

5^a Aula de Exercícios

M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque
 Monitor: Felipe Silva Loschi

Disciplina:	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
Turma:	B - Noturno
Assunto(s):	Média e desvio padrão de variáveis e de funções de variáveis aleatórias
Material adaptado de:	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: _____

Data: _____

Questão 1

No mundo Pokémon, treinadores experientes sabem que conquistar a amizade de um Pokémon não depende só de batalhas e poffins — envolve tempo, cuidado e vínculo verdadeiro.

O tempo necessário X (em anos) para que um Pokémon atinja o **nível máximo de amizade** com seu treinador é modelado por uma **variável aleatória contínua**, cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k(2-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ kx, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Determine: a **média** do tempo necessário para o Pokémon alcançar esse laço inquebrável e o **desvio padrão**, que indica o quanto imprevisível esse processo pode ser entre diferentes espécies.

Resposta: $E[X] = 1$ ano, $\sigma_X \approx 0,6236$ anos

Questão 2

Um determinado aparelho A na academia leva uma quantidade X de minutos para sua execução. Admita que X é uma variável aleatória contínua, de função densidade de probabilidade dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{12k}{x^3}, & 4 \leq x \leq 12 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante k .

Resposta: $k = 3$

- (b) Calcule o tempo médio, a variância e o desvio padrão do tempo de execução da atividade A.

Resposta: $E[X] = 6$ minutos, $\sigma_X^2 = 3,55$ minutos², $\sigma_X = 1,88$ minutos

- (c) Considere que a academia oferece uma pontuação de desempenho Z para o aparelho A, calculada com base no tempo de execução X . A pontuação é dada por $Z = \frac{150}{X} - 5$. Determine o valor médio da pontuação Z .

Resposta: $E[Z] = 22,083$ pontos

Questão 3

Em um centro de pesquisa apícola, cientistas estão estudando a composição do mel produzido por abelhas de uma colmeia experimental. Esse mel resulta da mistura de néctares de duas flores distintas: **Flor A** e **Flor B**. Para uma amostra de mel selecionada aleatoriamente, considere X e Y , respectivamente, as quantidades (em kg) dos néctares A e B presentes na mistura.

Admita que a distribuição conjunta dessas quantidades é dada pela função densidade de probabilidade a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 40(2x + 5y), & 0 \leq x \leq 0,15 \text{ e } 0 \leq y \leq 0,08 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) A quantidade média do néctar da Flor A presente na amostra de mel.

Resposta: $E[X] = 0,0144 \text{ kg}$

- (b) O desvio padrão da quantidade do néctar da Flor A presente na amostra de mel.

Resposta: $\sigma_X = 0,03637 \text{ kg}$