

Respuestas

1)

	$f(x) = 2x + 3$	$g(x) = (x + 3) / (2x - 1)$	$f(g(x))$	$g(f(x))$
-3	-3	$0/-7 = 0$	$f(0) = 2(0) + 3 = 3$	$g(-3) = 0$
2,5	8	$5,5/4 = 1,375$	$f(1,375) = 2(1,375) + 3 = 2,75 + 3 = 5,75$	$g(8) = (8+3)/(16-1) = 11/15 = 0.733$
1/4	3,5	$3,25/-0,5 = -6,5$	$f(-6,5) = 2(-6,5) + 3 = -13 + 3 = -10$	$g(3,5) = (3.5+3)/(7-1) = 6,5/6 = 1,083$
0,5	4	$3,5/0 = \text{indefinido}$	$f(\text{indefinido}) = \text{indefinido}$	$g(4) = (4+3)/(8-1) = 7/7 = 1$

2) $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x + 2$

a-

$f(g(x)) = f(x+2) = \sqrt{x+2}$

Dominio de $f(g(x))$

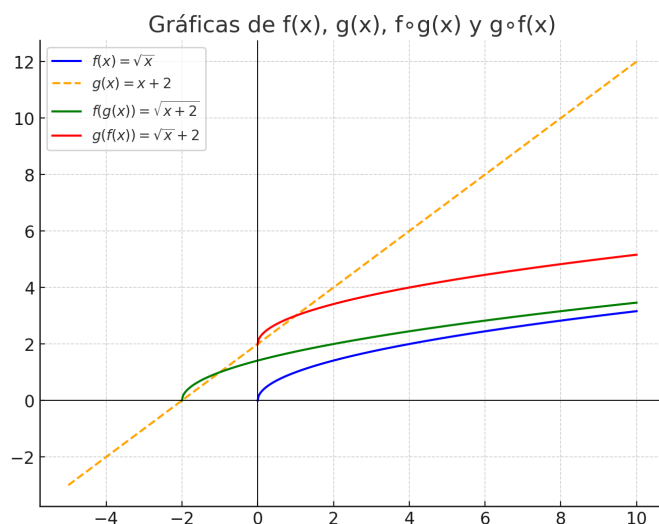
$x+2 \geq 0$ porque $\sqrt{x} \neq 0$

$x+2 = 0$

$x = -2$

$D = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} - \{<-2\}$

b-¿Cómo se obtiene la gráfica de $f(g(x))$ a partir de las gráficas de f y g ?



Observaciones:

La gráfica de $f(g(x)) = \sqrt{x+2}$ se obtiene desplazando 2 unidades hacia la izquierda la de $f(x)=\sqrt{x}$

La gráfica de $g(f(x))= \sqrt{x}+2$ se obtiene desplazando 2 unidades hacia arriba la de $f(x)=\sqrt{x}$.

Se ve que $f \circ g \neq g \circ f$ ya que las transformaciones son distintas (horizontal vs vertical).

c-

Resolución:

$f(g(x))=\sqrt{x+2}$ es la raíz cuadrada desplazada 2 unidades a la izquierda.

$g(f(x))=\sqrt{x}+2$ es la raíz cuadrada desplazada 2 unidades hacia arriba.

Relación entre ambas:

No coinciden, ya que una es un desplazamiento horizontal y la otra vertical.
Ambas son ramas de raíz cuadrada, pero con dominios distintos:

$$D(f(g))=[-2,\infty)$$

$$D(g(f))=[0,\infty)$$

Se concluye que las composiciones de funciones no son conmutativas, es decir, $f \circ g \neq g \circ f$

3)

$$h(x) = f(g(x))$$

$$h(x) = x^2 + 2x$$

$$g(x) = x + 1$$

$f(g(x)) = f(x+1) = x^2 + 2x$. Pongo $u=x+1 \Rightarrow x=u-1$ entonces, $x=u-1$:

$$f(u) = (u-1)^2 + 2(u-1) = u^2 - 1$$

Volviendo a x :

$$f(x) = x^2 - 1$$

4)

Si ambas funciones son potencias:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = x^3$$

Entonces:

$$f(g(x)) = f(x^3) = (x^3)^2 = x^6$$

$$g(f(x)) = g(x^2) = (x^2)^3 = x^6$$

En este caso si se cumple que $f(g(x)) = g(f(x))$

5)

$$f(x) = 2x$$

$$g(x) = -2x + 1$$

$$h(x) = x^2$$

a-

$$g(h(x)) = g(x^2) = -2(x^2) + 1 = -2x^2 + 1$$

$$f(g(h(x))) = f(-2x^2 + 1) = 2(-2x^2 + 1) = -4x^2 + 2$$

$$\mathbf{f(g(h(x))) = -4x^2 + 2}$$

b-

$$f(g(x)) = f(-2x + 1) = 2(-2x + 1) = -4x + 2$$

$$(f(g(x)) h(x)) = f(g(x))(x^2) = -4(x^2) + 2$$

$$\mathbf{(f(g(x)) h(x)) = -4x^2 + 2}$$

c-

En ambos casos, obtuvimos la misma función:

$$\mathbf{f \circ (g \circ h)(x) = (f \circ g) \circ h(x) = -4x^2 + 2}$$