamiento ζ ?

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	84 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

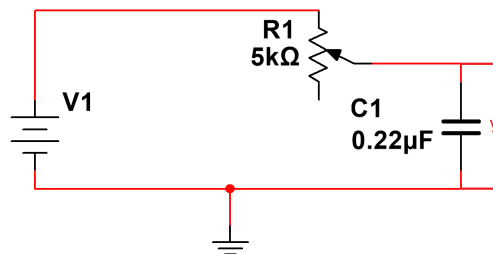


Figura 35. Sistema eléctrico de primer orden

Considere un sistema que está modelado por la ecuación (38) con condiciones iniciales nulas.

$$\frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 125 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 4508 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 66864 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1476480 \frac{dy(t)}{dt} + 1414000 y(t) = 3000000 \frac{dx(t)}{dt} + 3000000 x(t) \quad (38)$$

Obtener un sistema aproximado de orden menor, tal que, la integral del error al cuadrado sea menor a 0,25.

1. Procedimiento para obtener el sistema aproximado (polos dominantes).
2. La respuesta al escalón del sistema real y del sistema aproximado (gráficas).
3. Diferencias entre las ecuaciones diferenciales que representan o modelan al sistema aproximado y al sistema real.
4. Una gráfica del criterio integral del error al cuadrado es decir $CIEC = \int_0^\infty (y(t) - y_{aproximado}(t))^2 dt$.
5. Conclusiones de la actividad.

Anexar documentos al final de la práctica.

Desarrollo


Actividad 1 Respuesta al escalón de un sistema eléctrico de primer orden

1. Considere un sistema como el mostrado en la Fig. 36 cuya representación matemática es la siguiente.

$$R_1 C_1 \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) = V_1 \quad (39)$$

en donde la entrada del sistema es el voltaje V_1 y la salida es el voltaje en las terminales del capacitor V_c

2. El sistema representado en la Ecuación (39) es implementado en Simulink a través del código mostado en la Fig. 37.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	85 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

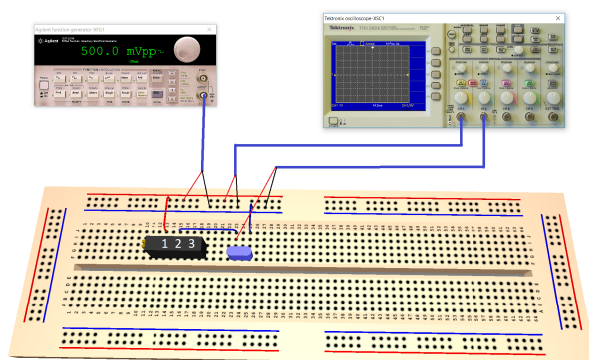


Figura 36. Sistema eléctrico de primer orden en la protoboard

- Coloque en el código en simulink una entrada tipo *step* con un valor inicial $0[u]$, un valor final $1[u]$ y un tiempo de defasamiento de $0[s]$, observe y analice la respuesta obtenida en el osciloscopio (*scope*).
- ¿Qué le pasa a la respuesta del sistema cuando se modifica el valor del parámetro R_1 ?⁵

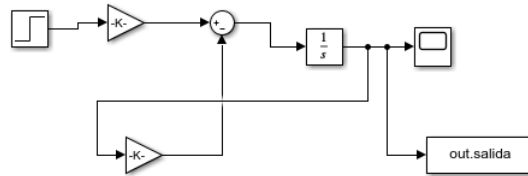
- Cambiar el valor del parámetro C_1 y comparar la respuesta obtenida con las anteriores. ¿Qué sucede? ⁶

⁵Sugerencia: Modifique el valor del parámetro R_1 desde un valor nominal de $5[k\Omega]$ hasta un valor de $0[k\Omega]$ con una variación en la disminución de $500[\Omega]$

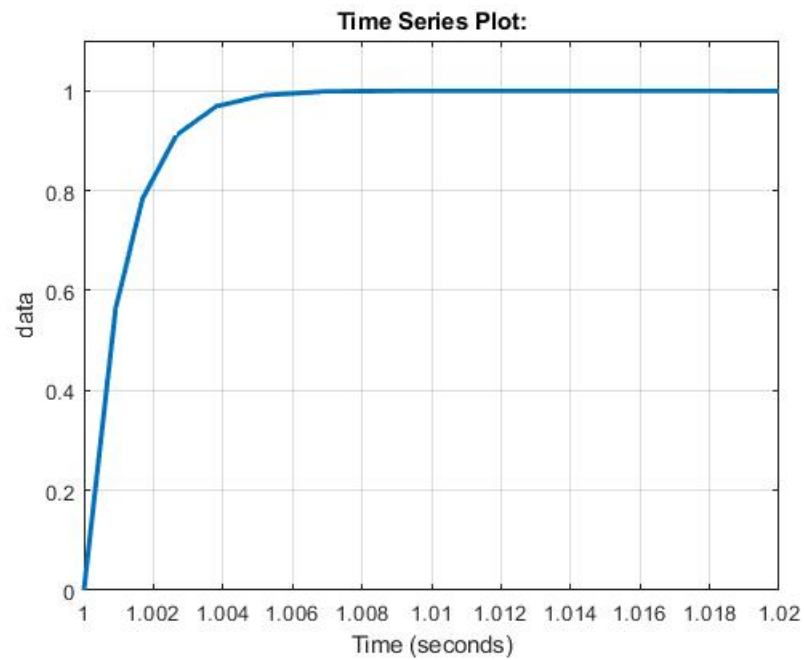
⁶Sugerencia: Modifique el valor del parámetro C_1 , primero de un valor nominal $0,22[\mu F]$ a $0,11[\mu F]$ y segundo de un valor nominal de $0,22[\mu F]$ a un valor de $0,44[\mu F]$.

