

Material adaptado feito por: Igor Gonçalves de Souza

	<b>4ª Aula de exercícios de M008</b>	<b>Turma: M008 B</b>
<b>M008 – Probabilidade e Processos Estocásticos</b>		
<b>Professor:</b> Renan Sthel Duque		<b>Monitor:</b> Bruno Piva Oliveira
<b>Assunto(s):</b> Variáveis bidimensionais		
<b>Conteúdo:</b> Enunciado para as questões		

- 1) Considere que as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  tenham função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{k}(2x + y), & 2 \leq x \leq 6 \\ 0, & 0 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante  $k$ .

**Resposta:**  $k = 210$

- (b) As funções densidade de probabilidade marginais de  $X$  e  $Y$ .

**Resposta:**

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4x+5}{84}, & 2 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2y+16}{105}, & 0 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (c) As funções de distribuição cumulativa marginais de  $X$  e  $Y$ .

**Resposta:**

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{2x^2+5x-18}{84}, & 2 \leq x \leq 6 \\ 1, & x \geq 6 \end{cases} \quad F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ \frac{y^2+16y}{105}, & 0 \leq y \leq 5 \\ 1, & y \geq 5 \end{cases}$$

- (d) A função de distribuição cumulativa conjunta de  $X$  e  $Y$ .

**Resposta:**

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, y \leq 0 \\ \frac{2x^2y - 2y^2 - 8y + xy^2}{420}, & 2 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 5 \\ 1, & x \geq 6, y \geq 5 \end{cases}$$

- (e) Verifique se  $X$  e  $Y$  são independentes e **justifique**.

- (f) Calcule  $P[3 < X < 5, Y > 4]$ .

**Resposta:**  $P[3 < X < 5, Y > 4] = \frac{5}{42}$

- (g) Calcule  $P[X > 5]$ .

**Resposta:**  $P[X > 5] = \frac{9}{28}$

- (h) Calcule  $P[X + Y < 8]$ .

**Resposta:**  $P[X + Y < 8] = \frac{7}{10}$