
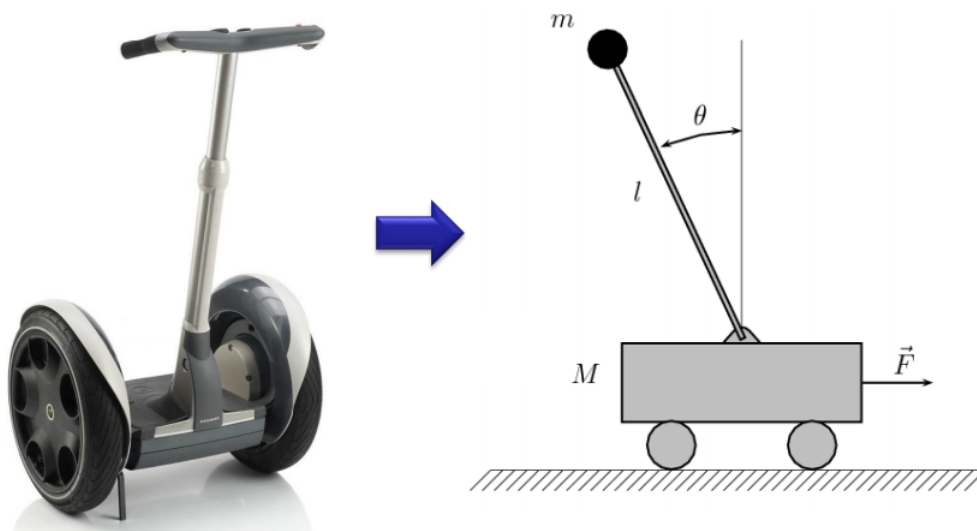



| | | | |
|---|--|---|--------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Análisis de Sistemas y Señales | Código: | MADO-76 |
| | | Versión | 01 |
| | | Página: | 63/97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de febrero 2019 |
| Facultad de ingeniería | | Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresion de este documento es una copia no controlada | | | |


Práctica No4 Fundamentos de modelado de sistemas físicos



| | | | |
|---------------------|---------------------------------|--|--------------|
| Apellidos y nombres | Alfaro Domínguez Rodrigo | | |
| | Barrera Peña Víctor Miguel | | |
| | Villeda Hernández Erick Ricardo | | |
| Grpo: | 4 | Profesor: M.I Lauro Fernando Vazquez Alberto | Calificación |
| Brigada: | 1 | | |
| Semestre: | 2021-1 | Fecha de ejecución: 24/11/2020 | |

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 64 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

| Aspectos a evaluar | Excelente | Destacado | Suficiente | No cumplido | Evaluación |
|--|---|---|---|---|------------|
| Organización y conducta. A,5 I. | Buena organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica (1p.) | Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7.) | Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.) | Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.) | |
| Desarrollo de actividades. A,6 M. | Realiza el 100 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuado. (1p.) | Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuado. (0,7p.) | Realiza el 80 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.) | Realiza menos del 80 % de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.) | |
| Asimilación de los objetivos de aprendizaje. A,1M A,3M A,7A A,2I A,4I | Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian experiencias de la práctica con conceptos teóricos (4p.) | Asimilan la mayoría de los conocimientos. Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.) | Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la práctica con la teoría es escasa. (2p.) | No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.) | |
| Reporte de la práctica. A,5I | Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporta de forma adecuada cada una de las actividades. (4p) | Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades son reportadas incompletas. (3p.) | Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades son incompletas. (2p.) | No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.) | |

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 65 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |



Objetivos

- ☞ El alumno conocerá los fundamentos de modelado de sistemas físicos.
- ☞ El alumno identificará elementos básicos y su interconexión a través de sus propiedades físicas.
- ☞ El alumno aplicará los conocimientos de modelado de sistemas físicos para realizar aproximaciones matemáticas básicas.
- ☞ El alumno relacionará conceptos de modelado con elementos reales.

Recursos

1. Software
 - a) Matlab-Simulink
2. Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios
 - a) Computadora con 2GB RAM min.