1.4. Solución actividad 1

2. El sistema representado en la Ecuación (39) es implementado en Simulink a través del código mostrado en la Fig. 37



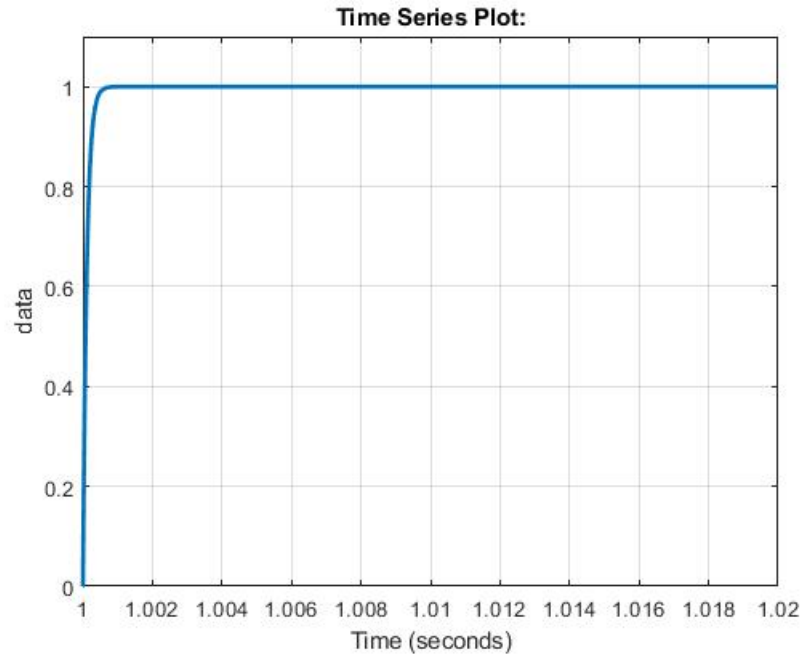
3. Coloque en el código en simulink una entrada tipo step con un valor inicial 0[u], un valor final 1[u] y un tiempo de desfasamiento de 0[s], observe y analice la respuesta obtenida en el osciloscopio.



R1=5000

C1=0.22e-06

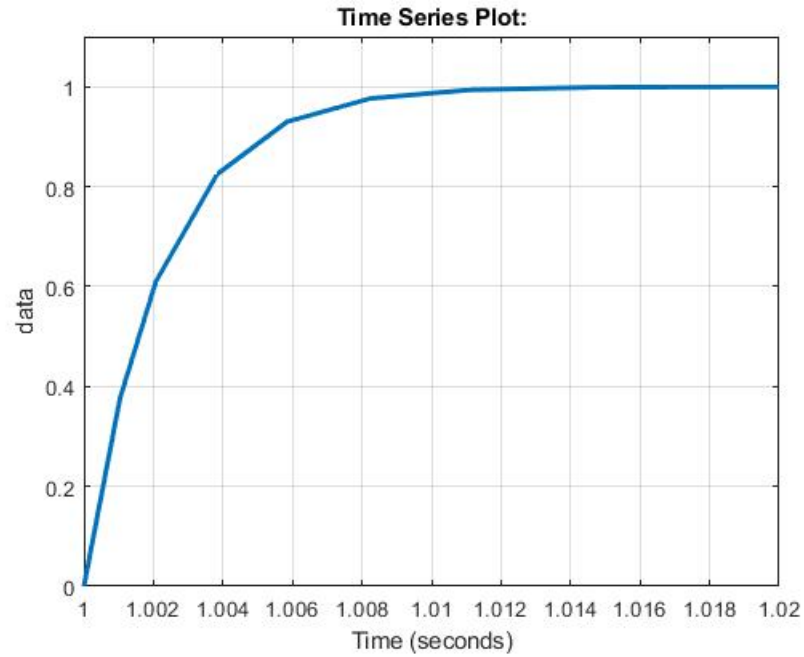
4. ¿Qué le pasa a la respuesta del sistema cuando se modifica el valor del parámetro R_1 ?



```
R1=500
C1=0.22e-06
plot(out.salida,'linewidth',2)
axis([1 1.02 0 1.10])
grid on
```


Podemos observar como llega más rápido al valor de saturación $y = 1$, es decir, cambia su tiempo de respuesta. Debido a la variación de la oscilación de la gráfica podemos ver que al disminuir la magnitud de la resistencia le estamos exigiendo demasiado al sistema.

