```
Campus: Ciudad Universitaria
Facultad: Ingeniería
Materia : Inteligencia Artificial
Semestre: 2022-2
Equipo: 1
Clave: 0406
Participantes:
    - Barrera Peña Víctor Miguel
    - Espino De Horta Joaquín Gustavo

Profesor: Dr. Ismael Everardo Barcenas Patiño
Título : Proyecto
Subtítulo : Inferencia bayesiana
Fecha entrega: 05/05/2022
```

Capítulo 0 Estructura del repositorio

Definición del problema

Clasificación Bayesiana

Solución

Pseudocódigo

Explicación

Experimentos

Baja dificultad

Problema 1

Problema 2

Problema 3

Media dificultad

Problema 1

Problema 2

Problema 3

Alta dificultad

Problema 1

Problema 2

Problema 3

Sin solución

Capítulo 1 Introducción

Capítulo 2 Desarrollo

Idea de desarrollo del programa

Casos de prueba

Triviales (1 caso)

Fáciles (3 casos)

Media (3 casos)

Difíciles (3 casos)

Sin solución (1 caso)

Código

Explicación código

Capítulo 3 Conclusión

Barrera Peña Víctor Miguel

Espino de Horta Joaquín Gustavo

Anexo (teoría)

Definición 1 (Experimentos aleatorios). Un experimento con diferentes resultados, incluso si es repetido en la misma manera, se llama un experimento aleatorio.

Definición 2 (Espacio muestra). El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio, se llama el espacio muestra del experimento.
Ejemplo:

$$
\begin{aligned}
&S=\mathbb{R}+=\{x \in \mathbb{R} | x>0\} \\
&S=\{x \in N | 10<x<20\} \\
&S=\{low, medium, light\} \\
&S=\{yes. not\}
\end{aligned}
$$

Definición 3 (Espacio muestra discreto). Un espacio muestra es discreto si y sólo si, es contable.

Ejemplo:

$$
\begin{aligned}
&S=\{x \in \mathbb{N} \mid 10<x<20\} \\
&S=\{\text{ low, medium,light }\} \\
&S=\{yes, \text{ not }\} \\
&S=\{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N}: 2y+1=x\} \\
&S=\{0,1\}^{\star}
\end{aligned}
$$

Definición 4 (Espacio muestra continuo). Un espacio muestra S es continuo si y sólo si, existe una biyección $f: S \mapsto \mathbb{R}$.

Ejemplos:

$$
\begin{aligned}
&S=\{x \in \mathbb{R} \mid 0<x<2\} \\
&S=\mathbb{R}^{+} \times \mathbb{R}^{+} \\
&S=\left\{x | x=\left|S^{\prime}\right|, S^{\prime} \subseteq \mathbb{N}\right\}
\end{aligned}
$$

Definición 5 (Evento). Un evento S, es decir, $E \subseteq S$.

- La unión de dos eventos E_1, E_2 se define $E_1 \cup E_2=\{x | x \in E_1 or x \in E_2\}$.
- La intersección de dos eventos E_1, E_2, se define $E_1 \cap E_2=\{x | x \in E_1 \text{and } x \in\}$.
- El complemento de un evento E en el espacio muestral S se define $E=\{x \in S | x \in E\}$.

Ejemplos: Considere el espacio muestra $S=yy, yn, ny, nn$. Los siguientes son eventos S.

$$
\begin{aligned}
&E_1=\{yy, yn, ny\} \\
&E_2=\{nn\} \\
&E_3=\emptyset \\
&E_4=S \\
&E_5=\{yn, ny, nn\}
\end{aligned}
$$

$$E_1 \cup E_2=S \qquad E_1 \cap E_5=\{yn, ny\} E^c E_1 \cup E_2=S, \quad E_1 \cap E_5=\{yn, ny\}, \quad E_1^c=\{nn\}$$

Mas ejemplos. Considere $S=\mathbb{R}^{+}, E_1=\{x \mid 1 \leq x<10\} \text{ y } E_2=\{x \mid 3<x<118\}$, entonces

$$
\begin{aligned}
E_1 \cup E_2 &=\{x \mid 1 \leq x<118\} \\
E_1 \cap E_2 &=\{x \mid 3<x<10\} \\
E_1^c &=\{x \mid x \geq 10\} \\
E_1^c \cap E_2 &=\{x \mid 10 \leq x<118\}
\end{aligned}
$$

Algunas propiedades de los eventos.

Dos eventos A y B se dicen mutuamente exclusivos si y sólo si, su intersección de vacía, es decir, $A \cap B = \emptyset$

$$\begin{aligned}
(E^c)^c &= E \\
(A \cup B) \cap C &= (A \cap C) \cup (B \cap C) \\
(A \cap B) \cup C &= (A \cup C) \cap (B \cup C) \\
(A \cup B)^c &= A^c \cap B^c \\
(A \cap B)^c &= A^c \cup B^c \\
A \cup B &= B \cup A \\
A \cap B &= B \cap A
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(E^c)^c &= E \\
(A \cup B) \cap C &= (A \cap C) \cup (B \cap C) \\
(A \cap B) \cup C &= (A \cup C) \cap (B \cup C) \\
(A \cup B)^c &= A^c \cap B^c \\
(A \cap B)^c &= A^c \cup B^c \\
A \cup B &= B \cup A \\
A \cap B &= B \cap A
\end{aligned}$$

Definición 6 (Probabilidad). En un espacio muestra discreto, la probabilidad de un evento E, escrito P(E), es igual a la suma de las probabilidades de sus resultados en E.

