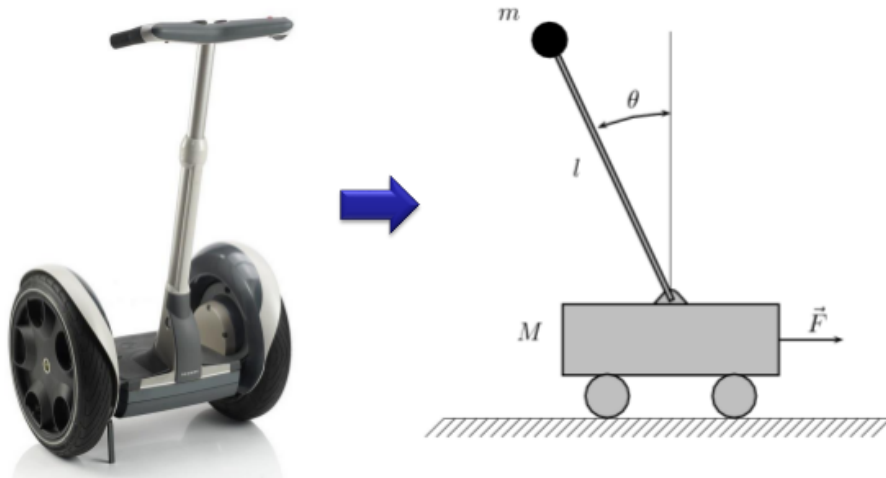

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas</b>	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	60 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## Práctica N° 4

### Fundamentos de modelado de sistemas físicos



Apellidos y nombres:	Acosta Hernandez Horacio Emmanuel		
	Barrera Peña Victor Miguel		
	Torres Anguiano Azael Arturo		
Grupo:	5	Profesor:	Calificación:
Brigada:	2	M.I Isaac Ortega Velazquez	
Semestre:	2020-2	Fecha de ejecución:	27/05/20120

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas</b>	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	61 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## Rúbrica

Aspectos a evaluar	Excelente	Destacado	Suficiente	No cumplido	Evaluación
Organización y conducta. A,5 I.	Buena organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (1p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.)	Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.)	
Desarrollo de Actividades A,6 M.	Realiza el 100% de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (1p.)	Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (0,7p.)	Realiza el 80 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.)	Realiza menos del 80 % de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.)	
Asimilación de los objetivos de aprendizaje propios de la práctica. A,1 M. A,3M, A,7Av, A,2I, A,4M.	Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian las experiencias de la práctica con conceptos teóricos. (4p.)	Asimilan la mayoría de los conocimientos. Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.)	Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la práctica con la teoría es escasa. (2p.)	No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.)	
Reporte de la práctica A,5I.	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporta de forma adecuada cada una de las actividades. (4p.)	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (3p.)	Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades reportadas son incompletas. (2p.)	No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.)	

# 1. Objetivos

- El alumno desarrollará modelados de sistemas físicos.
- El alumno realizará aproximaciones matemáticas a partir de modelado de sistemas físicos.

## 2. Introducción

El modelados matemáticos son expresiones que describen las relaciones existentes entre las magnitudes caracterizantes del sistema por lo que es un aspecto muy importante en el estudio de sistemas ya que nos permite analizar fenómenos físicos, sin embargo debemos de tener en cuenta aspectos importantes y se explicaran a continuación.

### 2.1. Imacendadores de flujo:

Los almacenadores de flujo siguen la siguiente ley de constitución:

$$e = k\phi(f)$$

donde "e" es un esfuerzo, "k" es una constante de proporcionalidad y "f" es el flujo. Además existen diferentes tipos dependiendo el sistema con el que se trabaje (eléctrico, mecánico traslacional, mecánico rotacional).

Tipo de sistema	Ley de constitución	Parámetros
Eléctrico	$i_C = C \frac{d}{dt} v_{C_{12}}$	$i_C$ : Corriente de capacitor C: Capacitancia $V_C$ : Voltaje en el capacitor
Mecánico traslacional	$a = \frac{1}{m} \frac{d}{dt} p$	$p = mv$ donde v es velocidad p: cantidad de movimiento a: aceleración m: masa
Mecánica rotacional	$\alpha = \frac{1}{J} \frac{d}{dt} h$	$h = J\omega$ donde $\omega$ es velocidad angular. h: cantidad de movimiento angular. $\alpha$ : aceleración angular. J: momento de inercia.

Tabla 1. Almacenadores de flujo.

