Blatt 5

Dienstag, 1. Dezember 2020 14:22

Felix Lehmann, Jan Manhillen, Leo Kyster Oerter

Aufgabe 2 Methode von Otsu

Wenden Sie die Methode von Otsu auf folgenden 4-Bit-Bildbereich an und bestimmen Sie den optimalen Schwellwert mit Angabe der Herleitung.

3	2	4
6	7	2
2	5	3

Geg.: norm. Histogramm $p_I(\mathbf{I}) = \frac{n_I}{S \cdot Z}$ für Bild **I** = [I(x,y)]

Intensitätswert	Einträge n_I	$p_I(I)$
0	0	0
1	0	0
2	3	1/3
3	2	2/9
4	1	1/9
5	1	1/9
6	1	1/9
7	1	1/9

Interklassenvarianz $\sigma^2_{Between}(T) = n_B(T) \cdot n_O(T) \cdot |\mu_B(T) - \mu_O(T)|^2$

$$n_B(T) = \sum_{i=0}^{T-1} p(i)$$

$$n_O(T) = \sum_{i=T}^{I_{max}} p(i)$$

$$\mu_B(T) = \frac{\sum_{i=0}^{T-1} ip(i)}{n_B(T)}$$

$$\mu_O(T) = \frac{\sum_{i=T}^{I_{max}} ip(i)}{n_O(T)}$$

Interklassenvarianz für jeden Schwellwert T $\in \{0, ..., I_{max}\}$ berechnen und T_{opt} mit maximaler Interklassenvarianz wählen:

$$\sigma^2_{Between}(0) = n_B(0) * n_O(0) * |\mu_B(0) - \mu_O(0)|^2$$

$$= \sum_{i=0}^{0} p(i) * \sum_{i=0}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{0} ip(i)}{n_B(0)} - \frac{\sum_{i=0}^{7} ip(i)}{n_O(0)}|^2 = 0$$

$$\sigma^2_{Between}(1) = \sum_{i=0}^{0} p(i) * \sum_{i=1}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{0} ip(i)}{n_B(1)} - \frac{\sum_{i=1}^{7} ip(i)}{n_O(1)}|^2 = 0$$

$$\sigma^2_{Between}(2) = \sum_{i=0}^{1} p(i) * \sum_{i=2}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{1} ip(i)}{n_B(2)} - \frac{\sum_{i=2}^{7} ip(i)}{n_O(2)}|^2 = 0$$

$$\sigma^2_{Between}(3) = \sum_{i=0}^{2} p(i) * \sum_{i=3}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{2} ip(i)}{n_B(3)} - \frac{\sum_{i=3}^{7} ip(i)}{n_O(3)}|^2$$

$$= (0+0+\frac{1}{3})*(\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9})*|\frac{(0*0+1*0+2*\frac{1}{3})}{(0+0+\frac{1}{3})} - \frac{(3*\frac{2}{9}+4*\frac{1}{9}+5*\frac{1}{9}+6*\frac{1}{9}+7*\frac{1}{9})}{(\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9})}|^2$$

$$= \frac{1}{3} * \frac{6}{9} * |\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} - \frac{\frac{28}{9}}{\frac{6}{9}}|^2 = \frac{128}{81} \approx 1.58$$

$$\sigma^2_{Between}(4) = \sum_{i=0}^{3} p(i) * \sum_{i=4}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{3} ip(i)}{n_B(4)} - \frac{\sum_{i=4}^{7} ip(i)}{n_O(4)}|^2 = \frac{5}{9} * \frac{4}{9} * |\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} - \frac{\frac{22}{9}}{\frac{4}{9}}|^2 = \frac{961}{405} \approx 2.37$$

$$\sigma^2_{Between}(5) = \sum_{i=0}^{4} p(i) * \sum_{i=5}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{4} ip(i)}{n_B(5)} - \frac{\sum_{i=5}^{7} ip(i)}{n_O(5)}|^2 = \frac{200}{81} \approx 2.47$$

$$\sigma^2_{Between}(6) = \sum_{i=0}^{5} p(i) * \sum_{i=6}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{5} ip(i)}{n_B(6)} - \frac{\sum_{i=6}^{7} ip(i)}{n_O(6)}|^2 = \frac{343}{162} \approx 2.18$$

$$\sigma^2_{Between}(7) = \sum_{i=0}^{6} p(i) * \sum_{i=7}^{7} p(i) * |\frac{\sum_{i=0}^{6} ip(i)}{n_B(7)} - \frac{\sum_{i=7}^{7} ip(i)}{n_O(7)}|^2 = \frac{841}{648} \approx 1.3$$

