

5ª Aula de Exercícios

M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque

Monitor: Felipe Silva Loschi

Disciplina:	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
Turma:	A - Integral
Assunto(s):	Média de variáveis e de funções de variáveis aleatórias
Material adaptado de:	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: _____

Data: _____

Questão 1

No mundo Pokémon, treinadores experientes sabem que conquistar a amizade de um Pokémon não depende só de batalhas e poffins — envolve tempo, cuidado e vínculo verdadeiro.

O tempo necessário X (em anos) para que um Pokémon atinja o **nível máximo de amizade** com seu treinador é modelado por uma **variável aleatória contínua**, cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2kx, & 0 \leq x \leq 2 \\ k(x-1), & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Determine a **média** do tempo necessário para o Pokémon alcançar esse laço inquebrável.

Resposta: $E[X] = 2,25$ anos

Questão 2

Um determinado aparelho A na academia leva uma quantidade X de minutos para sua execução. Admita que X é uma variável aleatória contínua, de função densidade de probabilidade dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8k}{x^3}, & 5 \leq x \leq 20 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante k .

Resposta: $k = \frac{20}{3}$

- (b) Calcule o tempo médio do tempo de execução da atividade A.

Resposta: $E[X] = 8$ minutos

- (c) Considere que a academia oferece uma pontuação de desempenho Z para o aparelho A, calculada com base no tempo de execução X . A pontuação é dada por $Z = \frac{200}{X} - 10$. Determine o valor médio da pontuação Z .

Resposta: $E[Z] = 18$ pontos

Questão 3

Em um centro de pesquisa apícola, cientistas estão estudando a composição do mel produzido por abelhas de uma colmeia experimental. Esse mel resulta da mistura de néctares de duas flores distintas: **Flor A** e **Flor B**. Para uma amostra de mel selecionada aleatoriamente, considere X e Y , respectivamente, as quantidades (em kg) dos néctares A e B presentes na mistura.

Admita que a distribuição conjunta dessas quantidades é dada pela função de distribuição cumulativa de probabilidade a seguir. Pede-se:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ ou } y < 0 \\ 125 \left(\frac{3}{2}x^2y + xy^2 \right), & 0 \leq x \leq 0,2 \text{ e } 0 \leq y \leq 0,10 \\ 1, & x > 0,2 \text{ e } y > 0,10 \end{cases}$$

- (a) A quantidade média do néctar da Flor A presente na amostra de mel.

Resposta: $E[X] = 125 \text{ g}$

- (b) A quantidade média do néctar da Flor B presente na amostra de mel.

Resposta: $E[Y] = 54,175 \text{ g}$