5. Cambia el valor del parámetro C_1 y compara la respuesta obtenida con las anteriores. ¿Qué sucede?



```
R1=5000  
C1=0.44e-06  
plot(out.salida,'linewidth',2)  
axis([1 1.02 0 1.10])  
grid on
```

Nuevamente cambia el tiempo de respuesta del sistema. En este caso le toma más tiempo llegar al punto de saturación, $y = 1$, por lo que podemos decir que al aumentar la magnitud de la capacitancia estamos ayudando a que se le exija menos al sistema.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	86 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

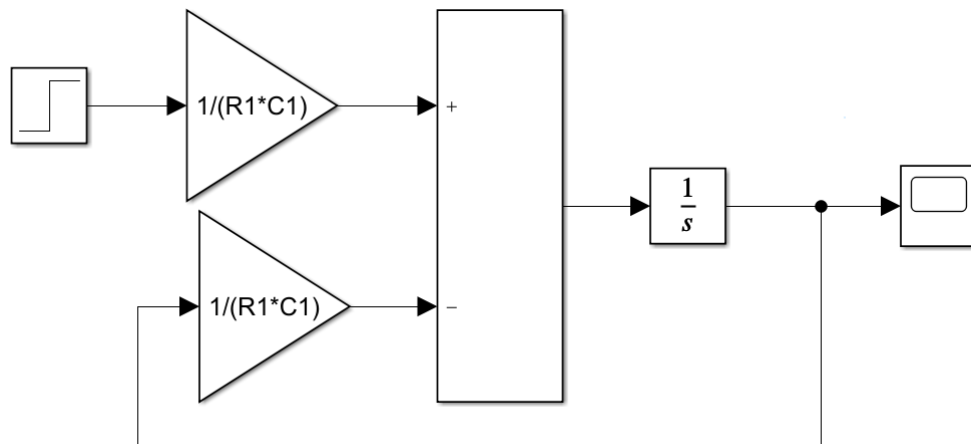


Figura 37. Sistema eléctrico de primer orden

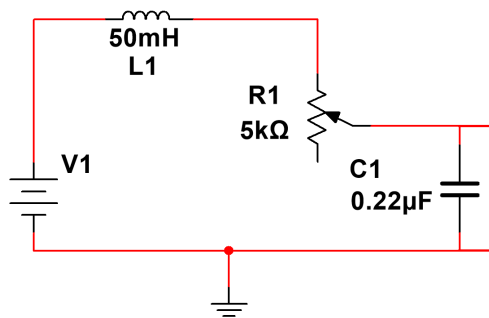


Figura 38. Sistema eléctrico de segundo orden

Actividad 2 Respuesta al escalón de un sistema eléctrico de segundo orden


En la Figura 38 se observa un circuito eléctrico, cuyo modelo matemático está dado por la ecuación (40).

$$LC \frac{d^2 V_c(t)}{dt^2} + RC \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) = V_1 \quad (40)$$

en donde la entrada del sistema es V_1 y la salida es $V_c(t)$

Procedimiento para realizar la actividad:

1. Considere el sistema representado por la Ecuación (40) cuya representación en Simulink se muestra en la Figura 39.
2. Coloque en el código en simulink una entrada tipo *step* con un valor inicial $0[u]$, un valor final $5[u]$ y un tiempo de defasamiento de $0[s]$, observe y analice la respuesta obtenida en el osciloscopio (*scope*).

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	87 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

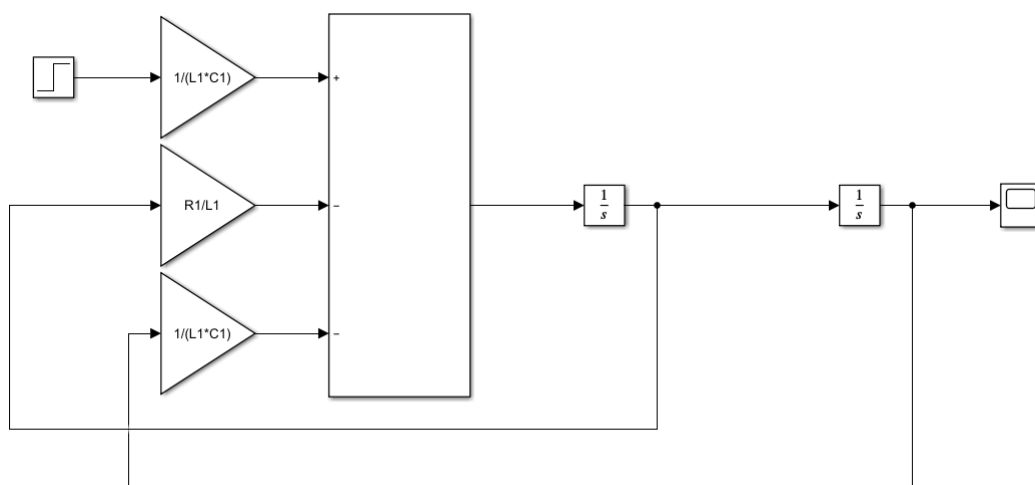


Figura 39. Sistema eléctrico de primer orden

Tipo de respuesta	Capacitor	Inductor	Resistencia _{min}	Resistencia _{max}
No amortiguada				
Subamortiguada				
Críticamente amortiguada				
Sobreamortiguada				

