

# Compton-Effekt

Ch. Egerland<sup>1,\*</sup>, M. Pfeifer<sup>1,†</sup>

<sup>1</sup>Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik  
(Versuchsdatum: 13.06.2017)

Gegenstand des Versuches ist die Untersuchung der Compton-Streuung von <sup>137</sup>Cs-Photonen an einem Aluminium-Streutarget. Dazu werden die Spektren von drei Gammastrahlern (<sup>133</sup>Ba, <sup>22</sup>Na, <sup>137</sup>Cs), sowie das Hintergrundrauschen mithilfe eines Szintillator-basierten Detektors aufgenommen. Die Spektren werden analysiert und aus den Messdaten wird das Auflösungsvermögen der Apparatur bestimmt. Außerdem erfolgt eine Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes für <sup>137</sup>Cs.

## I. ZUR THEORIE DES COMPTON-EFFEKTES

Der Compton-Effekt ist ein Phänomen, welches bei der Streuung von Photonen an Teilchen beobachtet wird. Hierbei gibt das Photon einen Teil seiner Energie an das ruhende Teilchen ab, wodurch die Wellenlänge des Photons steigt und das Teilchen sich bewegt. Dieser Mechanismus ist in Abbildung Abb. 1 veranschaulicht. Die Energie des gestreuten  $\gamma$ -Quants ist gegeben durch:

$$E^* = \frac{E_0}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)} \quad (1)$$

Hierbei ist  $\theta$  der Streuwinkel und  $\gamma = E_0/mc^2$  das Verhältnis der Energie des eintreffenden Photons zur Ruheenergie des Elektrons. Man sieht, dass dieser Effekt sich erst für hohe Photonenergien (also  $\gamma \gg 1$ ) bemerkbar macht.

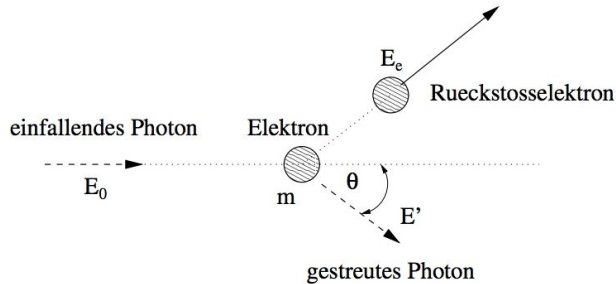


Abbildung 1. Kinematik des Compton-Effekts aus [1].

Der korrekte differentielle Wirkungsquerschnitt, der die Winkelverteilung des Compton-Effektes beschreibt, ist durch die Klein-Nishina-Formel gegeben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{E^*}{E_0} \right)^2 \left( \frac{E_0}{E^*} + \frac{E^*}{E_0} - \sin^2\theta \right) \quad (2)$$

\* Email: egerlanc@physik.hu-berlin.de

† Email: max.pfeifer@physik.hu-berlin.de

Aus dieser Formel folgt, dass es eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie gibt, d.h. es werden mehr Photonen in die Vorwärtsrichtung, als in die Rückwärtsrichtung gestreut.

## II. EXPERIMENT

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung Abb. 6 gezeigt. Die Photonen treten aus der Strahlungsquelle (Daten in Tabelle Tabelle I) in den Kollimator welcher dafür sorgt, dass die Photonen aus nahezu 0 Grad kommen. Das Aluminium- Streutarget ist herausnehmbar.

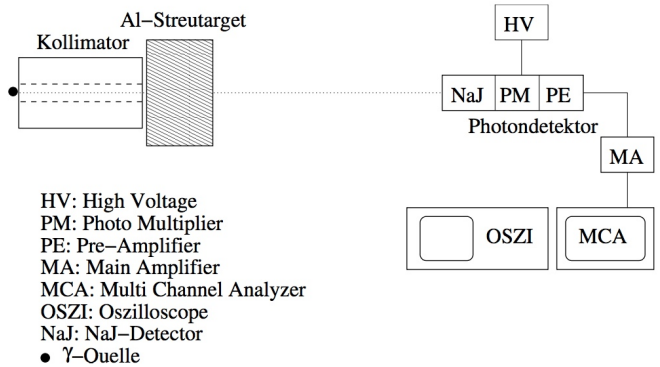


Abbildung 2. Versuchsaufbau aus [1].

