

## 4<sup>a</sup> Aula de Exercícios

### M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque  
 Monitor: Felipe Silva Loschi

<b>Disciplina:</b>	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
<b>Turma:</b>	B - Noturno
<b>Assunto(s):</b>	Variáveis bidimensionais
<b>Material adaptado de:</b>	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_\_\_\_

### Questão 1

Considere que as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  tenham função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k(3x + y), & 1 \leq x \leq 5 \text{ e } 0 \leq y \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante  $k$ .

**Resposta:**  $k = \frac{1}{126}$

- (b) As funções densidade de probabilidade marginais de  $X$  e  $Y$ .

**Resposta:**

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{28}, & 1 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2y+18}{63}, & 0 \leq y \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(c) As funções de distribuição cumulativa marginais de  $X$  e  $Y$ .

**Resposta:**

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2+x-2}{28}, & 1 \leq x \leq 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ \frac{y^2+18y}{63}, & 0 \leq y \leq 3 \\ 1, & y \geq 3 \end{cases}$$

(d) A função de distribuição cumulativa conjunta de  $X$  e  $Y$ .

**Resposta:**

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \text{ ou } y \leq 0 \\ \frac{3y(x^2-1)+y^2(x-1)}{252}, & 1 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 3 \\ 1, & x \geq 5 \text{ e } y \geq 3 \end{cases}$$

(e) Verifique se  $X$  e  $Y$  são independentes e justifique.

(f) Calcule  $P[X > 4, 2 < Y < 3]$ .

**Resposta:**  $P[X > 4, 2 < Y < 3] = \frac{8}{63}$

(g) Calcule  $P[X > 3]$ .

**Resposta:**  $P[X > 3] = \frac{9}{14}$

(h) Calcule  $P[X + Y < 6]$

**Resposta:**  $P[X + Y < 6] = \frac{143}{189}$