

4ª Aula de Exercícios

M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque

Monitor: Felipe Silva Loschi

Disciplina:	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
Turma:	A - Integral
Assunto(s):	Variáveis bidimensionais
Material adaptado de:	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: _____

Data: _____

Questão 1

Considere que as variáveis aleatórias X e Y tenham função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k(x + 3y), & 0 \leq x \leq 4 \text{ e } 1 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante k .

Resposta: $k = \frac{1}{176}$

- (b) As funções densidade de probabilidade marginais de X e Y .

Resposta:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x+9}{44}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3y+2}{44}, & 1 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(c) As funções de distribuição cumulativa marginais de X e Y .

Resposta:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + 18x}{88}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 1 \\ \frac{3y^2 + 4y - 7}{88}, & 1 \leq y \leq 5 \\ 1, & y \geq 5 \end{cases}$$

(d) A função de distribuição cumulativa conjunta de X e Y .

Resposta:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ ou } y \leq 1 \\ \frac{x^2(y-1) + 3x(y^2-1)}{352}, & 0 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 5 \\ 1, & x \geq 4 \text{ e } y \geq 5 \end{cases}$$

(e) Verifique se X e Y são independentes e justifique.

(f) Calcule $P[2 < X < 4, Y > 3]$.

Resposta: $P[2 < X < 4, Y > 3] = \frac{15}{44}$

(g) Calcule $P[X > 3]$.

Resposta: $P[X > 3] = \frac{25}{44}$

(h) Calcule $P[X + Y < 7]$

Resposta: $P[X + Y < 7] = \frac{215}{264}$