## 2.2. Almacenadores de fuerza:

Estos tipos de almacenadores trabajan con la siguiente ley de constitución:

$$f = k\phi(e)$$

Como en los almacenadores de flujo, la "e" es un esfuerzo, "K" es la constante de proporcionalidad y "f" es el flujo

Tipo de sistema	Ley de constitución
Eléctrico	$V_L = L \frac{d}{dt} i_L$
Mecánico traslacional	$F_{12} = Kx_L$
Mecánico rotacional	$\tau = K_{\Theta} \Theta_{12}$

Tabla 2. Almacenadores de fuerza.

## 2.3. Disipadores

Tiene la siguiente ley de constitución

$$e = kf$$

donde "e" es esfuerzo, "k" es una constante de proporcionalidad y "f" es el flujo

Tipo de sistema	Ley de constitución
Eléctrico	$v = Ri$
Mecánico traslacional	$v = \frac{1}{B} F$
Mecánico rotacional	$\omega = \frac{1}{B_{\Theta}} \tau$

Tabla 3. Disipadores.

## 2.4. Restricciones físicas

- Restricciones de compatibilidad:  
Están asociadas a una interconexión en serie y es aplicable a las variables de esfuerzo dentro del sistema.

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n$$

$$f_1 = f_2 = \dots = f_4$$

- Restricciones de continuidad:

Están relacionadas con la forma de interconectar en paralelo y es aplicable a las variables de flujo dentro del sistema las ecuaciones que caracterizan estas restricciones.

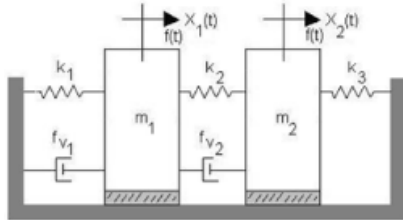
$$e_1 = e_2 = e_n$$

$$f = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n$$

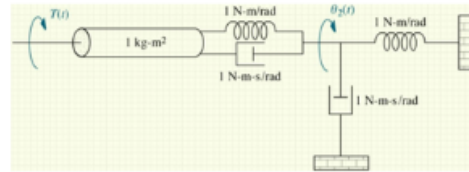
### 3. Desarrollo

#### 3.1. Actividad 1

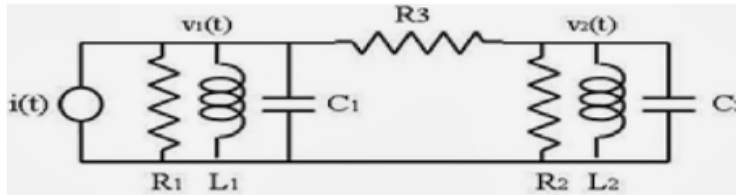
En la figura 22 se muestran 5 sistemas diferentes de los cuales se deben identificar las variables físicas, los elementos almacenadores de flujo, de esfuerzo, disipadores y fuentes de energía, una vez identificados los sistemas llenar la tabla 4.



**Sistema 1**



**Sistema 2**



**Sistema 3**

Figura 22. Sistemas

Actividad	Sistema 1	Sistema 2	Sistema 3
Variables físicas	desplazamiento, fuerza	fuerza, revoluciones	$V1(t)$ , $V2(t)$
Almacenadores de flujo	masa ( $m1$ , $m2$ )	tubo	capacitores ( $C1$ , $C2$ )
Almacenadores de esfuerzo	resorte ( $k1$ , $k2$ , $k3$ )	resortes	$L1$ , $L2$
Fuentes de energía	$f(t)$	$T(t)$ , $\theta_2(t)$	$i(t)$
Elementos disipadores	amortiguador ( $f_v$ , $f_v2$ )	amortiguador	$R1$ , $R2$

Tabla 4. Identificación de sistemas físicos.

### 3.2. Actividad 2

Para el sistema mostrado en la Figura 3, obtener lo siguiente:

1. El diagrama de cuerpo libre del sistema.
2. Plantea sus restricciones de continuidad.
3. Plantea sus restricciones de compatibilidad.
4. Sustituye las relaciones constitutivas de cada elemento.

