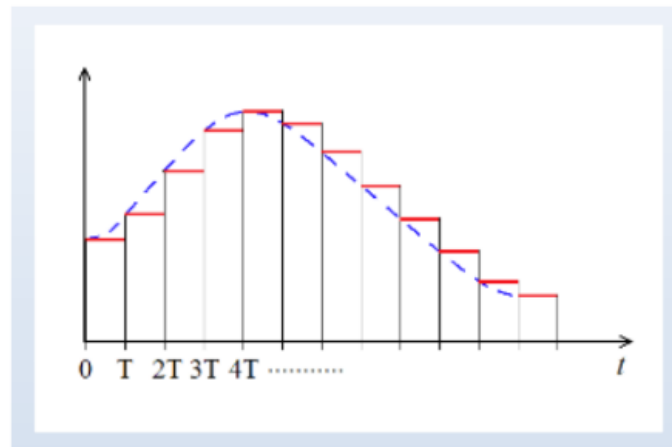

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas</b>	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	38 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## Práctica N° 3

### Transformada Z y aplicaciones a sistemas de tiempo discreto



Apellidos y nombres:	Acosta Hernandez Horacio Emmanuel		
	Barrera Peña Víctor Miguel		
	Torres Anguiano Azael Arturo		
Grupo:	5	Profesor:	Calificación:
Brigada:	2	M.I Isaac Ortega Velazquez	
Semestre:	2020-2	Fecha de ejecución:	20/05/2020

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas</b>	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	39 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## Rúbrica

Aspectos a evaluar	Excelente	Destacado	Suficiente	No cumplido	Evaluación
Organización y conducta. A,5 I.	Buena organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (1p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.)	Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.)	
Desarrollo de Actividades A,6 M.	Realiza el 100% de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (1p.)	Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (0,7p.)	Realiza el 80% de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.)	Realiza menos del 80% de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.)	
Asimilación de los objetivos de aprendizaje propios de la práctica. A,1 M. A,3M, A,7Av, A,2I, A,4M.	Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian las experiencias de la práctica con conceptos teóricos. (4p.)	Asimilan la mayoría de los conocimientos. Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.)	Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la práctica con la teoría es escasa. (2p.)	No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.)	
Reporte de la práctica A,5I.	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporta de forma adecuada cada una de las actividades. (4p.)	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (3p.)	Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades reportadas son incompletas. (2p.)	No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.)	

## 1. Objetivos

- El alumno obtendrá sistemas de ecuaciones en diferencias a partir de ecuaciones diferenciales.
- El alumno analizará sistemas lineales e invariantes de tiempo discreto mediante la función de transferencia.

## 2. Introducción

La Transformada de Zeta es un modelo matemático similar a la transformada de Fourier para el caso del tiempo discreto o las transformadas de Fourier y Laplace para el caso de tiempo continuo, que se emplea entre otras aplicaciones en el estudio del procesamiento de señales digitales, como son el análisis y proyecto de circuitos digitales, los sistemas de radar o telecomunicaciones y especialmente los sistemas de control de procesos por computadoras.

## 3. Desarrollo de la práctica

### 3.1. Aproximación de sistemas de tiempo continuo por sistemas de tiempo discreto

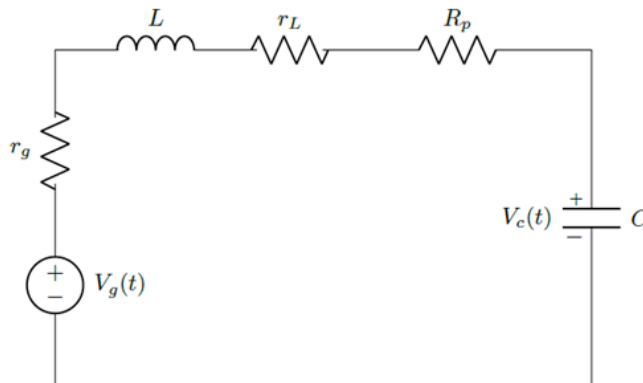


Figura 20. Circuito RL paralelo

De ecuaciones diferenciales a ecuaciones en diferencias y de función de transferencia en tiempo discreto a función de transferencia en tiempo continuo

Considere un circuito RLC como el mostrado en la Figura 20, cuyo comportamiento, considerando como entrada el voltaje  $V_g(t)$  de la fuente y como salida el voltaje en el capacitor  $V_c(t)$ , está dado por la ecuación diferencial de segundo orden