Die Photonen treffen auf den Detektor, der in unserem Fall aus einem mit Thallium dotierten NaI-Szintillator besteht. Ein eintreffendes Photon erzeugt im NaI-Kristall ein Elektron-Loch-Paar welches sich zum Aktivatorzentrum (Thallium) bewegt und dieses anregt. Durch Emission von Licht kehrt das Thallium nun wieder in seinen Grundzustand zurück. Die aus dem Detektor gelösten Photonen werden nun im Photomultiplier verstärkt. Hierbei trifft ein Photon auf den Photomultiplier und löst durch den Photoeffekt ein Elektron, welches im weiteren Verlauf weitere Elektronen aus den Dynoden heraus schlägt (die sogenannten Sekundärelektronen). Somit entsteht eine Spannung, welche wir als proportional zur Energie der am Szintillator eintreffenden Photonen betrachten können. Diese Spannung wird durch zwei OP Amplifier verstärkt und gelangt nun in den Multi

Präparat	$\gamma$ -Energie in MeV	Aktivität (kBq)	Halbwertszeit
$^{133}\text{Ba}$	0.356	397	10.54a
$^{22}\text{Na}$	0.511	374	2.603a
$^{137}\text{Cs}$	0.662	371	30.17a

Tabelle I. Daten der Photonenquellen ermittelt am 01.11.1996 mit einem Fehler von 4%.

Channel Analyzer, welcher dafür sorgt, dass die einfallenden Impulse mit verschiedener Amplitude entsprechend diese einem Kanal zugeordnet werden. Diese Kanäle können wir am PC auslesen und in einem Histogramm darstellen, wir sehen also ein Diagramm, dass uns die Counts in den jeweiligen Kanälen zeigt. Daraus lässt sich mithilfe einer Kalibrationskurve, die den Kanälen eine Energie zuordnet, das Energiespektrum bestimmen.

Zunächst ist es aus gesundheitlichen Erwägungen erforderlich, die Äquivalentdosis zu bestimmen, der man während des Versuches ausgesetzt ist. Hierfür wird eine Experimentierdauer von 12 Stunden und eine vollständige Absorption der Probenstrahlung angenommen. Die Äquivalentdosis  $H$  ist im Falle von Photonen gleich der Dosis  $D$  [2]. Die Dosisleistung ist definiert als

$$\dot{D} = \frac{E_\gamma \cdot A}{m} \quad (3)$$

mit der bestrahlten Masse  $m$ , der Aktivität  $A$  der Photonenquelle und der Photonenenergie  $E_\gamma$ , wobei die Aktivität ein zeitlich exponentiell abfallendes Verhalten zeigt:

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{t_{1/2}} \cdot \ln(2)\right) \quad (4)$$

Dabei bezeichnet  $A_0$  die Aktivität der Quelle am 01.11.1996 (s. Tabelle 1). Durch Integration der Dosisleistungen über die Zeit und Aufsummieren der Dosisbeiträge der drei Proben gelangt man unter Annahme einer bestrahlten Masse von  $m \approx 75\text{kg}$  zu einer maximalen Äquivalentdosis von  $17,5 \mu\text{Sv}$  (s. Anhang A1-A2). Das entspricht einem Zuwachs der durchschnittlichen jährlichen Strahlungsbelastung ( $\approx 2,1 \text{ mSv}$  [3]) um 0,8%.

Da das Signal des Szintillators einen Vor- und Hauptverstärker durchläuft, ist die Messung einer Totzeit unterworfen. Das Messprogramm (MAESTRO) quantifiziert diese Totzeit bereits und liefert Werte in der Größenordnung von  $3 \mu\text{s}$  bis  $17 \mu\text{s}$ . Eine grafische, softwareunabhängige Abschätzung mit dem Oszilloskop ergibt ähnliche Totzeiten in der Größenordnung von  $8 \mu\text{s}$ . Die Zeit, die der Detektor zur Messung eines Ereignisses benötigt, beträgt mit  $6 \text{ ms}$  drei Größenordnungen mehr als die Totzeit, womit diese vernachlässigt werden kann.