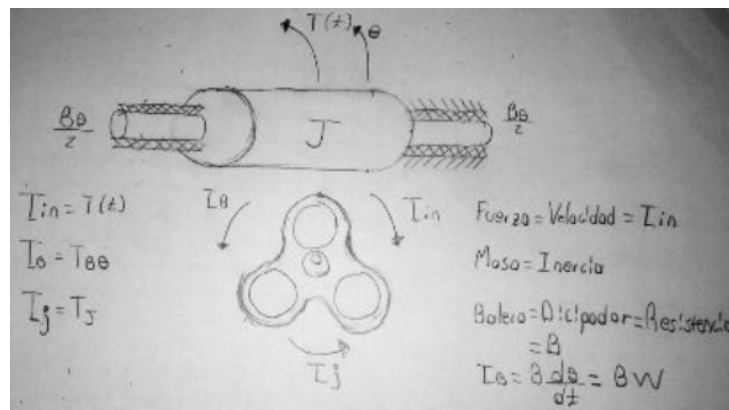


Figura 2. Diagrama de cuerpo libre



Figura 3. Spinner.

Fuerza de entrada:  $T_{in}$

Masa: Inercia =  $T_j = j \cdot \omega$

Disipador: balero =  $T_b = B \cdot \omega$

$T_{in} = B \cdot \omega + j \cdot \alpha$

$T_{in} = B \cdot \omega + j \cdot \omega$

Transformada de Laplace:  $T_{in} = B \cdot \omega(s) + j \cdot s\omega(s) \Rightarrow T_{in} = \omega(s)[B + js]$

$$\frac{\omega(s)}{T_{in}} = \frac{1}{B + js}$$

$$s = \frac{-B}{j}$$

### 3.3. actividad 3

Obtener un sistema eléctrico equivalente al sistema trabajado en el punto anterior (dibujar esquema).

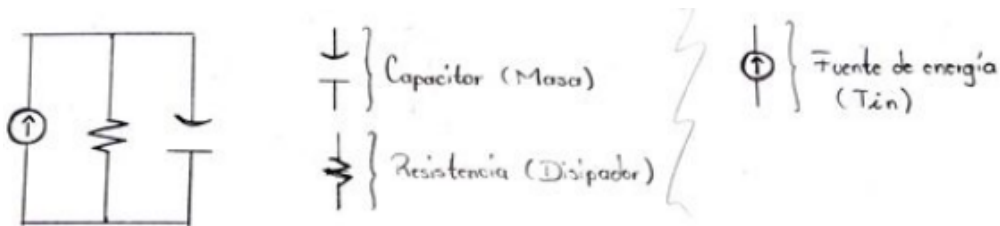


Figura 4. Sistema eléctrico.

$$V_R = R \cdot i_e \Rightarrow (1)$$

$$i_c = C \frac{dV_s}{dt} \Rightarrow (2)$$

El voltaje de la corriente es igual al voltaje de la resistencia:  $V_C = V_R \Rightarrow (3)$

Sustituyendo ecuación 1 y 2 en 3:  $i = \frac{V_R}{r} + C \frac{dV_s}{dt}$

$$i(s) = \frac{V_R(s)}{R} + C V_C(s) s \Rightarrow (5)$$

Sustituir ecuación 3 en la 5:  $i(s) = \frac{V_C(s)}{R} + C s V_C(s)$

$$V_C(s)(C s + \frac{1}{R}) = i(s) \Rightarrow \frac{V_C(s)}{i(s)} = \frac{1}{C s + \frac{1}{R}} \Rightarrow S + \frac{1}{R} \Rightarrow s = \frac{-1}{RC}$$

### 3.4. Actividad 4

En la Figura 5 se observa un diagrama simplificado del sistema de suspensión en una llanta de un automóvil, mediante la metodología e diseño estudiada obtener el modelo matemático del sistema de suspensión, especificando las variables físicas, los elementos almacenadores de flujo, esfuerzo, disipadores y fuentes.

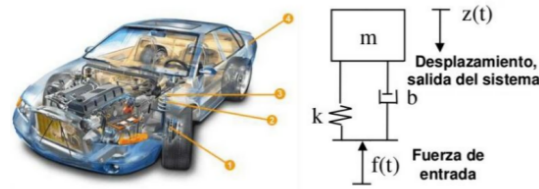


Figura 5. Modelo del sistema de suspensión.

Una vez obtenido el modelo matemático defina los parámetros del sistema de suspensión considerando que la masa de un carro es aproximadamente de 2 toneladas y esta repartida en las cuatro llantas del automóvil. El objetivo es que los tripulantes sientan lo menos posible las irregularidades de las carreteras. Argumentar su resultado con ayuda de una simulación con un software especializado.