Seguridad en la ejecución de la actividad

| | Peligro o fuente de energía | Riesgo asociado | Medidas de control | Verificación |
|----------------------|---|---|---|--------------------------|
| 1º | Voltaje alterno  | Electrocución  | Identificar los puntos energizados antes de realizar la actividad y evitar contacto | <input type="checkbox"/> |
| Apellidos y nombres: | | | | |

Fundamento teórico

El modelado matemático sirve para interpretar de una manera homogénea un fenómeno físico, ¿Cómo saber que un modelo es una buena aproximación de un fenómeno?, esto depende sobretodo, de la aplicación para la cuál se diseño dicho modelo.

Para poder realizar un modelo matemático es necesario considerar las variables físicas dentro del fenómeno, es posible clasificar dichas variables como variables de flujo y variables de esfuerzo. Las variables de esfuerzo son aquellas variables que necesitan una referencia para poder definirse, por ejemplo, la diferencia de potencial o voltaje, la presión y la velocidad; las variables de flujo son aquellas variables que dentro del sistema o fenómeno toman una dirección específica, por ejemplo, la corriente, el gasto másico, la fuerza.

| | | | |
|---|--|-------------------|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 66 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

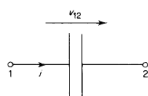
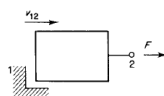
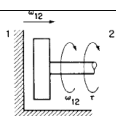
| Tipo de sistema | Representación | Ley de constitución | Parámetros |
|-----------------------|--|---------------------------------------|--|
| Eléctrico |  | $i_C = C \frac{d}{dt} v_{C12}$ | i_C : Corriente en el capacitor C : Capacitancia V_C : Voltaje en el capacitor |
| Mecánico Traslacional |  | $a = \frac{1}{m} \frac{d}{dt} p$ | $p = mv$ donde v es la velocidad p : cantidad de movimiento a : aceleración m : masa |
| Mecánico Rotacional |  | $\alpha = \frac{1}{J} \frac{d}{dt} h$ | $h = J\omega$ donde ω es la velocidad angular h cantidad de movimiento angular α aceleración angular J momento de inercia |

Figura 25. Almacenadores de Flujo

Una vez definidas las variables es posible definir los tipos de elementos que existen, los efectos de los elementos dentro de un sistema se pueden clasificar en tres

- Almacenadores de flujo.
- Almacenadores de esfuerzo.
- Disipadores

Los almacenadores de flujo y esfuerzo son considerados los elementos dinámicos dentro del sistema.

Almacenadores de flujo

Todos los almacenadores de flujo tienen la siguiente ley de constitución

$$e = K\phi(f) \quad (19)$$


donde e es un esfuerzo, K es una constante de proporcionalidad y f es el flujo. Los almacenadores de flujo se pueden observar en la Figura 25

Almacenadores de esfuerzo

Todos los almacenadores de esfuerzo tienen la siguiente ley de constitución

$$[h]f = K\phi(e) \quad (20)$$

donde e es un esfuerzo, K es una constante de proporcionalidad y f es el flujo. Los almacenadores de esfuerzo se observan en la Figura 26

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 67 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

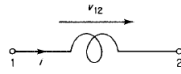
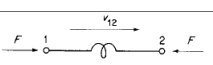
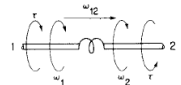
| Tipo de sistema | Representación | Ley de constitución |
|-----------------------|---|---------------------------------|
| Eléctrico |  | $V_L = L \frac{d}{dt} i_L$ |
| Mecánico Traslacional |  | $F_{12} = K x_{12}$ |
| Mecánico Rotacional |  | $\tau = K_{\theta} \theta_{12}$ |

Figura 26. Almacenadores de esfuerzo

Disipadores

Todos los disipadores tienen la siguiente ley de constitución

$$e = K f \quad (21)$$

donde e es un esfuerzo, K es una constante de proporcionalidad y f es el flujo. Los disipadores se pueden observar en la Figura 27

