Abgabe - Übungsblatt [10]

Angewandte Mathematik: Numerik

[Felix Lehmann] [Markus Menke]

28. Januar 2021

Aufgabe 1

Zuerst zeigen wir per Induktion über i, dass $A^i = V \cdot \Lambda^i \cdot V^{-1}$
IV: Die Aussage gelte für ein beliebiges aber festes n.
IA: $n = 1$:
Trivial, die Zerlegung $A = V \cdot \Lambda \cdot V^{-1}$ existiert nach Aufgabenstellung
IS: $n \mapsto n + 1$:
$A^{n+1} = A^n \cdot A \overset{\text{IV}}{=} V \cdot \Lambda^n \cdot V^{-1} \cdot A = V \cdot \Lambda^n \cdot V^{-1} \cdot V \cdot \Lambda \cdot V^{-1}$
$= V \cdot \Lambda^n \cdot E \cdot \Lambda \cdot V^{-1} = V \cdot \Lambda^{n+1} \cdot V^{-1}$
Dies galt zu zeigen.

$g(A) := \sum_{n=0}^{\infty} c_i \cdot A^i = \sum_{n=0}^{\infty} c_i \cdot V \cdot \Lambda^i \cdot V^{-1}$
$= V \cdot (\sum_{n=0}^{\infty} c_i \cdot \Lambda^i) \cdot V^{-1} = V \cdot diag(f(\lambda_1), ..., f(\lambda_m)) \cdot V^{-1}$
Dies galt zu zeigen.

Aufgabe 4

a)

A: folgende Diagonalmatrix $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

A (falls Zeile 7 auskommentiert sein sollte, wie es f) annimmt: Eine bezüglich der Hauptdiagonalen symmetrische 4x4 Matrix

u: ein auf länge 1 normalisierter Vektor mit 4 komponenten

b)

Symmetrie bezüglich der Hauptdiagonalen

c)

$w = (A - m \cdot I_4)^{-1} \cdot u$

d)

e)

Power Iteration. Eigenwert von A.

f)

In Zeile sieben ist nichts auskommentiert. Angenommen Zeile 7 wäre auskommentiert gewesen: 2