

## 5<sup>a</sup> Aula de Exercícios

### M008 - Probabilidade e Processos Estocásticos

Professor: Renan Sthel Duque  
 Monitor: Felipe Silva Loschi

<b>Disciplina:</b>	M008, M08 e M11 – Probabilidade e Processos Estocásticos
<b>Turma:</b>	A - Integral
<b>Assunto(s):</b>	Média e desvio padrão de variáveis e de funções de variáveis aleatórias
<b>Material adaptado de:</b>	Igor Gonçalves de Souza e Bruno Piva Oliveira

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_\_\_\_

### Questão 1

No mundo Pokémon, treinadores experientes sabem que conquistar a amizade de um Pokémon não depende só de batalhas e poffins — envolve tempo, cuidado e vínculo verdadeiro.

O tempo necessário  $X$  (em anos) para que um Pokémon atinja o **nível máximo de amizade** com seu treinador é modelado por uma **variável aleatória contínua**, cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2kx, & 0 \leq x \leq 2 \\ k(x-1), & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Determine a **média** do tempo necessário para o Pokémon alcançar esse laço inquebrável e calcule o **desvio padrão**, que indica o quanto imprevisível esse processo pode ser entre diferentes espécies e personalidades.

**Resposta:**  $E[X] = 2,25$  anos,  $\sigma_X = 1,0508$  anos

## Questão 2

Um determinado aparelho A na academia leva uma quantidade  $X$  de minutos para sua execução. Admita que  $X$  é uma variável aleatória contínua, de função densidade de probabilidade dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8k}{x^3}, & 5 \leq x \leq 20 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante  $k$ .

**Resposta:**  $k = \frac{20}{3}$

- (b) Calcule o tempo médio, a variância e o desvio padrão do tempo de execução da atividade A.

**Resposta:**  $E[X] = 8$  minutos,  $\sigma_X^2 = 9,9357$  minutos<sup>2</sup>,  $\sigma_X = 3,1521$  minutos

- (c) Considere que a academia oferece uma pontuação de desempenho  $Z$  para o aparelho A, calculada com base no tempo de execução  $X$ . A pontuação é dada por  $Z = \frac{200}{X} - 10$ . Determine o valor médio da pontuação  $Z$ .

**Resposta:**  $E[Z] = 18$  pontos

## Questão 3

Em um centro de pesquisa apícola, cientistas estão estudando a composição do mel produzido por abelhas de uma colmeia experimental. Esse mel resulta da mistura de néctares de duas flores distintas: **Flor A** e **Flor B**. Para uma amostra de mel selecionada aleatoriamente, considere  $X$  e  $Y$ , respectivamente, as quantidades (em kg) dos néctares A e B presentes na mistura.

Admita que a distribuição conjunta dessas quantidades é dada pela função densidade de probabilidade a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 50(3x + 2y), & 0 \leq x \leq 0,2 \text{ e } 0 \leq y \leq 0,10 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) A quantidade média do néctar da Flor A presente na amostra de mel.

**Resposta:**  $E[X] = 0,05$  kg

- (b) O desvio padrão da quantidade do néctar da Flor A presente na amostra de mel.

**Resposta:**  $\sigma_X = 0,0695$  kg