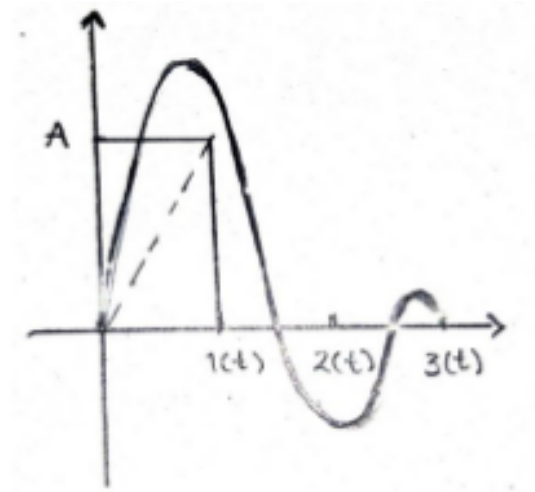


Figura 6. Comportamiento del sistema de suspensión

$$f(t) = Au(t) - Au(t - 1)$$

$$f(t) = mr(t) - m(t - 1) - Au(t - 1)$$

$$\text{Restricción de constitución: } m : Fm = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow (1)$$

$$b : Fb = b \frac{dz}{dt} \Rightarrow (2)$$

$$k : kb = kz \Rightarrow (3)$$

$$\text{Restricciones de continuidad: } f(t) = Fm + Fk + Fb$$

$$\text{Restricciones de compatibilidad: } zm = zk = zb$$

$$\text{Sustituir ecuaciones 1,2 y3 en la 4: } f(t) = m \frac{d^2x}{dt^2} + kzkb \frac{dz}{dt}$$

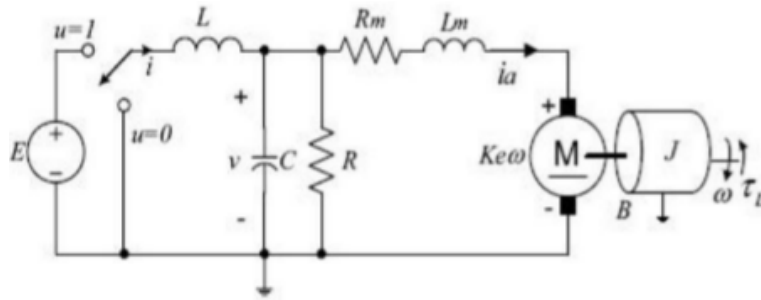
Calculando la transformada de Laplace:

$$f(s) = ms^2 * z(s) + bs * z(s) + kz * (s) \Rightarrow f(s) = z(s)(ms^2 + bs + k)$$

$$\text{Despejando: } \frac{z(s)}{r(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

### 3.5. Actividad 5

En la siguiente figura se muestra un sistema híbrido, el cual consta de un sistema eléctrico y un motor de corriente directa, la entrada del sistema es la fuente de voltaje y la salida es la velocidad del motor.



$$\begin{aligned}
 V_L &= L \frac{di_L}{dt} & Lm &= 10[mH] \\
 i_C &= C \frac{dV_C}{dt} & C &= 40 \\
 V_R &= Ri_k & R &= 10[k * ohm] \\
 V_{RM} &= RM * i_{RM} & R &= 2[ohms] \\
 V_{Lm} &= Lm \frac{di_{Lm}}{dt} & Lm &= 20[mH] \\
 J_i &= J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d^2\Theta}{dt^2} = J & J &= 30
 \end{aligned}$$

$$J_B = B\omega \quad B = 40$$

Desarrolle la actividad de la siguiente forma:

1. Identificar el número de elementos de almacenan energía.
  2. Identificar el número de restricciones físicas tanto de compatibilidad como de continuidad.
  3. Plantear las restricciones físicas encontradas.
  4. Sustituir las relaciones constitutivas de los elementos.
  5. Obtener el modelo matemático de forma matricial.
  6. ¿Qué se puede concluir del sistema físico obtenido?
1. Los elementos que almacenan energía de forma mecánica y eléctrica es el capacitor "C", la masa que rota "J" y el inductor L, Lm.
  2. -las restricciones físicas como de continuidad son sobre, 2 restricciones por las dos mallas de nuestro sistema eléctrico, uno de las corrientes y una de compatibilidad de nuestro sistema mecánico rotacional.