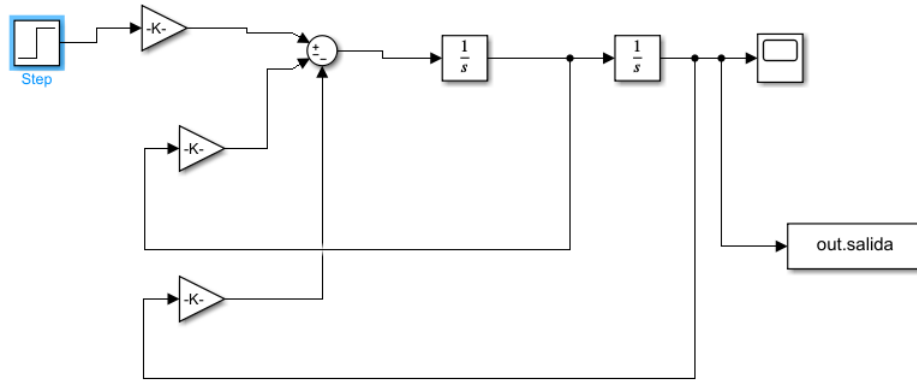
Tabla 1. Parámetros del sistema eléctrico de segundo orden

3. Variar el parámetro R_1 del sistema representado por la Fig. 38 con el objetivo de encontrar las diferentes respuestas a escalón del sistema de segundo orden representado por la Ecuación (40) y registre sus resultados en la tabla.⁷
4. ¿En un sistema real se lograrían obtener los cuatro tipos de respuesta? Justifique su respuesta.

⁷Sugerencia: Modifique los valores de R_1 de un valor de $0[k\Omega]$ de $100[\Omega]$ hasta llegar a $5[k\Omega]$.

1.5. Solución actividad 2

2. Coloque en el código en simulink una entrada tipo step con un valor inicial 0[u], un valor final 5[u] y un tiempo de desfase de 0[s], observe y analice la respuesta obtenida en el osciloscopio.




3. Variar el parámetro R_1 del sistema representado por la Fig. (38) con el objetivo de encontrar las diferentes respuestas a escalón del sistema de segundo orden representado por la Ecuación (40) y registre sus resultados en la tabla.

Tipo de respuesta	Capacitor	Inductor	$Resistencia_{min}$	$Resistencia_{max}$
No amortiguada	$4.4\mu F$	$0.05Hz$	0Ω	0Ω
Subamortiguada	$0.22\mu F$	$0.05Hz$	100Ω	900Ω
Críticamente amortiguada	$0.22\mu F$	$0.05Hz$	1000Ω	5000Ω
Sobreamortiguada	$4.4\mu F$	$0.05Hz$	2000Ω	5000Ω

4. ¿En un sistema real se podrían obtener los cuatro tipos de respuesta? Justifique su respuesta.

No es posible obtener los cuatro comportamientos. Las respuestas al escalón del sistema de segundo orden dependen de ζ y para obtener el comportamiento no amortiguado necesitamos la siguiente condición: $\zeta = 0$ lo cual no se puede obtener con nuestro circuito eléctrico. Debido a la naturaleza del diseño de nuestro circuito necesitamos de una resistencia de 0Ω o que tienda a 0Ω para obtener el comportamiento del caso en que es no amortiguado o una capacitancia de $0F$ para obtener dicha respuesta, lo cual no es posible.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	88 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

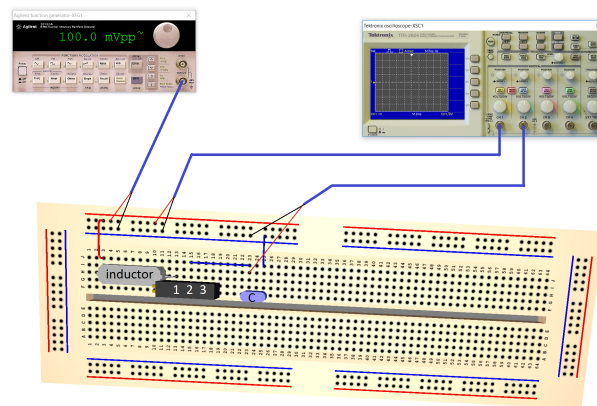


Figura 40. Sistema eléctrico de segundo orden en la protoboard

5. La manera de obtener el parámetro del resistor de manera teórica, para sistema de segundo orden, se emplea la siguiente ecuación

$$R = 2\xi\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (41)$$

en donde ξ es el factor de amortiguamiento, C es la capacitancia y L la inductancia del sistema de segundo orden.

Con base en el factor de amortiguamiento para cada una de las respuestas escalón que caracteriza a los sistemas de segundo orden ¿Cuál es el valor de resistencia necesaria para cumplir dichas respuestas para el sistema mostrado en la Figura 40?.

1.5.1. Solución

5. La manera de obtener el parámetro del resistor de manera teórica, para un sistema de segundo orden, se emplea la siguiente ecuación

$$R = 2\xi\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1)$$

en donde ξ es el factor de amortiguamiento, C es la capacitancia y L la inductancia del sistema de segundo orden. Con base en el factor de amortiguamiento para cada una de las respuestas escalón que caracteriza a los sistemas de segundo orden ¿cuál es el valor de resistencia necesaria para cumplir dichas respuestas para el sistema mostrado en la Figura 40?

La tabla se llenará tomando en cuenta a 0 como límite inferior y a 5000 como límite superior.

Tipo de respuesta	Capacitor	Inductor	$Resistencia_{min}$	$Resistencia_{max}$
No amortiguada	$0.22\mu F$	$0.05Hz$	0Ω	0Ω
Subamortiguada	$0.22\mu F$	$0.05Hz$	10Ω	940Ω
Críticamente amortiguada	$0.22\mu F$	$0.05Hz$	953.4625Ω	953.4625Ω
Sobreamortiguada	$0.22\mu F$	$0.05Hz$	1050Ω	5000Ω


	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	89 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Figura 41. Sistema mecánico rotacional spinner

Actividad 3 Respuesta al escalón de un sistema mecánico rotacional

Dado el sistema de la Figura 41


1. ¿Cuál es la entrada y la salida del spinner?.

