

1 Introduzione

Studiamo la stabilità delle stelle di neutroni in regime relativistico considerando 3 possibili equazioni di stato per la materia. Una volta risolte le equazioni è possibile ottenere l'espressione del potenziale gravitazionale della stella e calcolare l'effetto sulla radiazione emessa dalla stella.

Viene calcolata la radianza per ogni stella a 3 distanze diverse e la potenza totale di emissione in funzione della distanza dalla stella. Viene quindi calcolata la temperatura apparente delle 3 stelle più massive in funzione di quella effettiva e poi viene studiata la temperatura apparente in funzione della pressione centrale della stella.

2 Stabilità

Le equazioni che descrivono la stabilità di una stella sono quelle di Tolman-Oppenheimer-Volkoff

$$\begin{cases} \frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{m(r)\epsilon(r)}{r^2 c^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\epsilon(r)}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2}\right)^{-1} \\ \frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \frac{\epsilon(r)}{c^2} \\ \frac{d\Phi(r)}{dr} = -\frac{1}{P(r) + \epsilon(r)} \frac{dP(r)}{dr} \end{cases} \quad (1)$$

Dove la terza equazione è l'equazione disaccoppiata e descrive il potenziale gravitazionale della stella. Usiamo 3 diverse densità di energia per la materia della stella (eq. 3 viene presa con due coppie di valori diversi di Γ e K):

$$\epsilon(n) = a \left(\frac{n}{n_0}\right)^\alpha + \left(\frac{n}{n_0}\right)^\beta \quad (2)$$

$$\epsilon(n) = \mu c^2 n + K c^2 n^\Gamma \quad (3)$$

$$\text{con } a = 13.4 \text{ MeV fm}^{-3}, \quad \alpha = 0.514, \quad b = 5.62 \text{ MeV fm}^{-3}, \quad \beta = 2.436, \quad n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3} \quad (4)$$

dove n è la densità numerica, μ la massa di una singola particella e quindi $\rho = \mu n$ è la densità di massa.

Visto che la densità di energia è in funzione di ρ e l'incognita del sistema 1 è P e m possiamo scrivere la densità di energia in funzione di P e m partendo dalla relazione termodinamica

$$P = -\frac{dE}{dV} \Rightarrow \begin{cases} P = (\alpha - 1)a \left(\frac{n}{n_0}\right)^\alpha + (\beta - 1)b \left(\frac{n}{n_0}\right)^\beta \\ n = \left(\frac{P}{K(\Gamma-1)c^2}\right)^{1/\Gamma} \end{cases} \quad (5)$$

Nel primo caso non è stato possibile invertire l'equazione per trovare n in funzione di P e m quindi utilizzeremo un metodo numerico per trovare n di volta in volta.

Facciamo le seguenti sostituzioni per rendere le variabili adimensionali e con valori più vicini a 0

$$\begin{aligned} m &= M_0 \hat{m}, \quad r = R_0 \hat{r}, \quad P = P_0 \hat{P}, \quad \rho = \rho_0 \hat{\rho}, \quad K = \hat{K} \frac{\mu^\Gamma}{\rho_0^{\Gamma-1}}, \\ \begin{cases} \frac{d\hat{P}}{d\hat{r}} = -\frac{(\hat{P} + \hat{\epsilon})(\hat{m} + \hat{r}^3 \hat{P})}{\hat{r}^2 - 2\hat{m}\hat{r}} \\ \frac{d\hat{m}}{d\hat{r}} = \hat{r}^2 \hat{\epsilon} \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

otteniamo 6 con