### III. DATEN UND ANALYSE

#### III.1. Spektren

Die ohne Streutarget aufgenommen Spektren der Gammastrahler sind in ???: dargestellt. Da das Messprogramm die Ereignisse verschiedenen Kanälen (2048 Kanäle) zuordnet, werden diese mithilfe einer Kalibrationskurve  $K(E)$  in Energien umgesetzt. Dazu wurden die charakteristischen Peaks der Spektren mit MATLAB einem Gauß-Fit unterzogen, der die genauen Peakpositionen einschließlich deren Unsicherheit liefert. Aufgrund der unterschiedlichen Messzeiten der Spektren (insb. Rauschen) und zwecks Vergleich wurden die Funktionswerte der Energiespektren (Ereignisse) auf die jeweiligen Offenzeiten normiert. Außerdem wurde das (normierte) Rauschsignal von allen Spektren abgezogen, sodass diese bereits korrigiert sind.

Die Fits liefern folgende Parameter:

Spektrum	Peak-Position (Kanal)	Gaußbreite $\sigma$ (keV)
$^{133}\text{Ba}$	$265,7 \pm 0,5$	91
$^{22}\text{Na}$	$397,52 \pm 0,28$ [4]	14 [4]
$^{137}\text{Cs}$	$523,0 \pm 0,30$	99

Tabelle II. Peakbreiten der Gauß-Fits

Wie in Abb. 8 zu erkennen, zeigt die Messung des  $^{22}\text{Na}$  kein ausgeprägtes, charakteristisches Maximum. Hier liegt schlicht ein Experimentierfehler vor. Da Natrium eine geringe Aktivität hat, sollte die Probe sinnvollerweise näher an den Detektor gerückt werden, da sonst in kurzer Zeit zu wenig Ereignisse stattfinden. Dies wurde leider nicht berücksichtigt. Daher wird zur Erstellung der Kalibrationskurve der in Tabelle II angegebene Messwert verwendet:

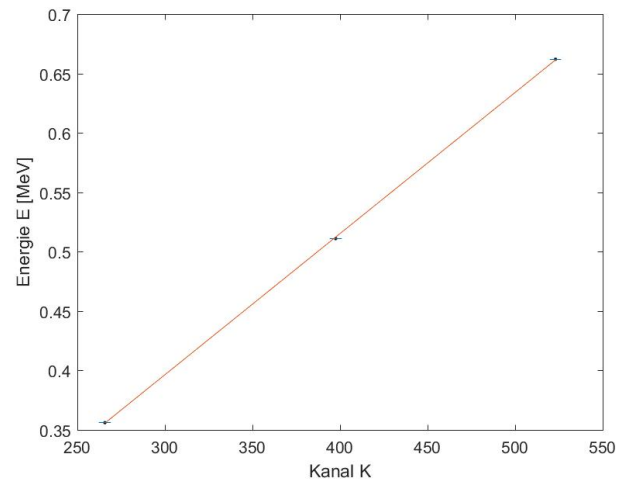


Abbildung 3. lineare Eichkurve  $E(K)$  des Messsystems

### III.2. Auflösung

Aus den Halbwertsbreiten  $\text{FWHM} = 2.35\sigma(E)$  lässt sich nun die Auflösungsfunktion aufstellen:

$$A(E) = \frac{\sigma(E)}{E}$$

Da die Energiewerte, genau wie die Anzahl der Ereignisse, unabhängig voneinander auftreten und beide Größen proportional zueinander sind, folgt, dass für die Gaußbreite der Energiewerte  $\sigma(E) \propto \sqrt{E}$  gilt. Die Auflösung wird mit zunehmender Energie also immer besser, genauer:

$$A(E) \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$$

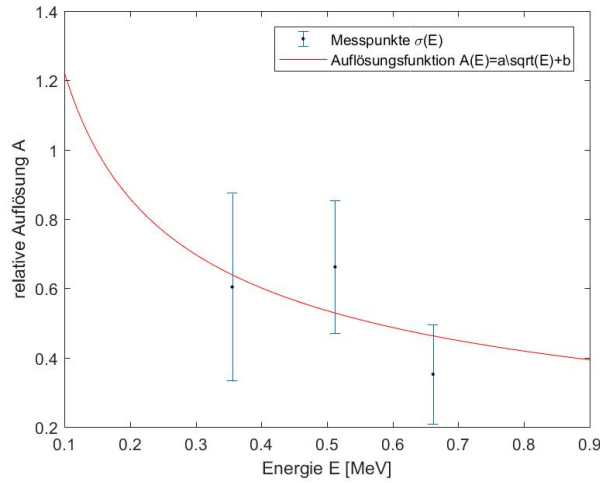


Abbildung 4. relative Auflösung des Detektors in Abhängigkeit von der Photonenenergie

