

Material adaptado feito por: Igor Gonçalves de Souza

	4ª Aula de exercícios de M008	Turma: M008 B
	M008 – Probabilidade e Processos Estocásticos	
Professor: Renan Stihel Duque		Monitor: Bruno Piva Oliveira
Assunto(s): Variáveis bidimensionais		
Conteúdo: Enunciado para as questões		

- 1) Considere que as variáveis aleatórias X e Y tenham função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{k}(2x + y), & 2 \leq x \leq 6 \\ & 0 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante k .

Resposta: $k = 210$

- (b) As funções densidade de probabilidade marginais de X e Y .

Resposta:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4x+5}{84}, & 2 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2y+16}{105}, & 0 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (c) As funções de distribuição cumulativa marginais de X e Y .

Resposta:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{2x^2+5x-18}{84}, & 2 \leq x \leq 6 \\ 1, & x \geq 6 \end{cases} \quad F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ \frac{y^2+16y}{105}, & 0 \leq y \leq 5 \\ 1, & y \geq 5 \end{cases}$$

- (d) A função de distribuição cumulativa conjunta de X e Y .

Resposta:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, y \leq 0 \\ \frac{2x^2y - 2y^2 - 8y + xy^2}{420}, & 2 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 5 \\ 1, & x \geq 6, y \geq 5 \end{cases}$$

- (e) Verifique se X e Y são independentes e **justifique**.

- (f) Calcule $P[3 < X < 5, Y > 4]$.

Resposta: $P[3 < X < 5, Y > 4] = \frac{5}{42}$

- (g) Calcule $P[X > 5]$.

Resposta: $P[X > 5] = \frac{9}{28}$

- (h) Calcule $P[X + Y < 8]$.

Resposta: $P[X + Y < 8] = \frac{7}{10}$