Also ist $T_{opt} = 5$, da Interklassenvarianz von 5 mit ca. 2.47 am größten war

Aufgabe 4 Haralicksche Texturmaße

Berechnen Sie bitte die Haralickschen Texturmaße

1. Energie/Uniformität,
2. Kontrast,
3. Entropie,
4. Homogenität/inverse Differenz

mit $\Delta = 1, \alpha = 0^\circ$ und $\Delta = 1, \alpha = 90^\circ$ für jedes der folgenden 4×4 Pixel großen Felder:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Gehen Sie dabei von Bildkoordinatensystemen bzw. Orientierungen gemäß dem Beispiel von Folien 44 bis 50 der 5. Vorlesung aus.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Formel: } P_{\alpha,\Delta}(I_1, I_2) = \frac{1}{N}\sum_{p\in R}\delta_D(I(p) - I_1) * \delta_D(I(p+d) - I_2)$$

$$N = 16$$

$$P_{0^\circ,1}(0,0) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 12 = \frac{3}{4}$$

$$P_{90^\circ,1}(0,0) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 12 = \frac{3}{4}$$

$$\text{Einträge } P_{\alpha,\Delta}(I_1, I_2) \text{ normieren mit } \frac{1}{S}P_{\Delta,\alpha}(I_1, I_2) \text{ wobei } S = \sum_{I_1=0}^{I_{max}}\sum_{I_2=0}^{I_{max}} P_{\Delta,\alpha(I_1,I_2)}$$

$$p_{0^\circ,1}(0,1) = p_{90^\circ,1}(0,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * \frac{3}{4} = 1$$

$$\text{Energie/Uniformität: } \sum_{I_1=0}^{I_{max}}\sum_{I_2=0}^{I_{max}} p^2_{\Delta,\alpha}(I_1, I_2)$$

$$\sum_{I_1=0}^{0}\sum_{I_2=0}^{0} p^2(0,0) = 1^2 = 1$$

$$\text{Kontrast: } \sum_{I_1=0}^{I_{max}}\sum_{I_2=0}^{I_{max}} (I_1 - I_2)^2 p_{\Delta,\alpha}(I_1, I_2)$$

$$\sum_{I_1=0}^{0}\sum_{I_2=0}^{0} (0-0)^2 p(0,0) = 0 * 1 = 0$$

$$\text{Entropie: } -\sum_{I_1=0}^{I_{max}}\sum_{I_2=0}^{I_{max}} p_{\Delta,\alpha}(I_1, I_2) * log_2(p_{\Delta,\alpha}(I_1, I_2))$$

$$-\sum_{I_1=0}^{0}\sum_{I_2=0}^{0} p(0,0) * log_2(p(0,0)) = -(1 * 0) = 0$$

$$\text{Homogenität/inverse Differenz: } \sum_{I_1=0}^{I_{max}}\sum_{I_2=0}^{I_{max}} \frac{p_{\Delta,\alpha}(I_1, I_2)}{1 + |I_1 - I_2|}$$

$$\sum_{I_1=0}^{0}\sum_{I_2=0}^{0} \frac{p(0,0)}{1 + |0-0|} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$P_{0^\circ,1}(0,0) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 4 = \frac{1}{4}$$

$$P_{0^\circ,1}(0,3) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 4 = \frac{1}{4}$$

$$P_{0^\circ,1}(3,0) = \frac{1}{16} * 0 = 0$$

$$P_{0^\circ,1}(3,3) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 4 = \frac{1}{4}$$

Normalisieren:

$$S = \sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} P_{1,0^\circ}(I_1, I_2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$p_{1,0^\circ}(0,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$p_{1,0^\circ}(0,3) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$p_{1,0^\circ}(3,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * 0 = 0$$

$$p_{1,0^\circ}(3,3) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Energie/Uniformität: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} p_{1,0^\circ}^2(I_1,I_2) = (\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 + 0^2 + (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3}$

Kontrast: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} (I_1-I_2)^2 p_{1,0^\circ}(I_1,I_2) = (0^2*\frac{1}{3})+((-3)^2*\frac{1}{3})+(3^2*0)+(0^2*\frac{1}{3}) = 3$

