

6^a Aula de Exercícios

M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque
Monitor: Felipe Silva Loschi

Disciplina:	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
Turma:	A- Integral
Assunto(s):	Função característica de variável aleatória – cálculo de momentos
Material adaptado de:	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: _____

Data: _____

Questão 1

O Bob Esponja está estudando o comportamento das águas-vivas na Fenda do Biquíni. Considere as variáveis aleatórias contínuas:

- X : Tempo (em horas) para uma água-viva completar um circuito ao redor do Siri Cascudo no **primeiro dia**
- Y : Tempo (em horas) para a mesma água-viva completar o circuito no **segundo dia**

A função de distribuição cumulativa conjunta é dada por:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} \left(1 - \frac{2}{x^3}\right) \left(1 - \frac{2}{y^2}\right), & x \geq 2 \text{ e } y \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine a função de distribuição cumulativa marginal para o tempo X no primeiro dia.

Resposta:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{x^3}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (b) Encontre a função densidade de probabilidade para o tempo X no primeiro dia.

Resposta:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{6}{x^4}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (c) Calcule o tempo médio que uma água-viva leva para completar o circuito no primeiro dia.

Resposta: $E[X] = 0,75$ horas

- (d) Determine a variância e o desvio padrão do tempo X .

Resposta: $\sigma_X^2 = 2,4375$ horas², $\sigma_X = 1,56$ horas

Questão 2

Duas variáveis aleatórias X e Y possuem função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} a \cdot ye^{-2x}, & 0 \leq y \leq 4 \text{ e } x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante a .

Resposta: $a = \frac{1}{4}$

- (b) A função característica da variável aleatória X .

Resposta: $\psi_X(j\omega) = \frac{2}{2 - j\omega}$

- (c) Utilizando a função característica, determine o valor médio de X .

Resposta: $E[X] = \frac{1}{2}$

Questão 3

Uma variável aleatória contínua X possui distribuição gaussiana com função característica dada por $\psi_X(j\omega) = e^{j3\omega - 2\omega^2}$. Utilizando esta função característica, calcule:

- (a) O valor médio da variável aleatória X .

Resposta: $E[X] = 3$

- (b) O valor quadrático médio da variável aleatória X .

Resposta: $E[X^2] = 13$

- (c) A variância e o desvio padrão da variável aleatória X .

Resposta: $\sigma_X^2 = 4$ e $\sigma_X = 2$