Material adaptado feito por: Igor Gonçalves de Souza

	6ª Aula de exercícios de M008	**Turma:** M008 B
	M008 – Probabilidade e Processos Estocásticos	
Professor: Renan Sthel Duque	**Monitor:** Bruno Piva Oliveira	
Assunto(s): Função característica de variável aleatória – cálculo de momentos		
Conteúdo: Enunciado para as questões		
Nome:		**Data:**

1) Um importante fator no combustível sólido de um míssil é a distribuição do tamanho de partículas. Problemas significativos podem ocorrer se o tamanho das partículas for muito grande. Admita que o combustível é produzido por duas empresas diferentes. As variáveis aleatórias contínuas X e Y representam o tamanho das partículas (em micrometros) dos combustíveis produzidos pela primeira e pela segunda empresa, respectivamente. De dados obtidos no passado, foi determinado que a função de distribuição cumulativa conjunta de X e Y é caracterizada pela função a seguir. Pede-se:

$$F_{XY}(x,y) = \begin{cases} \left(1 - {}^{1}/_{x^3}\right)\left(1 - {}^{1}/_{y^4}\right), & x \geq 1 \\ & y \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) A função de distribuição cumulativa do tamanho das partículas X do combustível produzido pela primeira empresa.

Resposta:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - {}^{1}/_{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(b) A função densidade de probabilidade do tamanho das partículas X do combustível produzido pela primeira empresa.

Resposta:

$$f_X(x) = \begin{cases} {}^{3}/_{x^4}, & x \geq 1 \\ 0, \text{caso contrário} \end{cases}$$

(c) O valor médio do tamanho das partículas X do combustível produzido pela primeira empresa.

Resposta: $E[X] = \frac{3}{2}\ \mu m = 1,5\ \mu m$

(d) O desvio padrão e a variância do tamanho das partículas X do combustível produzido pela primeira empresa.

Resposta: $\sigma_X = \frac{\sqrt{3}}{2}\ \mu m = 0,866\ \mu m$

$\sigma_X^2 = \frac{3}{4}\ \mu m = 0,75\ \mu m$

2) Duas variáveis aleatórias *X* e *Y* possuem função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} a \cdot y e^{-2x}, & \begin{matrix} 0 \le y \le 4 \\ x \ge 0 \end{matrix} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Determine o valor da constante *a*.

Resposta: $a = \frac{1}{4}$

(b) A função característica da variável aleatória *X*.

Resposta: $\psi_X(j\omega) = \frac{2}{2-j\omega}$

(c) Utilizando a função característica, determine o valor médio de *X*.

Resposta: $E[X] = \frac{1}{2}$

---

3) Uma variável aleatória contínua *X* possui distribuição gaussiana com função característica dada por $\psi_X(j\omega) = e^{j3\omega - 2\omega^2}$. Utilizando esta função característica, calcule:

(a) O valor médio da variável aleatória *X*.

Resposta: $E[X] = 3$

(b) O valor quadrático médio da variável aleatória *X*.

Resposta: $E\left[X^2\right] = 13$

(c) A variância e o desvio padrão da variável aleatória *X*.

Resposta: $\sigma_X^2 = 4$ e $\sigma_X = 2$