Ejemplo.

Un experimento aleatorio puede resultar en a, b, c, d con probabilidades $0.1, 0.3, 0.5$ y 0.1, respectivamente. Considere el evento A como $\{a, b\}, B = \{b, c, d\}$ y $C = d$. Entonces,

$$\begin{aligned}
&P(A) = 0.1 + 0.3 = 0.4 \\
&P(B) = 0.3 + 0.5 + 0.1 = 0.9 \\
&P(C) = 0.1
\end{aligned}$$

También, $P(A^c) = 0.6, P(B^c) = 0.1, P(C^c) = 0.9$. Más aún, debido a $A \cap B = \{b\}$, entonces $P(A \cap B) = 0.3$. Debido a $A \cup B = \{a, b, c, d\}, P(A \cup B) = 0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.1 = 1$. Y debido a $A \cap C = \emptyset$, entonces $P(A \cap C) = 0$.

Definición 7 (Axiomas de la probabilidad). Considere los eventos E, E_1 y E del espacio muestra S de un experimento aleatorio.

- $P(S) = 1$
- $0 \leq P(E) \leq 1$
- Si $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, entonces $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

Algunas propiedades.

$$P(\emptyset) = 0 \quad P(E^c) = 1 - P(E) \quad \text{Si } E_1 \subseteq E_2, \text{ entonces } P(E_1) \leq P(E_2)$$

Ejercicios

Problema 1

Suponga que las placas de los vehículos están compuestas inicialmente por tres dígitos (0−9), seguidas de tres letras (A−Z). Calcule la probabilidad de una determinada placa.

Problema 2

Un mensaje puede seguir diferentes rutas a través de una red de servidores. En el primer paso, el mensaje puede llegar a cinco servidores, a partir de cada uno de estos servidores, el mensaje puede llegar a cinco servidores m´as, desde los cuales puede acceder a otros cuatro servidores.

- Calcule la cantidad de rutas.
- Si todas las rutas son igualmente probables, calcule la probabilidad de que el mensaje llegue a alguno de los cuatro servidores del tercer bloque.

Demuestre lo siguiente

$$P(\emptyset) = 0$$

$$\begin{aligned} S^c &= \emptyset & \text{Definimos el conjunto} \\ P(S \cup S^c) &= P(S) + P(S^c) - P(S \cap S^c) & \text{Usamos la prpiedad} \\ P(S \cup S^c) &= 1 + P(S^c) - 0 & \text{Sustituimos} \\ P(S \cup S^c) &= 1 & \text{Decladamos una propieda} \\ 1 - 1 &= P(S^c) & \text{Sustituimos lo anterios} \\ 0 &= P(S^c) \\ P(S^c) &= 0 \\ \therefore P(\emptyset) &= 0 \end{aligned}$$

$$P(E^c) = 1 - P(E)$$

$$\text{Para cualquier evento } A, P(A) + P\left(A'\right) = 1, \text{ a partir de la cual } P(A) = 1 - P\left(A'\right).$$

Comprobación En el axioma 3 , sea $k = 2, A_1 = A$ y $A_2 = A'$. Como por definición de $A', A \cup A' = \mathcal{S}$ en tanto A y A' sean eventos disjuntos, $1 = P(\mathcal{S}) = P\left(A \cup A'\right) = P(A) + P\left(A'\right)$

$$\text{Si } E_1 \subseteq E_2 \text{ entonces } P(E_1) \leq P(E_2)$$

- Si tienen los mismos elementos, entonces la probabilidad de obtener un evento E_1, E_2, es la misma, pero y si E_2 Tiene un elemento más que E_2 su probabilidad aumenta, esto se puede demostrar por ordinales de conjuntos.

$$\frac{\#E_1}{Total} \leq \frac{\#E_2}{Total}$$

E_1, E_2 es el número de elementos a favor.

Mas ejemplos

Problema 1

Una mezcla química es preparada correctamente por el 25% de los técnicos de un laboratorio, 70% de los técnicos la preparan con un error mínimo, y 5% con un error mayor.

- Si un técnico es elegido aleatoriamente, ¿Cuál es la probabilidad de que prepare la mezcla sin error alguno?

$$P(E) = 25\%$$

- Calcule la probabilidad de que el técnico la prepare con cualquier tipo de error.

$$P(E) = 70\% + 5\% = 75\%$$

Problema 2

Considere las emisiones de tres fabricas clasificadas por su calidad. De la primera fábrica 22 muestras de emisiones cumplen con el mínimo, y 8 no lo hacen; 25 cumplen con el mínimo y 5 no, en el caso de la segunda fábrica; en cuanto a la tercera, 30 cumplen y 10 no. Considere A denota el evento de las muestras de emisiones de la primera fábrica, y B como el evento de una muestra cumple con el mínimo. Calcule las siguientes probabilidades.

$$P(A) \quad P(B) \quad P\left(A^c\right) \quad P(A \cap B) \quad P(A \cup B) \quad P\left(A^c \cup B\right)$$

Solución:

$$\begin{aligned}
P(A) &= \frac{22+8}{100} = 0.3 \\
P(B) &= \frac{22+25+30}{100} \\
P\left(A^c\right) &= \frac{70}{100} \\
P(A \cap B) &= \frac{22}{100} \\
P(A \cup B) &= \frac{22+25+30}{100} \\
P\left(A^c \cup B\right) &= \frac{70+8}{100}
\end{aligned}$$

Definición 8 (regla de la adición).

$$P(A \cup B) = P(A) + (B) - P(A\backslash)ls$$