Der Fit ergibt folgende Auflösungen für die verschiedenen Präparate (Parameter  $a \approx 0.39$ ,  $b \approx -0.02$ ):

$$\begin{aligned} A_{Ba} &= 0,64 \\ A_{Cs} &= 0,46 \\ A_{Na} &= 0,53 \end{aligned} \quad (5)$$

Das Energiespektrum von  $^{137}\text{Cs}$  ist in Abb. 5 (Anhang) unkorrigiert und um das Rauschsignal korrigiert dargestellt. Drei Abschnitte sind qualitativ eindeutig einzuordnen: Der Gaußpeak bei 0,66 MeV ist der Photopeak. Hier gibt das beim Zerfall  $^{137}\text{Cs} \rightarrow ^{137}\text{Ba}^* \rightarrow ^{137}\text{Ba} + \gamma$  entstehende Photon seine gesamte Energie unter Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares an den NaI-Kristall ab. Findet Comptonstreuung statt, erfährt das Photon nach Gleichung (1) eine maximale energetische Abschwächung

bei  $\theta = \pi$  auf  $E_{\gamma, \min} = E^* = 0,18$  MeV. Das Elektron erhält die Differenzenergie von

$$E_e = 0,66 \text{ MeV} - 0,18 \text{ MeV} = 0,48 \text{ MeV}$$

die es dann im Szintillator abgibt. Diese maximale Elektronenenergie bezeichnet man als Compton-Kante, deren theoretische Lage in guter Übereinstimmung mit Abb. 5 ist. Events, die unterhalb von 480 keV registriert sind, entstammen ebenfalls der Compton-Streuung an Elektronen bei kleineren Ablenkwinkeln. Das sog. Compton-Kontinuum ist in der Abb. gut erkennbar. Auffällig sind außerdem die Counts im Bereich zwischen 0.1 MeV und 0.3 MeV. Der Peak bei 0.2 MeV wird durch Photonen verursacht, die bei  $\theta = \pi$  außerhalb des Detektors gestreut wurden und dann ihre Energie im Szintillator deponieren. Erfährt das Photon Mehrfachstreuung, desto weniger Energie wird im Szintillator registriert, womit sich die Ereignisse zwischen 0.1 MeV und 0.2 MeV erklären lassen (je mehr Wechselwirkungen, desto geringer die Wahrscheinlichkeit den Detektor zu treffen  $\rightarrow$  Abnahme der Counts).

Wäre die Gaußbreite  $\sigma(E) = 0$  würde der Photopeak wie in Abb. 7 (Anhang) einer Deltafunktion entsprechen. Die natürliche Linienbreite lässt sich mithilfe der Heisenberg'schen Unschärferelation berechnen:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Wird  $t$  durch die Lebensdauer  $t_{Ba} = 2,5$  min [1] des angeregten Zustands von  $^{137}\text{Ba}$  angenähert gelangt man zu einer natürlichen Linienbreite von

$$\Delta E = 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ eV} \quad (6)$$

wodurch eine maximale Auflösung von

$$\frac{\Delta E}{E} = 3,3 \cdot 10^{-14} \text{ eV} \quad (7)$$

erreichbar wäre. Verglichen mit der erreichten Auflösung in der Größenordnung von  $10^{-1}$  ist die nur durch die natürliche Linienbreite bedingte Auflösung verschwindend klein. Ein weiterer Einfluss, der zu einer Linienverbreiterung führt ist, dass die Elektronen im Atom bereits eine kinetische Energie besitzen. Dieser Störfaktor lässt sich quantifizieren, indem die durchschnittliche kinetische Energie eines Elektrons in einem Atom mit Kernladungszahl  $Z$  berechnet wird:

$$\begin{aligned} BF_C = F_{rad} &\iff E_{e, \text{kin}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Z \cdot e^2}{r} \\ E_{e, \text{kin}} &= \Delta E = 73,5 \text{ eV} \end{aligned}$$