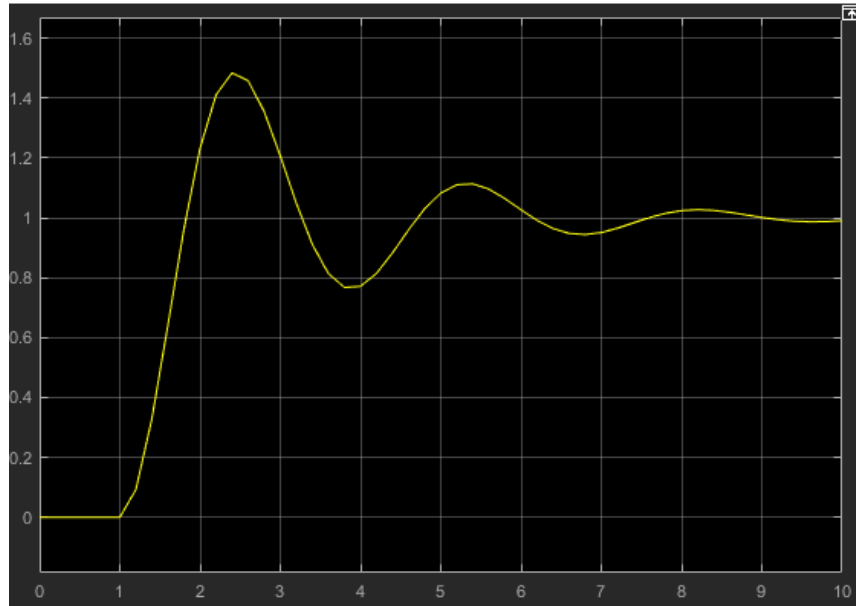
$$\frac{d^2 V_c(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{1}{LC} V_c(t) = \frac{1}{LC} V_g(t), \quad V_c(0) = V_{c0} \quad \frac{dV_c}{dt}(0) = V'_{c0}$$

considere que  $\frac{R}{L} = 1$  y  $\frac{1}{LC} = 5$

Resuelva la ecuación diferencial utilizando los métodos analíticos disponibles en el software especializado que esté utilizando, escriba la solución y gráfíque-la, muestre los resultados en el siguiente cuadro.

Solución analítica del circuito:  $\frac{V_c(s)}{V_g(s)} = \frac{5}{s^2 + s + 5} ; S_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2}$

Representación gráfica:



Considerando un periodo de muestreo de  $T_s = 1$  y utilizando el método de discretización mediante diferencias finitas, encuentre la ecuación en diferencias asociada y resuélvala utilizando el método de recurrencia. Compare los

resultados gráficos de la versión de tiempo continuo y la de tiempo discreto para diferentes valores del periodo de muestreo (disminúyalo en un punto decimal hasta  $T_s = 0,0001$ ).

Obtenga la función de transferencia del sistema de tiempo continuo.  
Utilizando  $T_s = 1$ :

a) Obtenga la función de transferencia de tiempo discreto de la ecuación en diferencias que resulta en el punto anterior.

Continua a discreta

$$H(s) = \frac{5}{s^2 + s + 5}$$

$$H(z) = \frac{5}{H_d^*(z) + H_d(z) + 5} = \frac{5}{\left[\frac{z-1}{T_s z}\right]^2 + \left[\frac{z-1}{T_s z}\right] + 5}$$

$$H(z) = \frac{5}{\frac{z^2 - 2z + 1}{(T_s)^2 z^2} + \frac{z-1}{T_s z} + 5}$$

$$H_d1 = \frac{(T_s)^2 z^2 5}{z^2(1 + T_s + (T_s)^2 5) - z(2 + T_s) + 1}$$

b) Obtenga la función de transferencia de tiempo discreto a partir de la función de transferencia de tiempo continuo del sistema utilizando un diferenciador discreto, ¿cómo son las funciones de transferencia obtenidas en este punto y el anterior? ¿qué puede concluir?

Grafique en una sola gura la respuesta al impulso del sistema de tiempo continuo, y las dos aproximaciones de tiempo discreto.

Disminuya el tiempo de muestreo hasta obtener una aproximación adecuada de la respuesta del sistema y grafique la comparación. ¿Qué aproximación resultó mejor?

