

Cálculo Vectorial

Material elaborado por Barrera Peña Víctor Miguel

Versión 1.0.0

Temario Por unidades

1. Máximos y mínimos de funciones de dos o más variables
2. Funciones vectoriales
3. Integrales de línea
4. Integrales múltiples

Unidad 1 Temario propuesto por FI

- 1.1 Máximos y mínimos, relativos y absolutos para funciones de dos y tres variables independientes. Puntos críticos. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea extremo relativo o punto silla.
- 1.2 Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos y tres variables. Conceptos de matriz y determinantes hessianos. Resolución de problemas.
- 1.3 Formulación de problemas de máximos y mínimos relativos con restricciones. Establecimiento de la ecuación de Lagrange. Resolución de problemas de máximos y mínimos relacionados con la ingeniería.

Unidad 1 Temario propuesto por el escritor

¿Qué es un extremo?

Definición de un extremo

$$0! = \vec{0}$$

Porque decimos que es diferente el vector al vector nulo , básicamente porque mientras 0 es una constante, tiene sus n componentes nulas y se puede representar como $(0, 0, \dots, 0)$.

Derivada direccional

Definición (Función o campo escalar)

Llamamos función escalar(o campo escalar) real de n variables reales, a cualquier $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ tal que a cada $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$ le asocia $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}$.

Al conjunto D sobre el cual está definida se le llama dominio de f .

Ejemplo

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\rightarrow x^2 + y^2 \end{aligned}$$

Ejemplo 2

$$\begin{aligned} \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z) &\rightarrow x^2 + y^2 z \end{aligned}$$

Expliquemos lo anterior pero con palabras

Sería más sencillo verlo como en programación donde introduces n valores y obtienes un valor.

Pensemos en un pequeño programa que suma tus 3 números favoritos y te regresa su valor, veamos la tabla

valor 1	valor 2	valor 3
7	3	9

Resultado 19

Es lo mismo que

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

Entonces con los valores dados como quedaría expresado

$$f(7, 3, 9) = 7 + 3 + 9 = 19$$

Cambiando el nombre de la función

Si recordaras en cálculo 1 , a la nombre se le cambia el nombre por una letra, en lugar de llamarla $f(x)$ decíamos y .

Ejemplo

$$f(x) = x^2 + 9 \quad \Leftrightarrow \quad y = x^2 + 9$$

Ejemplo Ahora con varias variables

$$f : x, y, z = x^2 + y^2 + z^2 \quad \Leftrightarrow \quad w = x^2 + y^2 + z^2$$

Como observamos lo único que hemos hecho es extender lo que hacíamos en 1 variable a multiples variables, con ello al ver un texto será más sencillo de comprender.