

Material adaptado feito por: Igor Gonçalves de Souza

	10ª Aula de exercícios de M008	Turma: M008 B
M008 – Probabilidade e Processos Estocásticos		
Professor: Renan Sthel Duque		Monitor: Bruno Piva Oliveira
Assunto(s): Cadeias de Markov – matriz de transições e vetor de probabilidade dos estados		
Conteúdo: Enunciado para as questões		
Nome:	Data:	

- 1) Uma máquina pode estar em três estados: operando, estragada ou em manutenção corretiva. Em levantamentos estatísticos anteriormente feitos, verificou-se que, mensalmente, uma máquina, quando colocada em funcionamento, tem probabilidade 0,9 de continuar funcionando e 0,1 de vir a apresentar algum defeito. Uma máquina em manutenção tem probabilidade 0,4 de voltar a operar em um mês e 0,6 de continuar em manutenção. Já uma máquina estragada tem probabilidade 0,8 de entrar em manutenção e 0,2 de continuar estragada aguardando manutenção.

Adote os estados: 0 para a máquina em funcionamento, 1 para a máquina em manutenção e 2 para a máquina estragada. Pede-se:

- (a) Qual a probabilidade de a máquina funcionar por 3 meses seguidos sem apresentar problemas?

Resposta: 76,1%

- (b) Qual a probabilidade de uma máquina permanecer 2 meses em manutenção?

Resposta: 36%

- (c) A longo prazo, qual a probabilidade de uma máquina apresentar defeito?

Resposta: 9, $\overline{09}\%$

- 2) Sociólogos frequentemente admitem que a classe social de gerações sucessivas em uma família pode ser representada por uma cadeia de Markov. Logo, a classe social de um filho só depende da classe social do pai e não depende da classe social do avô.

Considere três classes sociais: baixa, média e alta. Se você é da classe baixa, seu filho tem 70% de probabilidade de ser de classe baixa e 25% de probabilidade de ser de classe média. Se você é de classe média, seu filho tem 60% de probabilidade de ser de classe média e 20% de probabilidade de ser de classe alta. Se você é de classe alta, existe 80% de probabilidade de seu filho ser de classe alta e 15% de probabilidade de ser de classe média.

Atribua os estados 0, 1 e 2 para as classes baixa, média e alta, respectivamente. Pede-se:

- (a) O diagrama de estados desta cadeia de Markov, indicando todas as transições com suas probabilidades e indique a matriz de probabilidade de transições dos estados para uma geração.

- (b) Determine a matriz de probabilidade de transições dos estados de passo 2. Se você é da classe baixa, determine a probabilidade de seu neto ser da classe média.

Resposta: $\begin{bmatrix} 0,5425 & 0,3325 & 0,125 \\ 0,27 & 0,44 & 0,29 \\ 0,105 & 0,2225 & 0,6725 \end{bmatrix}$ e 33,25%

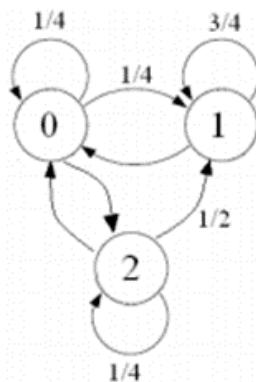
- (c) Se você é da classe média, determine a probabilidade de seu bisneto ser da classe alta.

Resposta: 33,35%

- (d) Após vários séculos, qual a probabilidade de alguém da sua família ser de cada uma das classes?

Resposta: $p = [0,28169 \ 0,32394 \ 0,39437]$

- 3) Para a cadeia de Markov a seguir, pede-se:



- (a) Qual a probabilidade de ocorrência de uma transição do estado 1 para o estado 0 após 2 passos?

Resposta: 25%

- (b) Obtenha a matriz de probabilidades de transições em regime permanente para esta cadeia.

Resposta: $[0,25 \ 0,5833 \ 0,1667]$