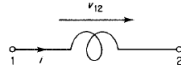
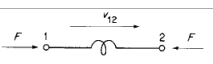
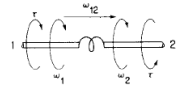

| Tipo de sistema | Representación | Ley de constitución |
|-----------------------|---|---------------------------------|
| Eléctrico |  | $V_L = L \frac{d}{dt} i_L$ |
| Mecánico Traslacional |  | $F_{12} = K x_{12}$ |
| Mecánico Rotacional |  | $\tau = K_{\theta} \theta_{12}$ |

Figura 27. Elementos disipadores

Elementos adicionales

Otro tipo de elementos que complementan a los mencionados, son las fuentes de esfuerzo y fuentes de flujo, estas son las entradas a nuestros sistemas y siempre serán función de la variable física del sistema a modelar.

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 68 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

Restricciones físicas

Los elementos dentro de la naturaleza interactúan entre sí de diferentes maneras, a esa forma de interactuar se le conoce como interconexión, dependiendo de esa interconexión el sistema tiene diferente comportamiento.

Existen dos formas básicas de interconexión, y de esas interconexiones se encuentran las restricciones físicas del sistema, éstas restricciones son las reglas que permiten analizar cada sistema.

- Para sistemas eléctricos las restricciones son las leyes de Kirchhoff, dichas restricciones son las siguientes:

$$\sum_{i=1}^{i=n} v_i = 0 \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^{j=n} i_j = 0 \quad (23)$$

Las restricciones anteriores se pueden resumir a que, la suma de voltajes en una rama es igual a cero, y que la suma de las corrientes en un nodo es igual a cero.

- Para sistemas mecánicos la ley que representa la restricción es la segunda ley de Newton, dicha ley es la siguiente:

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i = 0 \quad (24)$$

Es decir, la suma de todas las fuerzas dentro del sistema mecánico es igual a cero.

- Para sistemas hidráulicos la restricción física es la ley de conservación de la masa que, para fluidos es la siguiente

$$\sum_{i=1}^{i=n} Q_i = 0 \quad (25)$$


Es decir, todo lo que entra dentro del sistema tiene que ser igual a todo lo que sale de él.

Las restricciones se pueden clasificar como:

- **Restricciones de compatibilidad:** Las restricciones de compatibilidad están asociadas a una interconexión en serie y es aplicable a las variables de esfuerzo dentro del sistema. Las ecuaciones básicas de estas restricciones tienen la siguiente representación en función de los esfuerzos y los flujos.

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_n \quad (26)$$

$$f_1 = f_2 = \dots = f_n \quad (27)$$

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 69 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

- **Restricciones de continuidad:** Las restricciones de continuidad están relacionadas con la interconexión en paralelo y es aplicable a las variables de flujo dentro del sistema. Las ecuaciones que caracterizan estas restricciones son:

$$e = e_1 = e_2 = \dots = e_n \quad (28)$$

$$f = f_1 + f_2 + \dots + f_n \quad (29)$$


Metodología de modelado

- Primero se deben de identificar los elementos del sistema, es decir, almacenadores de flujo, almacenadores de esfuerzo, disipadores y fuentes.
- Establecer las leyes de constitución de cada elemento del sistema.
- Identificar el tipo de restricción, de compatibilidad y continuidad, dependiendo del sistema que se aborde.
- Plantear las restricciones físicas de cada sistema.
- Sustituir las relaciones de constitución en las restricciones físicas.

Cuestionario Previo


1. Identificar 2 sistemas físicos que se tengan en casa, con almacenadores de flujo y esfuerzo.

2. ¿Qué sistemas con elementos disipadores conoce?

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 70 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

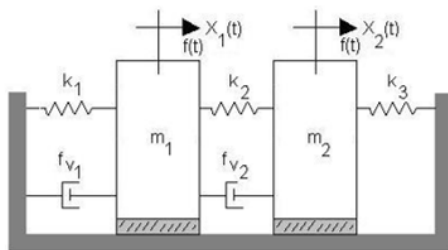
3. ¿Cuáles son las fuentes de esfuerzos y flujos en sistemas eléctricos y mecánicos?