2. Si el modelo matemático del sistema es

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = \tau_{in}$$

donde $J = 2$, $B = 0,2$ y el torque de entrada τ_{in} es como se muestra en la Figura 42

3. Obtenga la respuesta del sistema con ayuda de software especializado (anexar gráficas al final de la práctica).
4. ¿Qué parámetros modificaría en el sistema para que gire por un tiempo más prolongado? Justifique matemáticamente su respuesta.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	90 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

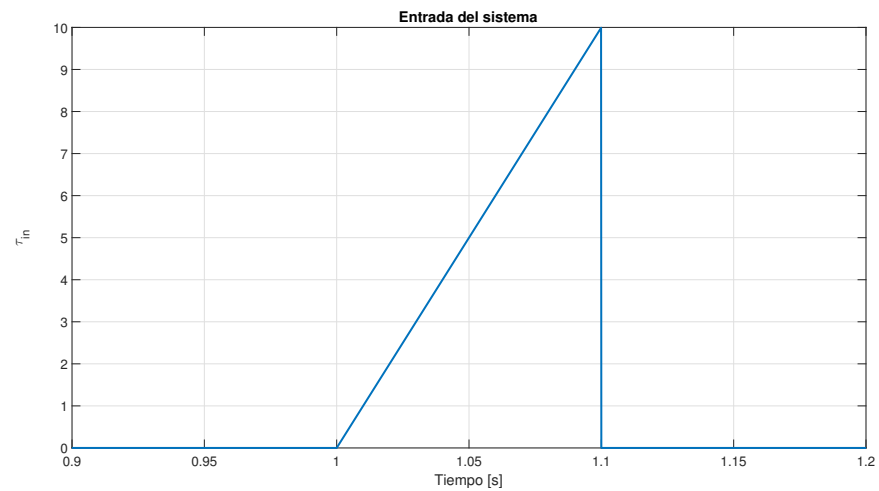


Figura 42. Torque de entrada al spinner

1.6. Solución actividad 3

ACTIVIDAD 3. Respuesta al escalón de un sistema mecánico rotacional.
Dado el sistema de la figura 41:

1. ¿Cuál es la entrada y la salida del spinner?

La entrada es τ_{in} , y la salida del spinner es la posición angular $\theta(t)$.

2. Si el modelo matemático del sistema es:

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = \tau_{in}$$

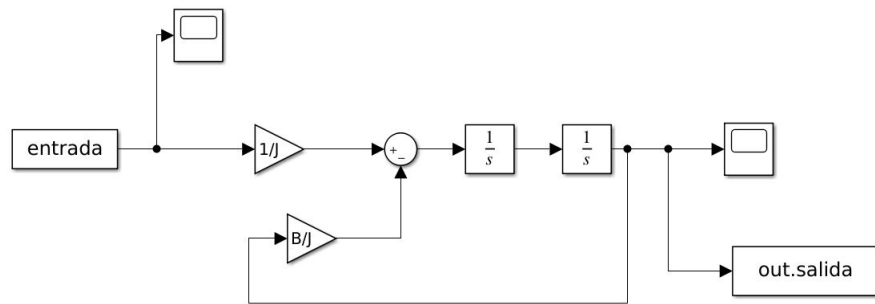
donde $J=2, B=0.2$ y el torque de entrada τ_{in} es como se muestra en la figura 42.
De acuerdo a la ecuación anterior, tenemos que:

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = \tau_{in}$$

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \frac{B}{J} \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{1}{J} \tau_{in}$$

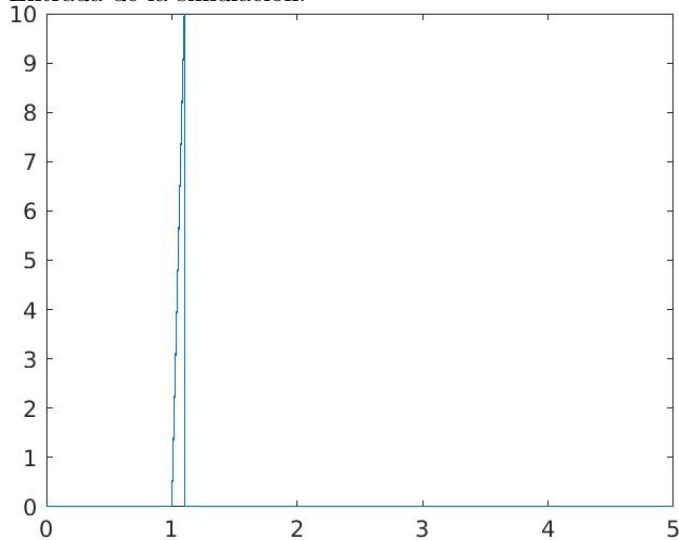
$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{1}{J} \tau_{in} - \frac{B}{J} \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Simulación del modelo matemático en SIMULINK:

