

6^a Aula de Exercícios

M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque
Monitor: Felipe Silva Loschi

Disciplina:	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
Turma:	
Assunto(s):	Média de funções
Material adaptado de:	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: _____

Data: _____

Questões

Questão 1

As partículas são os principais componentes da poluição do ar em muitos locais. É de interesse o estudo do tamanho das partículas contaminantes. Considere X o raio, em micrometros, de uma partícula escolhida aleatoriamente. A função densidade de probabilidade de X é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^5}, & x \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor médio do raio das partículas.

- (b) Determine variância e o desvio padrão do raio das partículas.
- (c) Admitindo que as partículas são esféricas e que o volume de uma esfera de raio X é dado por $V = \frac{4}{3}\pi X^3$, determine o volume médio das partículas.

Resposta: a) $E[X] = \frac{4}{3} \mu\text{m}$ b) $\sigma_x^2 = \frac{2}{9}$, $\sigma_x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ c) $E[V] = \frac{16\pi}{3} (\mu\text{m})^3$

Questão 2

Ao resolver uma prova, um estudante decide que não irá gastar mais do que 24 minutos para resolver uma questão. Suponha que os tempos gastos em diferentes questões é uma variável aleatória X , cuja função densidade de probabilidade é dada por

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2304} \cdot x \cdot (24 - x) & 0 \leq x \leq 24, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Calcule:

- (a) A probabilidade do estudante resolver uma questão em exatamente 12 minutos.
- (b) A média de tempo que o estudante leva para resolver uma questão. **Resposta:** 12 minutos
- (c) A variância do tempo que o estudante leva para resolver uma questão. **Resposta:** $\sigma_x^2 = \frac{144}{5}$ minutos²
- (d) O desvio padrão do tempo que o estudante leva para resolver uma questão. **Resposta:** $\sigma_x = \frac{12\sqrt{5}}{5}$ minutos