4. Traer un elemento físico (mecánico o eléctrico) para su análisis.

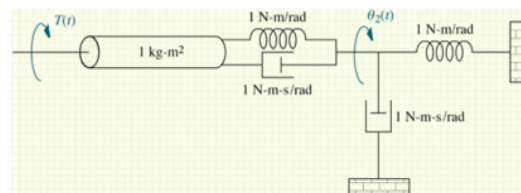
| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 71 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

Desarrollo de la actividad

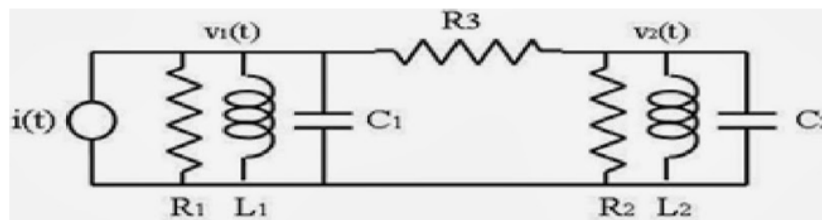
Actividad 1



Sistema 1



Sistema 2



Sistema 3


Figura 28. Sistemas

En la Figura 28 se muestran 5 sistemas diferentes, de los cuales se deben identificar las variables físicas, los elementos almacenadores de flujo, de esfuerzo, disipadores y fuentes de energía, una vez identificados los sistemas, llenar la tabla mostrada en la Figura 29

Actividad 2

Para el sistema mostrado en la Figura 41, obtener lo siguiente:

- El diagrama de cuerpo libre del sistema.
- Plantea sus restricciones de continuidad.
- Plantea sus restricciones de compatibilidad.
- Sustituye las relaciones constitutivas de cada elemento.

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 72 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

| Actividad | Sistema 1 | Sistema 2 | Sistema 3 |
|---------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Variables físicas | | | |
| Almacenadores de flujo | | | |
| Almacenadores de esfuerzo | | | |
| fuentes de energía | | | |
| Elementos disipadores | | | |

Figura 29. Identificación de sistemas físicos

Actividad 3

Obtener un sistema eléctrico equivalente al sistema trabajado en el punto anterior (dibujar esquema).

0.2. Solución**actividad****2**

| Actividad | Sistema 1 | Sistema 2 | Sistema 3 |
|---------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Variables físicas | | | |
| Almacenadores de flujo | | | |
| Almacenadores de esfuerzo | | | |
| Fuentes de energía | | | |
| Elementos disipadores | | | |

0.3. Solución**actividad****3**


| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 73 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |



Figura 30. Spinner

Actividad 4

En la Figura 31 se observa un diagrama simplificado del sistema de suspensión en una llanta de un automóvil, mediante la metodología de diseño estudiada obtener el modelo matemático del sistema de suspensión, especificando las variables físicas, los elementos almacenadores de flujo, esfuerzo, disipadores y fuentes.

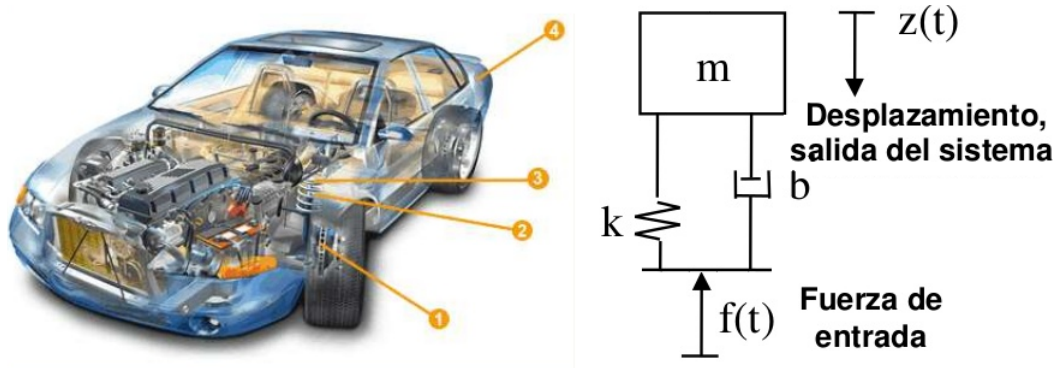



Figura 31. Modelo del sistema de suspensión

Una vez obtenido el modelo matemático defina los parámetros del sistema de suspensión considerando que la masa de un carro es aproximadamente de 2 toneladas y esta repartida en las cuatro llantas del automóvil. El objetivo es que los tripulantes sientan lo menos posible las irregularidades de las carreteras. Argumentar su resultado con ayuda de una simulación con matlab.

