Blatt 2

Dienstag, 10. November 2020 16:39

Felix Lehmann, Jan Manhillen, Leo Kyster Oerter

Aufgabe 1 Gamma-Korrektur

Bei γ=3 wird das Bild sehr dunkel, bei γ=1 ändert sich nichts und bei γ=0,3 wird das Bild heller und das Motiv besser erkennbar.
Da das Originalbild unterbelichtet ist, sollte man zur Gamma-Korrektur einen Wert <1 wählen. So werden die niedrigen Intensitätswerte gespreizt und dunkle Bereiche des Bildes besser sichtbar.
In der Korrekturfunktion werden die niedrigen Werte der x-Achse bei γ<1 auf einen relativ großen Bereich von y-Werten abgebildet.

Aufgabe 2 Signal-to-noise ratio

Gegeben sind die folgenden 4×4-Grauwertbilder:

230	230	205	205
230	75	50	205
205	50	75	230
205	205	230	230

255	255	230	230
255	100	75	230
230	75	100	255
230	230	255	255

A. Schätzen Sie für jedes Bild den normalverteilten Rauscheinfluss durch Bestimmung der Varianz σ^2 basierend auf dem mittleren, homogenen 2×2-Teilbereich B, wobei sein ungestörter Intensitätswert $I' = 75$ ist. (0,5 P)

Formel Varianz:

$$\sigma^2 = \frac{1}{|B|-1} * \sum_{p \in B} (I(p) - I')^2$$

|B| = 4
I' = 75

Bild links:

$$\sigma^2 = \frac{1}{4-1} * [(75-75)^2 + (50-75)^2 + (50-75)^2 + (75-75)^2]$$
$$= \frac{1}{3} * 1250 \approx 416.67$$

Bild rechts:

$$\sigma^2 = \frac{1}{4-1} * [(100-75)^2 + (75-75)^2 + (75-75)^2 + (100-75)^2]$$
$$= \frac{1}{3} * 1250 \approx 416.67$$

B. Berechnen Sie SNR_{max} und SNR_{avg} für jedes Bild unter der Annahme unbekannter Bildinhalte. (0,5 P)

Bild links:
I_{max_given} = 230
σ = √(1250/3)
S = 4, Z = 4

$$SNR_{max}(I) = I_{max\_given}/\sigma = 230/\sqrt{1250/3} = \frac{23 * \sqrt{6}}{5} \approx 11.27$$

$$SNR_{avg}(I) = (\frac{1}{S * Z}) \sum_{x=0,\ldots,S-1} \sum_{y=0,\ldots,Z-1} I(x,y)/\sigma$$

$$= \frac{1}{16} \sum_{x=0,\ldots,3} \sum_{y=0,\ldots,3} I(x,y)/\sqrt{1250/3} \approx 8.76$$

Bild rechts:
$I_{max\_given} = 255$
$\sigma = \sqrt{1250/3}$
S = 4, Z = 4

$$SNR_{max}(I) = I_{max\_given}/\sigma = 255/\sqrt{1250/3} = \frac{51 * \sqrt{\frac{3}{2}}}{5} \approx 12.49$$

$$SNR_{avg}(I) = (\frac{1}{S * Z}) \sum_{x=0,\ldots,S-1} \sum_{y=0,\ldots,Z-1} I(x,y)/\sigma$$
$$= \frac{1}{16} \sum_{x=0,\ldots,4} \sum_{y=0,\ldots,4} I(x,y)/\sqrt{1250/3} \approx 9.99$$

C. Berechnen Sie SNR_{obj} für jedes Bild unter der Annahme, dass der Teilbereich B das Vordergrundobjekt darstellt und die restlichen Pixel den Hintergrund. (0,5 P)

$$SNR_{OB} = \frac{|AvgSignal - AvgBackground|}{\sigma}$$

Bild links:

$$AvgSignal = 62.5, AvgBackground = 217.5$$
$$SNR_{OB} = \frac{|62.5 - 217.5|}{\sqrt{1250/3}} \approx 7.59$$

Bild rechts:

$$AvgSignal = 87.5, AvgBackground = 242.5$$
$$SNR_{OB} = \frac{|87.5 - 242.5|}{\sqrt{1250/3}} \approx 7.59$$

D. Vergleichen Sie die berechneten SNR-Werte. Welchen Vorteil hat SNR_{obj} gegenüber SNR_{max} und SNR_{avg} in Bezug auf vergleichbare Rauscheffekte? (0,5 P)

Die Berechnung von SNR_{max} und SNR_{avg} wird genutzt, wenn der Bildinhalt unbekannt ist und basieren auf Schätzwerten. Ist der Bildinhalt bekannt, so sollte man SNR_{obj} berechnen, um einen genaueren Wert zu erhalten, dessen Herleitung auf dem tatsächlichen Signal basiert.

Aufgabe 3 Mittelwertfilter und Binomialfilter

Gegeben sei die folg. 6×1-Grauwertbildzeile mit Intensitätsspektrum $\{1, \ldots, 255\}$, die eine vertikale Kante zw. dem dritten und vierten Pixel zeigen soll:

255	255	255	0	0	0

A. Wenden Sie das eindimensionale 3×1-Mittelwertfilter auf die mittleren vier Pixel der Bildzeile an. Geben Sie als Lösung das 3×1-Mittelwertfilter sowie die resultierenden und auf ganze Zahlen gerundeten neuen Werte der mittleren vier Pixel wieder.