Dabei wurde der Abstand  $r$  des Elektrons vom Kern als der Bohr'sche Radius  $a_0 \approx 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  genähert und eine Kernladungszahl  $Z = 54$  des als Spurenelement in der Luft vorkommenden Xenon-Kerns (möglichst hohe Kernladungszahl) angenommen. Diese Korrektur ist im

Vergleich zur natürlichen Linienbreite wesentlich größer, jedoch resultiert daraus maximale Auflösung von

$$\frac{\Delta E}{E} = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ eV} \tag{8}$$

welche ebenfalls vernachlässigbar klein gegen die berechnete Auflösung Gleichung (5) ist. Offenbar haben der statistische Fehler und die zeitliche Auflösung des Detektorsystems den größten Einfluss auf die Linienbreite.

### III.3. Wirkungsquerschnitt

Test

### IV. SCHLUSSFOLGERUNG

Schlussfolgerung, sollten wir mal was von nem Buch oder so entnehmen nutzen wir:

Ein Zitat mit Referenz auf das Buch[? ]

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nam id facilisis ligula, a ultrices nibh. Nullam suscipit tellus nec mauris fermentum, ornare luctus neque tincidunt. Aenean commodo tincidunt varius. Phasellus faucibus metus non erat consectetur bibendum. Duis et luctus risus, at egestas justo. Nunc eleifend lacus ac laoreet scelerisque. Aenean cursus dignissim magna in ultrices. In eget nisl quis nisi.

---

[1] O.Epler, U. Schwanke, Compton-Effekt (Versuchsskript), [2007]  
 [2] H.Krieger, Grundlagen der Strahlungsphysik und des Strahlenschutzes (S. 323), Springer Verlag, 4. Auflage [2004]  
 [3] Bundesamt für Strahlenschutz, "Wie hoch ist die natürliche Strahlenbelastung in Deutschland?" (unter [http://www.bfs.de/DE/themen/ion/umwelt/natuerliche-strahlenbelastung/natuerliche-strahlenbelastung\\_node.html](http://www.bfs.de/DE/themen/ion/umwelt/natuerliche-strahlenbelastung/natuerliche-strahlenbelastung_node.html)) Jan Beier, Paul Ledwon : Versuchssprotokoll Compton – Effekt, [2017]

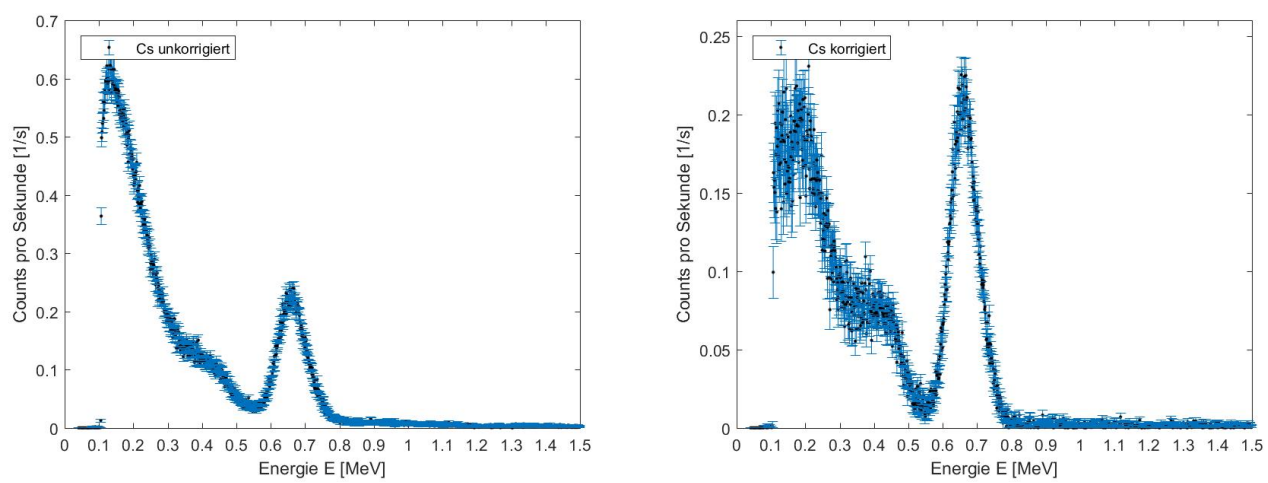


Abbildung 5. links unkorrigiertes, rechts um Rauschen korrigiertes Energiespektrum von  $^{137}\text{Cs}$