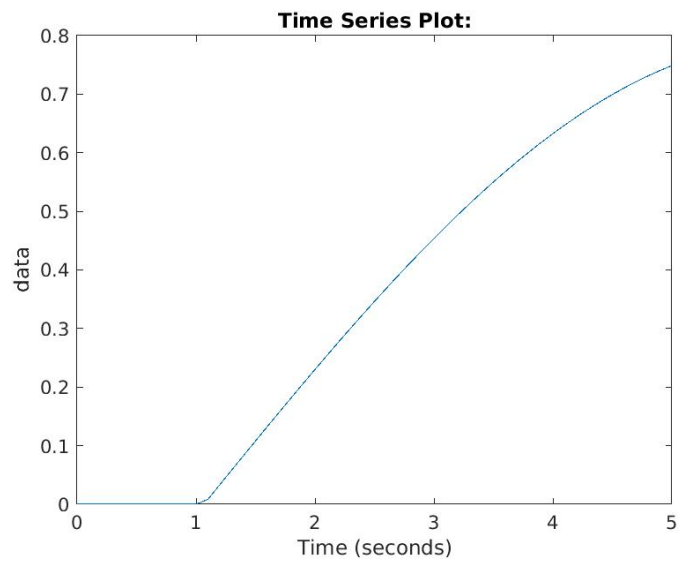


3. Obtenga la respuesta del sistema con ayuda de software especializado (anexar gráficas al final de la práctica).

Entrada de la simulación:




Salida de la simulación::



4. ¿Qué parámetros modificaría en el sistema para que gire por un tiempo más prolongado? Justifique matemáticamente su respuesta.

B(Coeficiente de fricción) y m(masa). Aunque también depende de la fuerza de entrada al sistema.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	91 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Actividad 4 Caracterización de la respuesta al escalón a diferentes clases de sistemas


En esta actividad se muestran los datos obtenidos de tres experimentos asociados a diferentes sistemas dinámicos, el objetivo de esta actividad es caracterizar la respuesta de los sistemas a través del análisis de los datos.

Sistema Térmico.

1. Considere los siguientes datos obtenido de un experimento asociado a un sistema térmico.
2. Con los datos registrados, obtener la gráfica de la respuesta escalón del sistema (anexar gráfica de voltaje y temperatura al final de la práctica con comentarios).
3. ¿Cómo son las raíces del polinomio característicos del sistema de temperatura en estudio? justifique su respuesta.

4. ¿Las gráficas de voltaje y temperatura son continuas?

5. ¿Cuál de las dos gráficas muestra mejor el comportamiento del sistema? Justifique su respuesta.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	92 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Tiempo [s]	T[°C]	V [v]	Tiempo[s]	T[°C]	V[v]	Tiempo [s]	T[°C]	V[v]
0	32	1.6	210	39	2.085	420	38	2.058
10	33	1.7	220	38	2.07	430	38	2.061
20	34	1.8	230	38	2.067	440	38	2.062
30	36	1.9	240	38	2.065	450	38	2.061
40	38	2	250	38	2.064	460	38	2.061
50	39	2.1	260	38	2.062	470	38	2.06
60	40	2.17	270	38	2.06	480	38	2.058
70	40	2.135	280	38	2	490	38	2.058
80	40	2.137	290	38	2.056	500	38	2.054
90	40	2.328	300	38	2.055	510	38	2.052
100	39	2.117	310	38	2.052	520	38	2.05
110	39	2.103	320	38	2.05	530	38	2.048
120	39	2.094	330	38	2.048	540	38	2.047
130	37	1.95	340	38	2.05	550	38	2.058
140	37	1.98	350	38	2.052	560	38	2.058
150	38	2	360	38	2.055	570	38	2.058
160	38	2	370	38	2.055	580	38	2.06
170	38	2.01	380	38	2.055	590	38	2.06
180	38	2.07	390	38	2.049	600	38	2.06
190	38	2.067	400	38	2.057	610	38	2.06
200	38	2.065	410	38	2.058	620	38	2.06

Tabla 2. Tabla de datos

1.7. Solución actividad 4

1.7.1. Sistema 1

Código en Matlab:

```
x=0:10:620;
y= [32 33 34 36 38 39 40 40 40 40 39 39 39 37 37 38 38 38 38 38 38 39 38 38 38 38
38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38 38
38 38 38 38 38 38 38 38 38 38];

z= [1.6 1.7 1.8 1.9 2 2.1 2.17 2.135 2.137 2.328 2.117 2.103 2.094 1.95
1.98 2 2 2.01 2.07 2.067 2.065 2.085 2.07 2.067 2.065 2.064 2.062 2.06
2 2.056 2.055 2.052 2.05 2.048 2.05 2.052 2.055 2.055 2.055 2.049
2.057 2.058 2.058 2.061 2.062 2.061 2.061 2.06 2.058 2.058 2.054
2.052 2.05 2.048 2.047 2.058 2.058 2.058 2.06 2.06
2.06 2.06 2.06];

plot(x,y,'b')
ylabel('Temperatura [c]')
xlabel('Tiempo [s]')
grid on

plot(x,z,'r')
ylabel('Voltaje [v]')
xlabel('Tiempo [s]')
grid on
```

Y ahora las gráficas anexadas como resultado del código.