Mittelwertfilter

1/3	1/3	1/3

Neue Werte der mittleren 4 Pixel:

255	170	85	0

Rechnung:
Erster Pixel: [(1/3 * g(2,0)) + (1/3 * g(1,0)) + (1/3 * g(0,0))] = [1/3 * 255 + 1/3 * 255 + 1/3 * 255] = 255
Zweiter Pixel: [(1/3 * g(3,0)) + (1/3 * g(2,0)) + (1/3 * g(1,0))] = [1/3 * 0 + 1/3 * 255 + 1/3 * 255] = 170
Dritter Pixel: [(1/3 * g(4,0)) + (1/3 * g(3,0)) + (1/3 * g(2,0))] = [1/3 * 0 + 1/3 * 0 + 1/3 * 255] = 85
Vierter Pixel: [(1/3 * g(5,0)) + (1/3 * g(4,0)) + (1/3 * g(3,0))] = [1/3 * 0 + 1/3 * 0 + 1/3 * 0] = 0

B. Wenden Sie das normierte eindimensionale Binomialtfilter der Ordnung 2 auf die mittleren vier Pixel der Bildzeile an. Geben Sie als Lösung das normierte eindimensionale Binomialtfilter der Ordnung 2 sowie die resultierenden und auf ganze Zahlen gerundeten neuen Werte der mittleren vier Pixel wieder.

Binomialfilter:

1/4	2/4 = 1/2	1/4

Neue Werte der 4 mittleren Pixel:

255	191	64	0

Rechnung:
Erster Pixel: [(1/4 * g(2,0)) + (2/4 * g(1,0)) + (1/4 * g(0,0))] = [1/4 * 255 + 2/4 * 255 + 1/4 * 255] = 255
Zweiter Pixel: [(1/4 * g(3,0)) + (2/4 * g(2,0)) + (1/4 * g(1,0))] = [1/4 * 0 + 2/4 * 255 + 1/4 * 255] = 191.25 ≈ 191
Dritter Pixel: [(1/4 * g(4,0)) + (2/4 * g(3,0)) + (1/4 * g(2,0))] = [1/4 * 0 + 2/4 * 0 + 1/4 * 255] = 63.75 ≈ 64
Vierter Pixel: [(1/4 * g(5,0)) + (2/4 * g(4,0)) + (1/4 * g(3,0))] = [1/4 * 0 + 2/4 * 0 + 1/4 * 0] = 0

C. Was deuten die beiden Ergebnisse auf den zentralen vier Pixeln hinsichtlich der Kantenerhaltung der beiden Filter warum an? Begründen Sie Ihre Antwort.

Mittelwertfilter: Abstand zwischen den Pixeln ist immer 85
Binomialfilter: Abstände zwischen den Pixeln sind unterschiedlich (64, 127, 64)
Beim Mittelwertfilter gehen die vorhandenen Kontraste verloren, der Bereich wird zu einem linearen Farbverlauf und es wird schwieriger, die Kante zu erkennen. Durch das Binomialfilter wird die Kante zwar auch geglättet, aber der Effekt ist nicht so stark und das Bild ist schärfer als nach der Anwendung des Mittelwertfilters.

Aufgabe 4 Gauß-Filter

A. Erzeugen Sie ein 3 × 3 Gauß-Filter, indem Sie die Gauß-Funktion

$$g(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

für jeden Eintrag im Filter samplen. Hier sind x, y jeweils die Distanz vom zentralen Filterusprung in horizontaler und vertikaler Richtung. Verwenden Sie für die Standardabweichung $\sigma = 0.3$. Denken Sie an die Normierung des Filters.

Gauß-Funktion g(x,y) für x,y ∈ {-1, 0, 1} berechnen und normieren indem durch Summe aller Ergebnisse geteilt wird

Gauß-Filter:

0,0000147169	0,00380683	0,0000147169
0,00380683	0,984714	0,00380683
0,0000147169	0,00380683	0,0000147169

B. Separierbare Filter sind zweidimensionale Filter, die sich als Multiplikation zweier eindimensionaler Filter darstellen lassen. Das zweidim. Gauß-Filter wird also als Produkt zweier eindim. Gauß-Filter in horizontaler und vertikaler Richtung erzeugt. Nutzen Sie die O-Notation, um darzustellen, wie viele Operationen jeweils die Anwendung des normalen und des separierten Filters bezüglich einer Filtergröße mit Breite w_{kernel} und Höhe h_{kernel} und einem Bild mit insgesamt N Pixeln benötigt.

Normal:
$O(N*w_{kernel}*h_{kernel})$

Separiert:
$O(N*w_{kernel}+N*h_{kernel}) = O(N*(w_{kernel}+h_{kernel}))$

Die Komplexität des separierten Filters ist mit $O(N*(w_{kernel}+h_{kernel}))$ kleiner die des normalen mit $O(N*w_{kernel}*h_{kernel})$.

C. Welche Konsequenzen hat es, wenn für ein diskretes Gauß-Filter mit Standardabweichung σ als Filtergröße $m = 2 \cdot \lceil 2 \cdot \sigma \rceil + 1$ anstatt $m = 2 \cdot \lceil 3 \cdot \sigma \rceil + 1$ gewählt wird? Für $\sigma = 1$ zum Beispiel würde dies ergeben $m = 5$ anstatt $m = 7$. Begründen Sie Ihre Antwort.

Die nötige Größe des Filters hängt von der Standardabweichung ab und je kleiner ein Gauß-Filter desto schwächer wird der Glättungseffekt. Ändert man die Formel wie in der Aufgabenstellung ab, so kann es sein, dass das Gauß-Filter zu klein wird, um das Bildrauschen ausreichend zu reduzieren.