## Anhang A:

$$D = \sum_{i=1}^3 \int_{t_1}^{t_2} \dot{D}_i(t) dt = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{E_{\gamma,i}} \int_{t_1}^{t_2} A_i(t) dt \quad (\text{A1})$$

mit  $t_1 = 20,263a$  und  $t_2 = 20,263a + 12h$

$$\begin{aligned} D_i &= \frac{E_{\gamma,i}}{m} \int_{t_1}^{t_2} A_i(t) dt \\ &= \frac{E_{\gamma,i} \cdot A_{0,i}}{m} \int_{t_1}^{t_2} \exp\left(-\frac{t}{t_{1/2}} \cdot \ln(2)\right) dt \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

$$\Rightarrow D_{Ba} = 3.36 \mu\text{Sv}, D_{Na} = 0.07 \mu\text{Sv}, D_{Cs} = 14.11 \mu\text{Sv}$$

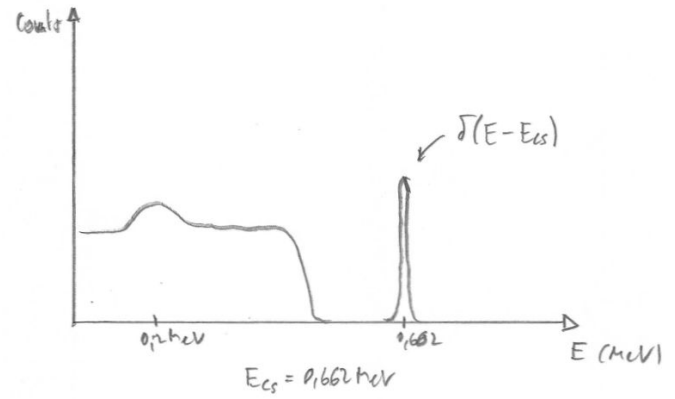


Abbildung 7. hypothetisches Energiespektrum von  $^{137}\text{Cs}$  mit  $\sigma(E) = 0$

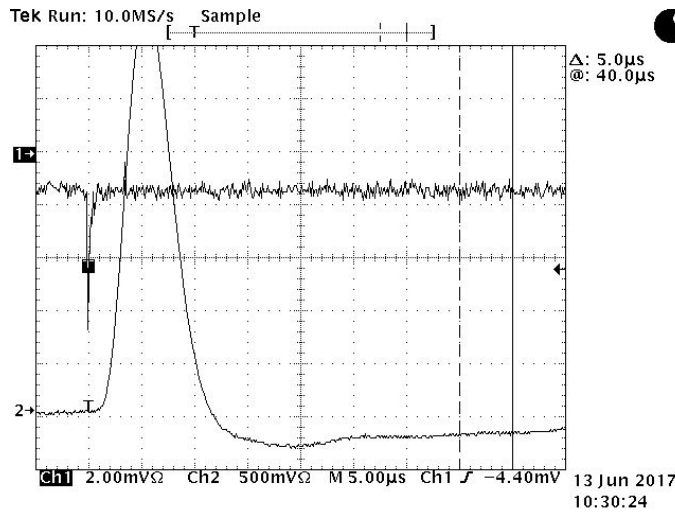


Abbildung 6. Vor- und Hauptverstärkersignal Oszilloskop

Hier sehen wir einen Beispiel Anhang und so könnte man Code in Latex einbinden:

```
[4] > mkdir ~/8.13
> mkdir ~/8.13/papers
> mkdir ~/8.13/papers/template
> cd ~/8.13/papers/template
```

