

Abgabe - Übungsblatt [7]

Angewandte Mathematik: Numerik

[Felix Lehmann]

[Markus Menke]

7. Januar 2021

Aufgabe 1

a)

exp(x)

$$K_{abs} = |exp(x)|$$

$$K_{rel} = \left| \frac{exp(x) * x}{exp(x)} \right| = |x|$$

Schlecht konditioniert für $x \gg 1$.

ln(x)

$$K_{abs} = \left| \frac{1}{x} \right|$$

$$K_{rel} = \left| \frac{\frac{1}{x} * x}{\ln(x)} \right| = \left| \frac{1}{\ln(x)} \right|$$

Schlecht konditioniert für x nahe 0.

b)

Absolute Konditionszahl

Aufgrund der Kettenregel gilt:

$$K_{abs}(f(g(x))) = |f'(g(x)) * g'(x)| = |f'(g(x))| * |g'(x)| = K_{abs}(f) * K_{abs}(g)$$

Relative Konditionszahl

Wir berechnen beide Konditionszahlen.

$$K_{rel}(f) = \left| \frac{f'(g(x)) * g(x)}{f(g(x))} \right|$$

$$K_{rel}(g) = \left| \frac{g'(x) * x}{g(x)} \right|$$

$$K_{rel}(g) * K_{rel}(f) = \left| \frac{f'(g(x)) * g'(x) * x}{f(g(x))} \right|$$

Hier lässt sich die Kettenregel rückwärts anwenden. $= K_{rel}(f(g))$

Aufgabe 2

a)

Es gibt $2^{53-24} - 1 = 2^{29} - 1 = 536870911$ Zahlen z mit doppelter Genauigkeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zahlen x und y einfacher Genauigkeit.

b)

Die kleinste Natürliche Zahl die sich mit einfacher Genauigkeit nicht ohne Rundungsfehler darstellen lässt ist $2^{24} + 1 = 16777217$ da nur 24 Mantissen Bits zur Verfügung stehen.

Aufgabe 3