### 3.2. Control discreto de un sistema de tiempo continuo.

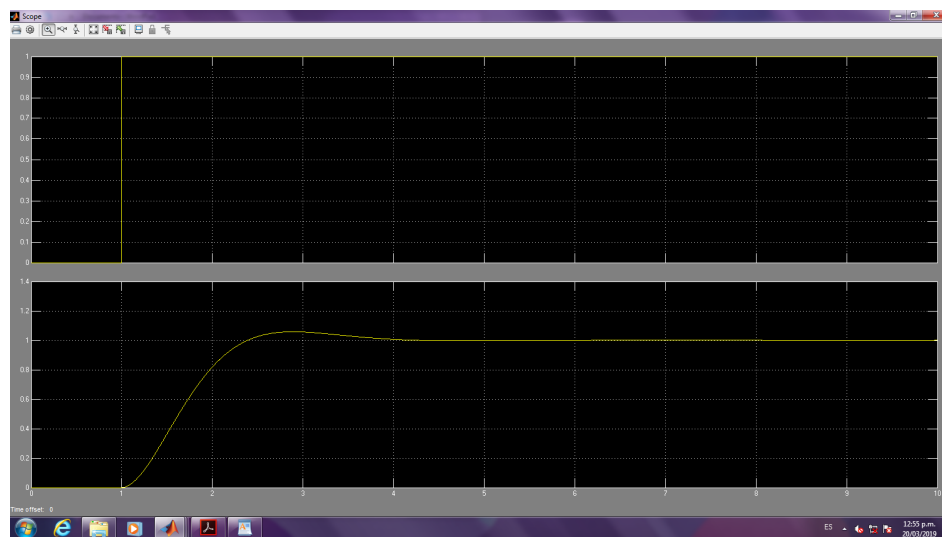
Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo representado por la siguiente función de transferencia

$$G(s) = \frac{1}{s(s+3)}$$

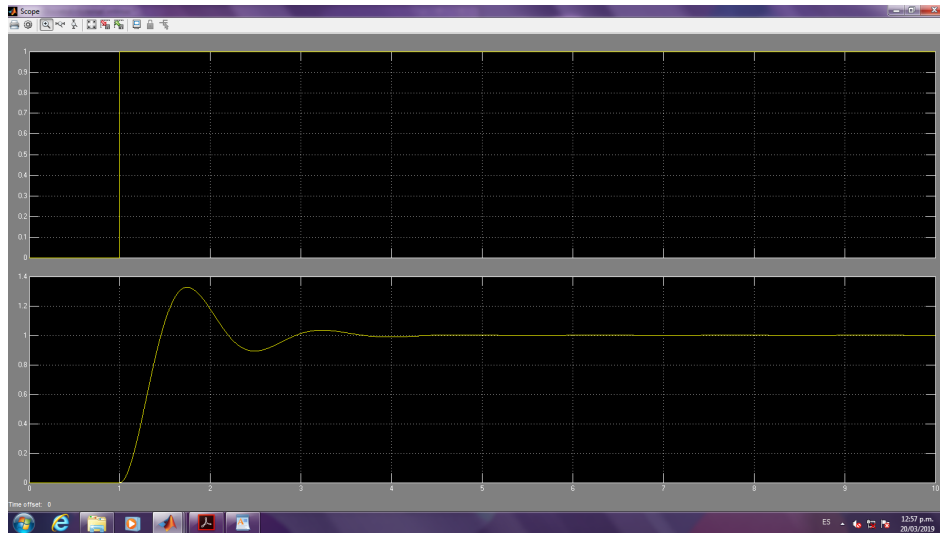
Determine la estabilidad del sistema.

Es estable, causal, sin oscilaciones y determinístico.