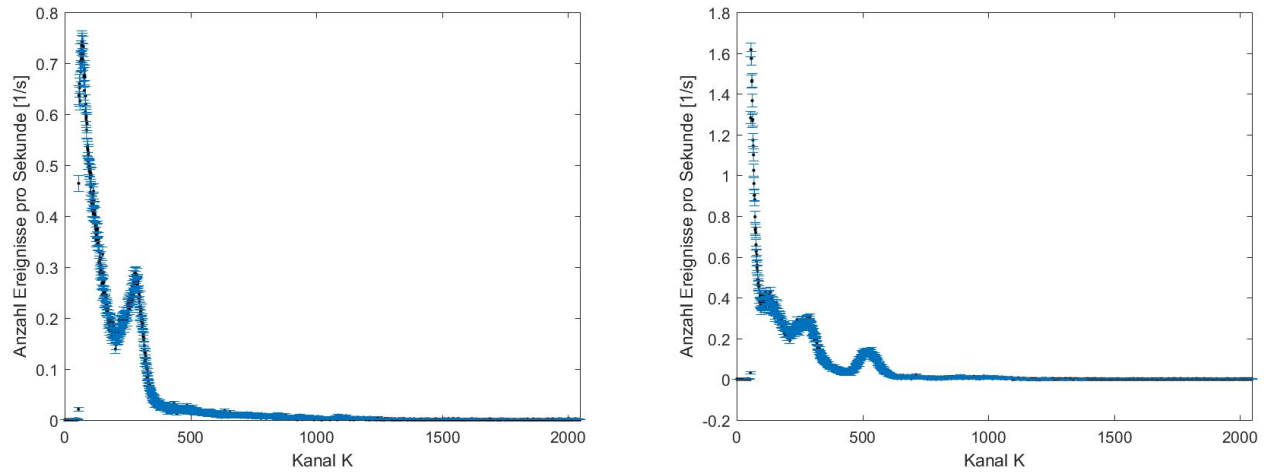


Abbildung 8. korrigierte Spektren der Präparate (Ereignisse vs Kanal); links  $^{133}\text{Ba}$ , rechts  $^{22}\text{Na}$

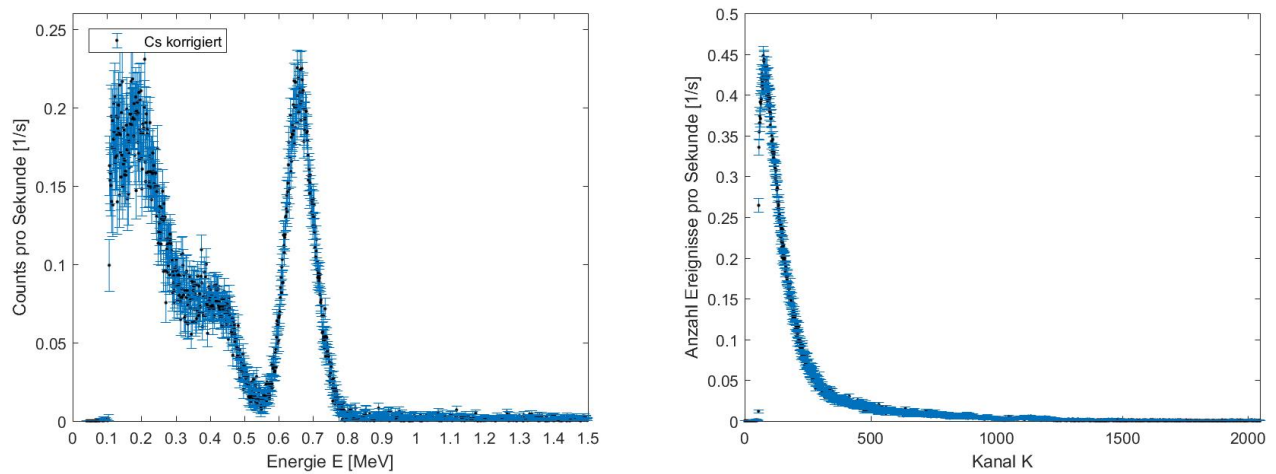


Abbildung 9. korrigierte Spektren der Präparate (Ereignisse vs Kanal); links  $^{137}\text{Cs}$ , rechts Rauschen