| | | | |
|---|--|---|------------------|
|  | Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas | Código: | MADO-76 |
| | | Versión: | 01 |
| | | Página: | 74 / 97 |
| | | Sección ISO: | 8.3 |
| | | Fecha de emisión: | 28 de enero 2019 |
| Facultad de Ingeniería | | Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica | |
| La impresión de este documento es una copia no controlada | | | |

Actividad 5

En la Figura 32 se muestra un sistema híbrido, el cual consta de un sistema eléctrico y un motor de corriente directa, la entrada del sistema es la fuente de voltaje y la salida es la velocidad del motor.

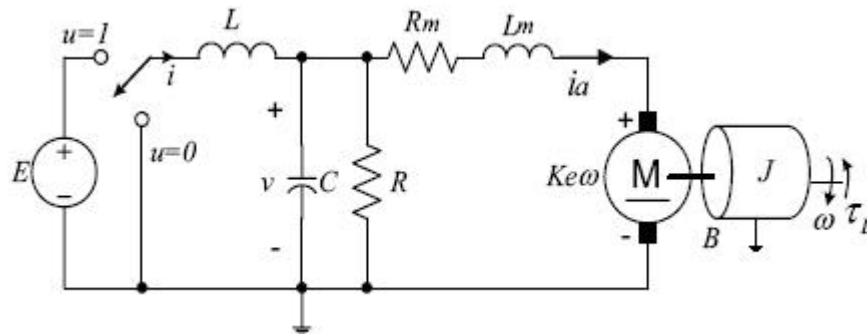


Figura 32. Sistema Híbrido

Los parámetros del sistema L , C , R y E son la inductancia, capacitancia, resistencia y voltaje de entrada constante del convertidor reductor, respectivamente. La corriente i es la corriente en el inductor y v es el voltaje en el capacitor del convertidor. L_m , K_e , K_m son la inductancia del circuito de armadura, la constante de fuerza electromotriz y la constante de par del motor, respectivamente. Las variables denotadas como i_a y w son la corriente del circuito de armadura y la velocidad angular de la carga mecánica del motor cuyo momento de inercia es J . El parámetro B es el coeficiente de fricción viscosa rotacional. La entrada τ_L representa un par de carga constante. La entrada de control se representa por la variable u , la cual simboliza la posición del interruptor que toma valores en el conjunto discreto $0, 1$.

Desarrolle la actividad de la siguiente forma:

1. Identificar el número de elementos que almacenan energía.
2. Identificar el número de restricciones físicas tanto de compatibilidad como de continuidad.
3. Plantear las restricciones físicas encontradas.
4. Sustituir las relaciones constitutivas de los elementos.
5. Obtener el modelo matemático de forma matricial.
6. ¿Qué se puede concluir del sistema físico obtenido?

0.5. Solución

actividad

5

1 OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES

Referencias

- [1] Marco F. Duarte. 8.5 Casuality and Stability of Discrete-Time Linear Time-Invariant Systems. <https://cnx.org/contents/KilsjSQd@10.18:9kZ-CT3d@1/Causality-and-Stability-of-Discrete-Time-Linear-Time-Invariant-Systems>. Online; accessed 1 Noviembre 2020.
- [2] Gloria Mata Hernández, Víctor M Sánchez Esquivel, and Juan M Gómez González. Análisis de sistemas y señales con cómputo avanzado, 2017.
- [3] Mitra K. Stability Condition of an LTI Discrete-Time System. [https://web.njit.edu/~akansu/Ch2\(3\)Handouts_3e.pdf](https://web.njit.edu/~akansu/Ch2(3)Handouts_3e.pdf), 2005. Online; accessed 1 Noviembre 2020.