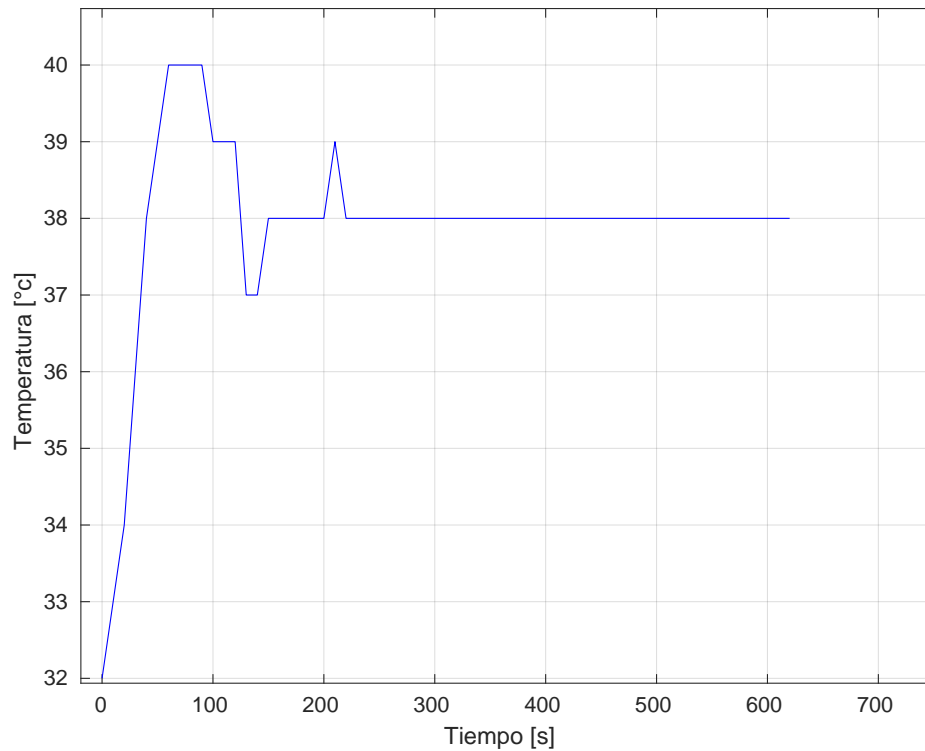


Figura 1: Gráfica de la temperatura vs tiempo

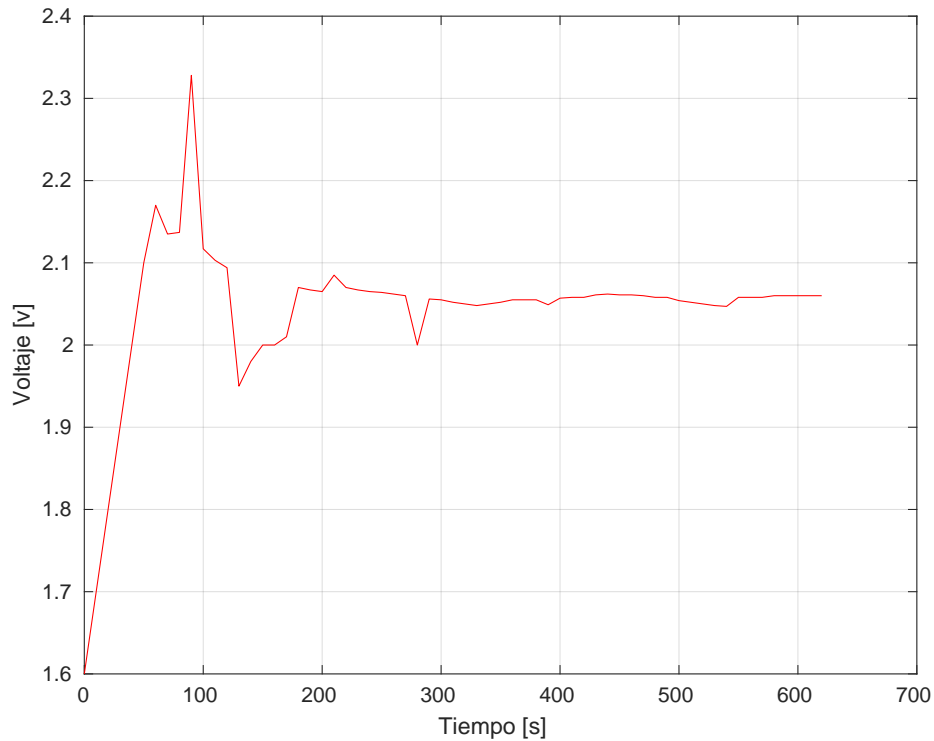


Figura 2: Gráfica del voltaje vs tiempo

3.-¿Cómo son las raíces del polinomio característicos del sistema de temperatura en estudio? justifique su respuesta.

El comportamiento es sub-amortiguado, lo que quiere decir que primero tiene oscilaciones y después se estabiliza el sistema. $0 < \zeta < 1$ esta entre estos dos valores y por tanto las raíces son complejas conjugadas de la forma:


$$-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

4.-¿Las gráficas de voltaje y temperatura son continuas?

Las gráficas son continuas, piense que la medición se usa tomando como eje x al tiempo y por tanto es continuo en ese eje. Si también se quiere decir que si la temperatura o el voltaje lo fueran, esto también se puede afirmar, ya que dichas mediciones su naturaleza es continua. Como respuesta concreta, sí son continuas ambas gráficas.

5.- ¿Cuál de las dos gráficas muestra mejor el comportamiento del sistema? Justifique su respuesta.

