

Abgabe - Übungsblatt [10]

Angewandte Mathematik: Numerik

[Felix Lehmann]

[Markus Menke]

28. Januar 2021

Aufgabe 1

Zuerst zeigen wir per Induktion über i , dass $A^i = V \cdot \Lambda^i \cdot V^{-1}$

IV: Die Aussage gelte für ein beliebiges aber festes n .

IA: $n = 1$:

Trivial, die Zerlegung $A = V \cdot \Lambda \cdot V^{-1}$ existiert nach Aufgabenstellung

IS: $n \mapsto n + 1$:

$$A^{n+1} = A^n \cdot A \stackrel{IV}{=} V \cdot \Lambda^n \cdot V^{-1} \cdot A = V \cdot \Lambda^n \cdot V^{-1} \cdot V \cdot \Lambda \cdot V^{-1}$$

$$= V \cdot \Lambda^n \cdot E \cdot \Lambda \cdot V^{-1} = V \cdot \Lambda^{n+1} \cdot V^{-1}$$

Dies galt zu zeigen.

$$\begin{aligned} g(A) &:= \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot A^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot V \cdot \Lambda^n \cdot V^{-1} \\ &= V \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot \Lambda^n \right) \cdot V^{-1} = V \cdot \text{diag}(f(\lambda_1), \dots, f(\lambda_m)) \cdot V^{-1} \end{aligned}$$

Dies galt zu zeigen.

Aufgabe 2

And some more text ...