

## 6ª Aula de Exercícios

### M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque

Monitor: Felipe Silva Loschi

<b>Disciplina:</b>	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
<b>Turma:</b>	B - Noturno
<b>Assunto(s):</b>	Função característica de variável aleatória – cálculo de momentos
<b>Material adaptado de:</b>	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

### Questão 1

O Bob Esponja está estudando o comportamento das águas-vivas na Fenda do Biquíni. Considere as variáveis aleatórias contínuas:

- $X$ : Tempo (em horas) para uma água-viva completar um circuito ao redor do Siri Cascudo no **primeiro dia**
- $Y$ : Tempo (em horas) para a mesma água-viva completar o circuito no **segundo dia**

A função de distribuição cumulativa conjunta é dada por:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} \left(1 - \frac{2}{x^3}\right) \left(1 - \frac{2}{y^2}\right), & x \geq 2 \text{ e } y \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine a função de distribuição cumulativa marginal para o tempo  $X$  no primeiro dia.

**Resposta:**

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{x^3}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (b) Encontre a função densidade de probabilidade para o tempo  $X$  no primeiro dia.

**Resposta:**

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{6}{x^4}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (c) Calcule o tempo médio que uma água-viva leva para completar o circuito no primeiro dia.

**Resposta:**  $E[X] = 0,75$  horas

- (d) Determine a variância e o desvio padrão do tempo  $X$ .

**Resposta:**  $\sigma_X^2 = 2,4375$  horas<sup>2</sup>,  $\sigma_X = 1,56$  horas

## Questão 2

Duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  possuem função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} a \cdot ye^{-2x}, & 0 \leq y \leq 4 \text{ e } x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante  $a$ .

**Resposta:**  $a = \frac{1}{4}$

- (b) A função característica da variável aleatória  $X$ .

**Resposta:**  $\psi_X(j\omega) = \frac{2}{2 - j\omega}$

- (c) Utilizando a função característica, determine o valor médio de  $X$ .

**Resposta:**  $E[X] = \frac{1}{2}$

### Questão 3

Uma variável aleatória contínua  $X$  possui distribuição gaussiana com função característica dada por  $\psi_X(j\omega) = e^{j3\omega - 2\omega^2}$ . Utilizando esta função característica, calcule:

- (a) O valor médio da variável aleatória  $X$ .

**Resposta:**  $E[X] = 3$

- (b) O valor quadrático médio da variável aleatória  $X$ .

**Resposta:**  $E[X^2] = 13$

- (c) A variância e o desvio padrão da variável aleatória  $X$ .

**Resposta:**  $\sigma_X^2 = 4$  e  $\sigma_X = 2$