Entropie: $-\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} p_{1,0^\circ}(I_1,I_2)*log_2(p_{1,0^\circ}(I_1,I_2)) = -((\frac{1}{3}*log_2(\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}*log_2(\frac{1}{3})+(0*log_2(0)+(\frac{1}{3}*log_2(\frac{1}{3}))$

$$= -log_2(\frac{1}{3})$$

Homogenität/inverse Differenz: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} \frac{p_{1,0^\circ}(I_1,I_2)}{1+|I_1-I_2|} = \frac{\frac{1}{3}}{1+0}+\frac{\frac{1}{3}}{1+3}+\frac{0}{1+3}+\frac{\frac{1}{3}}{1+0} = \frac{3}{4}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$P_{90^\circ,1}(0,0) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 6 = \frac{3}{8}$$

$$P_{90^\circ,1}(0,3) = \frac{1}{16} * 0 = 0$$

$$P_{90^\circ,1}(3,0) = \frac{1}{16} * 0 = 0$$

$$P_{90^\circ,1}(3,3) = \frac{1}{16} * (1+1+1+1+1+1) = \frac{1}{16} * 6 = \frac{3}{8}$$

Normalisieren:

$$S = \sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} P_{1,90^\circ}(I_1,I_2) = \frac{3}{8} + 0 + 0 + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$p_{1,90^\circ}(0,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

$$p_{1,90^\circ}(0,3) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * 0 = 0$$

$$p_{1,90^\circ}(3,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * 0 = 0$$

$$p_{1,90^\circ}(3,3) = \frac{1}{\frac{3}{4}} * \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

Energie/Uniformität: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} p_{1,90^\circ}^2(I_1,I_2) = (\frac{1}{2})^2 + 0^2 + 0^2 + (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$

Kontrast: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3}(I_1-I_2)^2 p_{1,90^\circ}(I_1,I_2) = (0^2*\frac{1}{2})+((-3)^2*0)+(3^2*0)+(0^2*\frac{1}{2}) = 0$

Entropie: $-\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} p_{1,90^\circ}(I_1,I_2)*log_2(p_{1,90^\circ}(I_1,I_2)) = -((\frac{1}{2}*log_2(\frac{1}{2})+(0*log_2(0)+(0*log_2(0)+(\frac{1}{2}*log_2(\frac{1}{2}))$

$$= -log_2(\frac{1}{2}) = 1$$

Homogenität/inverse Differenz: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3}\frac{p_{1,90^\circ}(I_1,I_2)}{1+|I_1-I_2|} = \frac{\frac{1}{2}}{1+0}+\frac{0}{1+3}+\frac{0}{1+3}+\frac{\frac{1}{2}}{1+0} = 1$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$P_{0^\circ,1}(0,0) = \frac{1}{16}*(1+1) = \frac{1}{16}*2 = \frac{1}{8}$$

$$P_{0^\circ,1}(0,3) = \frac{1}{16}*(1+1) = \frac{1}{16}*2 = \frac{1}{8}$$

$$P_{0^\circ,1}(3,0) = \frac{1}{16}*(1+1) = \frac{1}{16}*2 = \frac{1}{8}$$

$$P_{0^\circ,1}(3,3) = \frac{1}{16}*(1+1+1+1+1+1) = \frac{1}{16}*6 = \frac{3}{8}$$

Normalisieren:

$$S = \sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} P_{1,0^\circ}(I_1,I_2) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{3}{8} = \frac{3}{4}$$

$$p_{1,0^\circ}(0,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}}*\frac{1}{8} = \frac{1}{6}$$

$$p_{1,0^\circ}(0,3) = \frac{1}{\frac{3}{4}}*\frac{1}{8} = \frac{1}{6}$$

$$p_{1,0^\circ}(3,0) = \frac{1}{\frac{3}{4}}*\frac{1}{8} = \frac{1}{6}$$

$$p_{1,0^\circ}(3,3) = \frac{1}{\frac{3}{4}}*\frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

Energie/Uniformität: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} p^2_{1,0^\circ}(I_1,I_2) = (\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{3}$

Kontrast: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3}(I_1-I_2)^2 p_{1,0^\circ}(I_1,I_2) = (0^2*\frac{1}{6})+((-3)^2*\frac{1}{6})+(3^2*\frac{1}{6})+(0^2*\frac{1}{2}) = 3$