La respuesta es algo subjetiva. Pienso que la gráfica de la temperatura muestra un mejor comportamiento sub-amortiguado, ya que las variaciones para estabilizarse son menores y más predecibles que las variaciones del voltaje.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	93 / 97
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Sistema 2.

1. Considere un sistema en donde la respuesta escalón se encuentra caracterizada por la gráfica mostrada en la Fig. 43

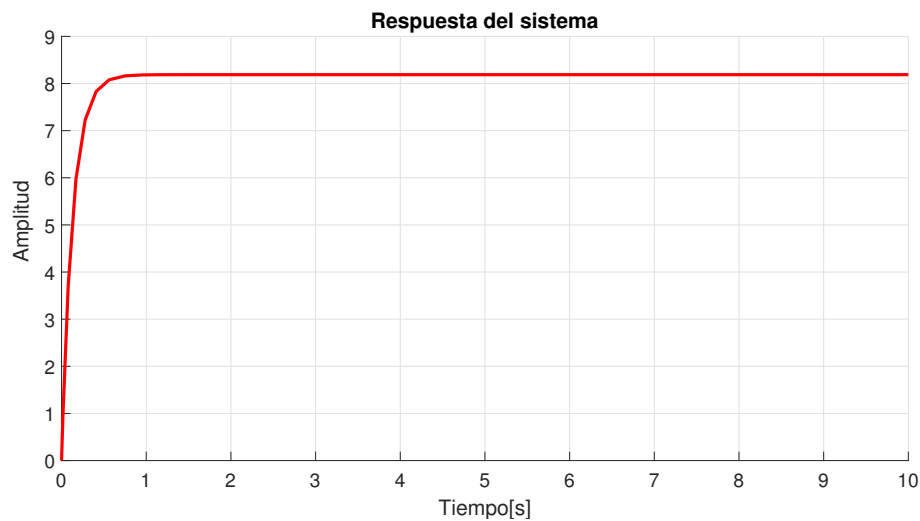


Figura 43. Sistema 2

2. ¿Cómo son las raíces del polinomio característicos del sistema en estudio? justifique su respuesta.

3. De acuerdo a la gráfica mostrada en la Fig. 43, defina una ecuación matemática que caracterice el comportamiento de dicho sistema.

1.7.2. Sistema 2

2. ¿Cómo son las raíces del polinomio característicos del sistema en estudio? justifique su respuesta.

Podría ser un sistema de primer o segundo orden críticamente amortiguado, en este caso tomamos que es de segundo orden y sabemos que $\zeta = 1$ y por tanto sus raíces serían reales, repetidas y negativas.

3. De acuerdo a la gráfica mostrada en la Fig. 43, defina una ecuación matemática que caracterice el comportamiento de dicho sistema.

La ecuación general para un sistema de segundo orden es

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 x(t)$$

Pero la reescribimos, ya que la entrada es una señal es $x(t)$ y es un escalón es $u(t)$ para $\zeta = 1$, quedando como resultado:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 u(t)$$

2 OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES

Alfaro Domínguez Rodrigo: Esta práctica nos ayudó a complementar los conocimientos adquiridos en la anterior, ya que nos centramos en el análisis de la respuesta escalón de distintos sistemas físicos. Gracias a esto pudimos entender mejor como diseñar un sistema físico para obtener algún comportamiento deseado. De la misma forma pudimos observar el comportamiento de un sistema representado por una ecuación diferencial de segundo orden.

Barrera Peña Víctor Miguel: En la práctica se planteó para que su pudiera corroborar que los alumnos pudiéramos identificar los sistemas al sólo verlos y deducir las cualidades del sistemas, y relacionar ello para entender cierto tipo de sistemas y su comportamiento, pensemos que es como cuando nos introducimos a cálculo en el que podíamos predecir un comportamiento matemático y decir cual era la tendencia, aquí es el mismo caso, pero ahora a partir de un sistema físico, al haber entendido dicho propósito e identificar a las gráficas que se presentaron y deducir sus características, yo puedo afirmar que se cumplió exitosamente la práctica.

Villeda Hernández Erick Ricardo: En esta práctica pudimos observar diferentes comportamientos característicos de algunos sistemas físicos, con los cuales trabajamos. Esto a partir de su respuesta al escalón. Uno de los sistemas con el cual trabajamos teóricamente fue uno en donde observamos la respuesta del sistema de segundo orden al escalón y otro sistema en la actividad 3 fue un spinner en donde observamos en cada ejercicio que pueden ocurrir 4 casos distintos según sus componentes de cada sistema.

Referencias

- [1] Marco F. Duarte. 8.5 Casuality and Stability of Discrete-Time Linear Time-Invariant Systems. <https://cnx.org/contents/KilsjSQd@10.18:9kZ-CT3d@1/Causality-and-Stability-of-Discrete-Time-Linear-Time-Invariant-Systems>. Online; accessed 1 Noviembre 2020.
- [2] Gloria Mata Hernández, Víctor M Sánchez Esquivel, and Juan M Gómez González. Análisis de sistemas y señales con cómputo avanzado, 2017.
- [3] Mitra K. Stability Condition of an LTI Discrete-Time System. [https://web.njit.edu/~akansu/Ch2\(3\)Handouts_3e.pdf](https://web.njit.edu/~akansu/Ch2(3)Handouts_3e.pdf), 2005. Online; accessed 1 Noviembre 2020.