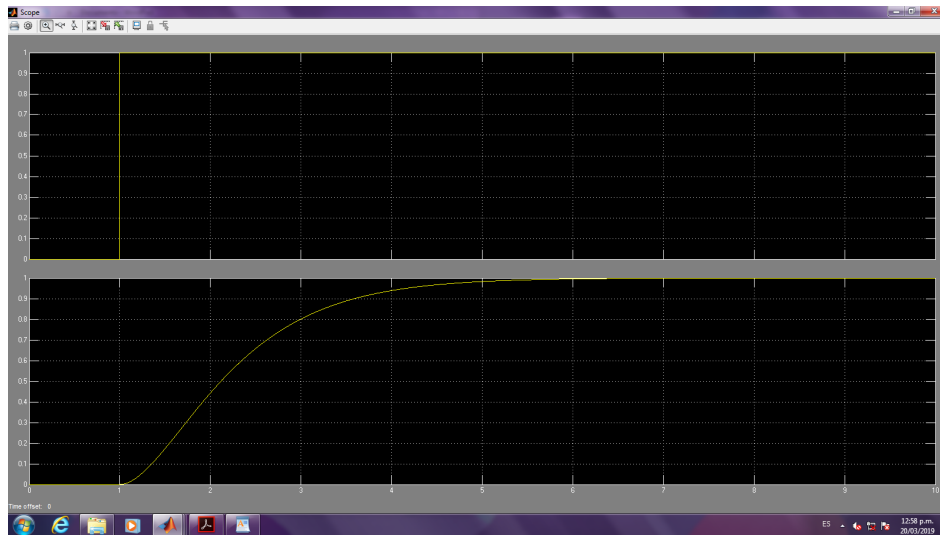
Utilizando el software especializado de su preferencia, determine la respuesta al escalón del sistema y describa cómo es su comportamiento.



$K > 9/4$  Estable, Contiene oscilaciones debido a que posee 2 raíces complejas conjugadas.



$K > 9/4$  Estable con oscilaciones .



$K < 9/4$  el sistemas es Estable sin oscilaciones

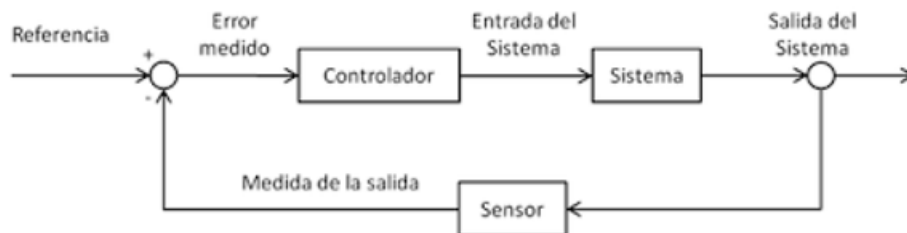
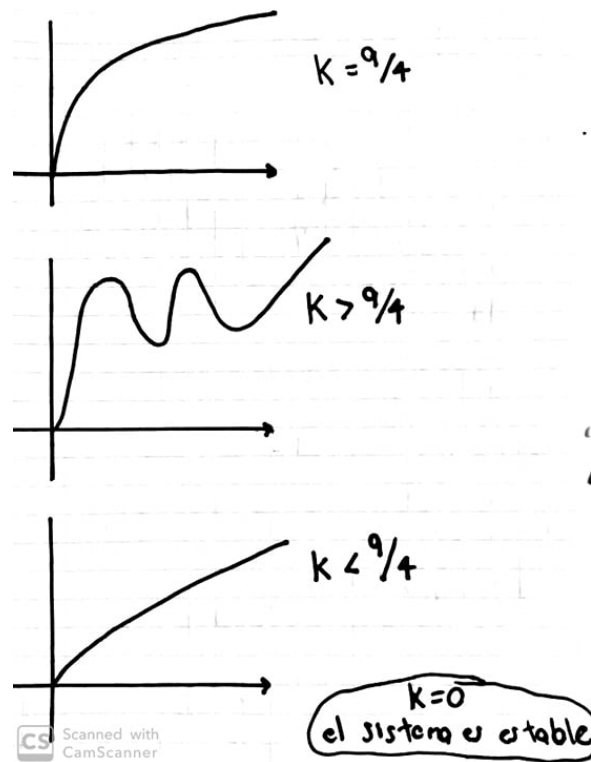