Entropie: $-\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3} p_{1,0^\circ}(I_1,I_2)*log_2(p_{1,0^\circ}(I_1,I_2)) = -((\frac{1}{6}*log_2(\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}*log_2(\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}*log_2(\frac{1}{6})+(\frac{1}{2}*log_2(\frac{1}{2}))$

$$= -(\frac{3}{6}log_2(\frac{1}{6})+\frac{1}{2}log_2(\frac{1}{2}))$$

Homogenität/inverse Differenz: $\sum_{I_1=0}^{3}\sum_{I_2=0}^{3}\frac{p_{1,0^\circ}(I_1,I_2)}{1+|I_1-I_2|} = \frac{\frac{1}{6}}{1+0}+\frac{\frac{1}{6}}{1+3}+\frac{\frac{1}{6}}{1+3}+\frac{\frac{1}{2}}{1+0} = \frac{3}{4}$

Gleiche Werte für $P_{90^\circ,1}(I_1,I_2)$ und $p_{1,90^\circ}(I_1,I_2)$

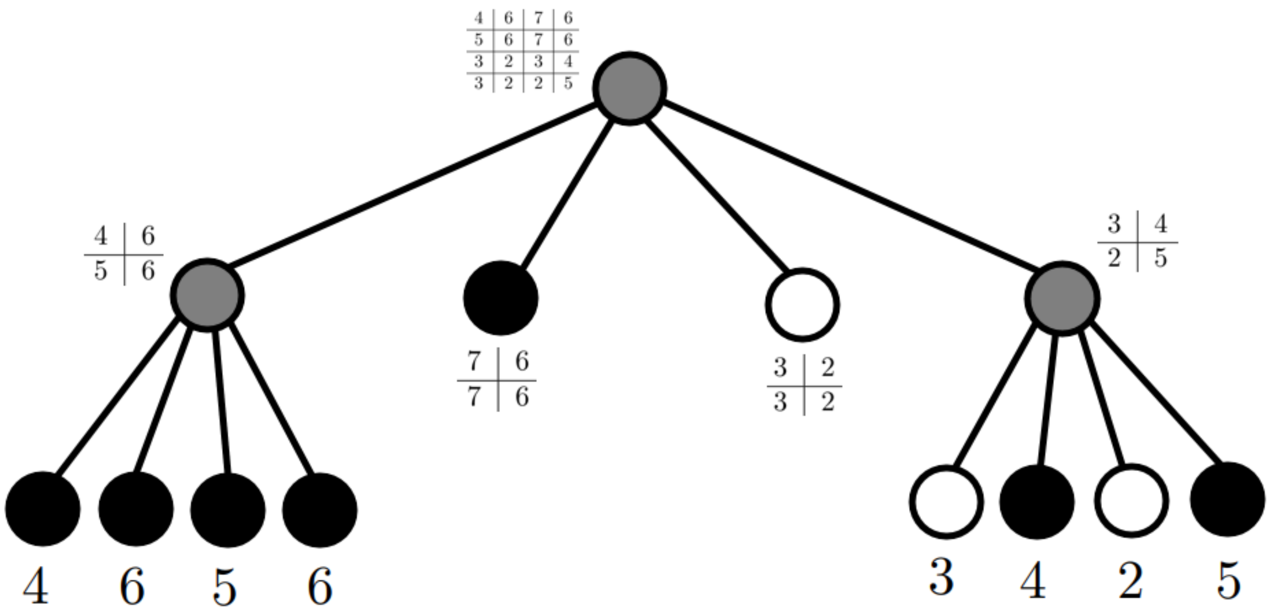
Aufgabe 5 Split and Merge

Wenden Sie den Algorithmus *Split and Merge* auf den folgenden Bildausschnitt an. Ein Segment gilt als homogen, wenn der Intensitätsunterschied im Segment maximal 1 beträgt.

- Für den Split-Schritt ist der vollständige Octree zu zeichnen.
- Für den Merge-Schritt: (1) Zur Steuerung der Reihenfolge bei mehreren Kandidaten: Beginnen Sie damit, im ersten Schritt Segmente mit einem Intensitätsunterschied von $t = 0$ zusammenzufügen. In jedem weiteren Schritt soll t um eins erhöht werden. (2) Geben Sie den vollständigen Regionenadjazenzgraphen mit Regionenknoten und Kanten nach jedem vollständigen Schritt an.

4	6	7	6
5	6	7	6
3	2	3	4
3	2	2	5

Split:



Merge: