

6ª Aula de Exercícios

M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque

Monitor: Felipe Silva Loschi

Disciplina:	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
Turma:	B - Noturno
Assunto(s):	Média, variância e desvio padrão
Material adaptado de:	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

Nome: _____

Data: _____

Questão 1

O Bob Esponja está estudando o comportamento das águas-vivas na Fenda do Biquíni. Considere as variáveis aleatórias contínuas:

- X : Tempo (em horas) para uma água-viva completar um circuito ao redor do Siri Cascudo no **primeiro dia**
- Y : Tempo (em horas) para a mesma água-viva completar o circuito no **segundo dia**

A função de distribuição cumulativa conjunta é dada por:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} \left(1 - \frac{2}{x^3}\right) \left(1 - \frac{2}{y^2}\right), & x \geq 2 \text{ e } y \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine a função de distribuição cumulativa marginal para o tempo X no primeiro dia.

Resposta:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{x^3}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (b) Encontre a função densidade de probabilidade para o tempo X no primeiro dia.

Resposta:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{6}{x^4}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (c) Calcule o tempo médio que uma água-viva leva para completar o circuito no primeiro dia.

Resposta: $E[X] = 0,75$ horas

- (d) Determine a variância e o desvio padrão do tempo X .

Resposta: $\sigma_X^2 = 2,4375$ horas², $\sigma_X = 1,56$ horas

Questão 2

Uma fábrica de componentes computadores monitora dois aspectos do processo de fabricação de chips eminocando-a. A variável aleatória contínua X representa a espessura (em nanômetros) de uma camada depositada durante o processo e a variável aleatória contínua Y representa o tempo de refeitamento de um lote de chips em minutos necessário entre dois estágios da fabricação. A função densidade de probabilidade conjunta dessas variáveis é dada por:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c(8 - x - y), & 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Pede-se:

- (a) O valor da constante c .

Resposta: $c = \frac{1}{64}$

- (b) A probabilidade do tempo de refeitamento de um lote de chips ser de 1 minuto.

- (c) Utilizando a f.d.p., a probabilidade do tempo de refeitamento de um lote de chips ser de pelo menos 3 minutos.

Resposta: 0,15625

- (d) O valor médio do tempo de refritamento de um lote de chips.

Resposta: $E[y] = 1,67 \text{ min}$

- (e) A variância do tempo de refritamento de um lote de chips.

Resposta: $\sigma_X^2 = 1,22 \text{ min}^2$

- (f) O desvio padrão do tempo de refritamento de um lote de chips.

Resposta: $\sigma_X = 1,1 \text{ min}$