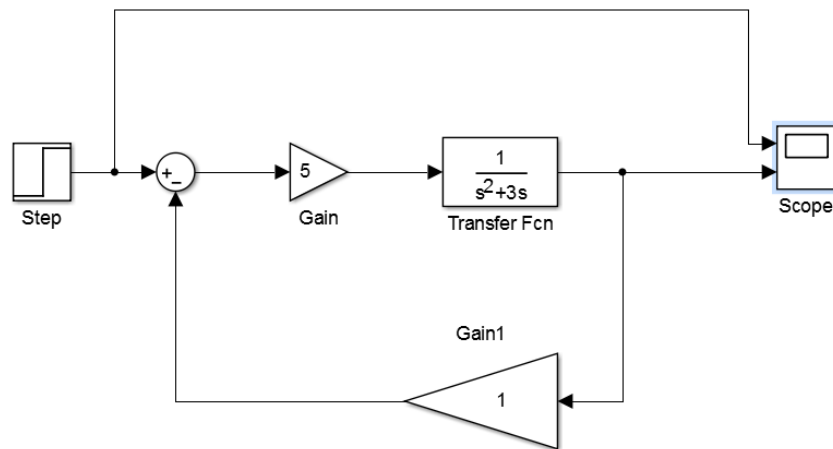
Figura 21. Control de lazo cerrado

Cuando se desea cambiar el comportamiento de un sistema se debe implementar un controlador de lazo cerrado, el cual compara la señal de salida del sistema con la señal de referencia y con base en esta señal de error calcula la entrada del sistema para que se obtenga el comportamiento deseado, de acuerdo con el diagrama de bloques mostrado en Figura 21. El modo más simple de control consiste en el control proporcional, el cual realimenta un término proporcional del error de salida, es decir;

$$U_C = k(r - y)$$



La conexión de la Figura 21 se denomina conexión en retroalimentación negativa, y es posible determinar la función de transferencia correspondiente mediante software especializado, para lo cual se deben definir previamente las funciones de transferencia del controlador, del sistema y del sensor. Considerando la función de transferencia del sistema, la del controlador como  $C(s) = K$  y la del sensor  $H(s) = 1$ , determine la función de transferencia de lazo cerrado  $G_c(s)$  correspondiente. ¿Como son los polos del sistema? ¿Qué puede decir de la estabilidad del mismo?



$$H(s) = \frac{FTLazoabierto}{1 + FTLazocerrado} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)S(s)} = \frac{(k)(\frac{1}{s^2 + 3s})}{\frac{k}{s^2 + 3s}} = \frac{k}{s^2 + 3s + k}$$

Resolviendo con fórmula general, los polos del sistema son los siguientes:

$$s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4k}}{2}$$

La estabilidad siempre se cumplirá cuando  $k > 0$  y cuando mas grande sea  $k$ , mas grandes serán sus oscilaciones al momento de estabilizarse.  $k = 9/4$  es Estable sin oscilaciones,  $k > 9/4$  es estable con oscilaciones,  $0 < k < 9/4$  es estable y cuando  $k \leq 0$  el sistema es inestable.

A partir de las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado en tiempo continuo obtenga las versiones de tiempo discreto. Realice lo anterior utilizando los procedimientos presentados en la Introducción Teórica y el software especializado de su elección. Reporte sus resultados a continuación.

Discretizando la FT a través de la operación derivada:

$$\frac{z[f^{(q)}(nT_s)]}{z[f(nT_s)]} = H_d^q(Z) = \left[\frac{z-1}{T_s Z}\right]^q \frac{k}{\left[\frac{z-1}{T_s Z}\right]^2 - 3\left[\frac{z-1}{T_s Z}\right] + k}; \text{ Si } C1 =$$

$$1 + 3T_s + k(T_s)^2$$

$$C2 = 2 + 3T_s \frac{K(T_s Z)^2}{C1 Z^2 - C2 z + 1}$$

## 4. Conclusiones

### 4.1. Acosta Hernandez Horacio Emmanuel

Se empiezan a involucrar con más profundidad los modelos eléctricos y se identifica que cada uno de ellos está compuesto por funciones de transferencia, ya que tienen una respectiva entrada y salida, se explicaron nuevos conceptos como la función de transferencia, de lazo abierto, es decir no hay sensores y la función de transferencia de lazo cerrado y así poder observar la estabilidad del sistema y cuando que condiciones lo es. Se enfocó a la discretización de la función de transferencia a través de la operación derivada.

### 4.2. Torres Anguiano Azael

Para esta práctica se enfocó en los sistemas discretos y la importancia de la transformada Z para encontrar sus características fundamentales, lo interesante fue que no solamente se utilizó Matlab para resolver ejercicios sino también se pudo resolver a mano y saber utilizar la definición de  $H_d^q$ , al final se pudieron notar algunas semejanzas con la práctica anterior ya que se sigue utilizando la transformada de Laplace, sin importar que las señales sean discretas o continuas. Al momento de resolver los ejercicios en clase no se tuvieron muchos problemas, sin embargo, cuando se trató de resolver algunos ejercicios en casa surgieron demasiadas dudas y dificultó demasiado la realización del reporte.