3. Planteando 1.  $V_L + V_C = E_U$

2.  $i_C + i_R + i_{Rm} - i_L = 0$

3.  $V_{Lm} + V_{Rm} + k_{ew} - V_R = 0$

4.  $J_{FEM} = T_J + T_B$

4. Sustituyendo las relaciones constitutivas de los elementos queda de la siguiente manera.

$$L \frac{di_L}{dt} + V_C = E_U$$

$$C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{R} + i_{Lm} - i_L = 0$$

$$Lm \frac{di_{Lm}}{dt} + R_m + i_{Rm} + k_{ew} - V_C = 0$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = B\omega - K_e i_{cm} = 0$$

5. Acomodadno datos en matrices

$$Dx' + (J + R)x = B e u$$

Haciendo en función de transferencia

$$y = Cx \Rightarrow y(s) = Cx(s)$$

$$Ds + x(s) + (J + R)x(s) = B E u(s)$$

$$Ds + (J + R)x(s) = B E u(s)$$

$$X(s) = C D s + (J + R)^{-1} B E u(s)$$

$$Y(s) = C(Ds + J + R)^{-1} B E u(s)$$

Función de transferencia:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{E u(s)} = C(Ds + J + R)^{-1} B$$

```

PruebaMatriz.m
1  ##Operación matricial para obtener la función de transferencia H(s)
2  iL=1; ##var fisica
3  Vc=1; ##var fisica
4  icm=1; ##var fisica
5  w=1; ##var fisica
6  L=10; ##[mH]
7  C=40; ##[mF]
8  Lm=20; ##[mH]
9  Rm=2; ##[Ω]
10 R=10; ##[Ω]
11 S=1/R; ##[1/Ω]
12 J=30;
13 B=40;
14 ke=1;
15
16 c=[0,0,0,1]
17 BB=[1;0;0;0]
18 x=[iL;Vc;icm;w] ##variables fisicas
19 D=[L 0 0 0; 0 C 0 0; 0 0 Lm 0; 0 0 0 J] ##almacenan energia
20 RR=[1 0 0 0; 0 S 0 0; 0 0 Rm 0; 0 0 0 B] #discipan energia
21 J=[0 1 0 0; -1 0 1 0; 0 -1 0 ke; 0 0 -ke 0] ##interconexion del sistema
22
23 ##Función de transferencia
24 ##H(s)=c(Ds + J + R)^-1 * B
25 F=(D*x)+J+RR
26 Hs=(c*inv(F))*BB
27

```

```

>> PruebaMatriz

c =
    0    0    0    1

BB =
    1
    0
    0
    0

x =
    1
    1
    1
    1

D =
    10    0    0    0
     0   40    0    0
     0    0   20    0
     0    0    0   30

RR =
    1.00000    0.00000    0.00000    0.00000
    0.00000    0.10000    0.00000    0.00000
    0.00000    0.00000    2.00000    0.00000
    0.00000    0.00000    0.00000   40.00000

J =
     0     1     0     0
    -1     0     1     0
     0    -1     0     1
     0     0    -1     0

F =
    11.000    11.000    10.000    10.000
    39.000    40.100    41.000    40.000
    20.000    19.000    22.000    21.000
    30.000    30.000    29.000    70.000

Hs = -0.042164
>>

```

## 4. Conclusión

### 4.1. Acosta Hernandez Horacio Emmanuel

En esta práctica, se aplicó y se puso a prueba una parte de lo que se viene trabajando en la clase de teoría, sobre el modelado de sistemas eléctricos, mecánicos y mecánicos rotacionales. Se diferenciaron los almacenadores de flujo, que tienen dirección y los almacenadores de esfuerzo. Se trabajó y se intentó comprender completamente el funcionamiento de un sistema híbrido, que es compuesto por los tres sistemas anteriores y de ahí analizar las Restricciones de constitución, continuidad, y compatibilidad para poder obtener un modelo en función a la opción que queramos, a igual para obtener una función de

transferencia y ver la estabilidad del sistema que se analizó previamente. Fue de utilidad el uso de software para poder llevar a cabo operaciones matriciales. Se llegó a tener un poco de dificultades al momento de comprender está y como estaba relacionada con la función de transferencia.

## **4.2. Torres Anguiano Azael Arturo**

Para esta práctica se analizaron diferentes sistemas de forma más matemática, además que se vieron algunas cuestiones que anteriormente no se habían tomado en cuenta. Siento que es de gran ayuda tener presente las restricciones y variables que conforman los sistemas porque muchas veces los modelados físicos son utilizados en problemas de ingeniería más complejos, este primer acercamiento fue de gran ayuda para expandir nuestra visión acerca del análisis de problemas más reales por lo que puedo decir que los objetivos se cumplieron satisfactoriamente. Como en anteriores prácticas, se tuvieron algunas dificultades y dudas pero creo que en general se llegó a una buena solución en cada actividad.