

Quantisierter Leitwert von Punktkontakten

Ch. Egerland^{1,*}, M. Pfeifer^{1,†}

¹*Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik*
(Versuchsdatum: 22.06.2017)

Der ballistische Transport von Elektronen eines zweidimensionalen Fermigas in einem GaAs-AlGaAs Punktkontakt wurde bereits 1987 von Wees et. al [2] untersucht. Es wird versucht die Ergebnisse dieses Experimentes zu reproduzieren. Hierbei wird zunächst eine verkürzte Herleitung des Phänomens beschrieben, über die Aufnahme der Daten und deren Analyse berichtet und danach über die Unsicherheiten des Experimentes diskutiert.

I. THEORIE

Der Leitwert ist das Inverse des Widerstandes und ist ein Maß dafür, wie gut ein Material Strom leitet. Die Quantisierung des Leitwertes kann wie folgt erklärt werden: Wir modellieren den Quantenpunktkontakt als ein effektives Kastenpotential mit Breite d_x und Dicke d_y . Es bilden sich senkrecht zur Bewegungsrichtung stehende Elektronenwellen mit der folgenden Energie aus:

$$E_{lm} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e} \left(\frac{l^2}{d_x^2} + \frac{m^2}{d_y^2} \right) \quad (1)$$

In Bewegungsrichtung haben wir unter den Voraussetzungen ein kontinuierliches Energiespektrum mit $E_z = \hbar^2 k_z^2 / 2m_e$. Die Gesamtenergie der elektronischen Zustände ist dann: $E_{ges} = E_{lm} + E_z$. Die Zustandsdichte in einem eindimensionalen System ist gegeben durch:

$$D(E)dE = \frac{1}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} dE \quad (2)$$

Bei Anlegen einer kleinen Spannung dV folgt ein kleiner Strom $dI = evdn$, wobei $dn = D(E)dE$. Somit ist (mit $v = \sqrt{2E/m}$):

$$G = \frac{dI}{dV} = \frac{evD(E)dE}{dV} = \frac{e^2 v D(E) dV}{dV} = \frac{2e^2}{h} \quad (3)$$

II. EXPERIMENT

Das Experiment ist bebildert in [1] erklärt und besteht im Wesentlichen aus einem Lock-In-Verstärker an den zunächst zwei Transformatoren sowie die Widerstandsbox angeschlossen sind. Nun wird überprüft, ob der gemessene Widerstand dem angeschlossenen Widerstand entspricht. Die Abweichung vom Idealfall dient uns dann als systematischer bzw. zufälliger Fehler (weiteres hierzu

in Abschnitt III). Nachdem die Widerstandsbox vermessen wurde wird der Messstab in flüssiges Helium getaucht und entsprechend der Tabelle 2.1 in [1] verkabelt. Nun messen wir erneut die Ströme/Spannungen und ermitteln hieraus den Leitwert (weiteres hierzu in Abschnitt III).

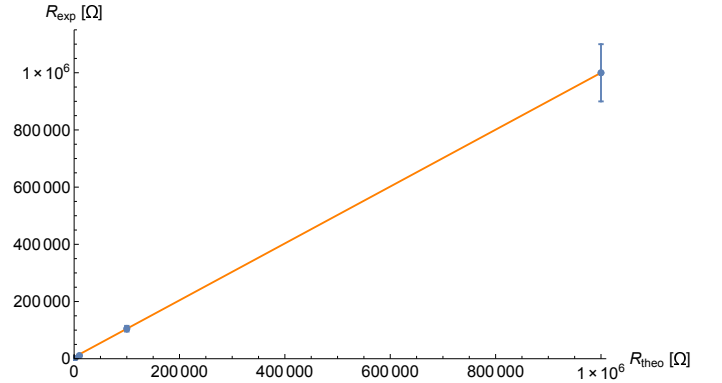


Abbildung 1. lineare Regression (Fehlerbalken verzehnfacht). Wir erhalten mit Model $R_{exp} = a * R_{theo} + b$:
Steigung: $a = 0.9944 \pm 3 * 10^{-4}$
Achsenabschnitt: $b = (5424 \pm 311)\Omega$

III. DATEN UND ANALYSE

III.1. Kalibrierung mittels Widerstandsbox

Die Widerstandsbox mit ihren fest einstellbaren Widerständen bietet uns die Möglichkeit den Messaufbau zu kalibrieren. Hierzu wurden für die festgestellten Widerstände 100 Ω, 1 kΩ, 10 kΩ, 100 kΩ und 1 MΩ die Real- und Imaginärteile der Impedanz bei verschiedenen Spannungswerten ermittelt und durch pythagoräische Addition der Widerstand ermittelt. Als Fehler wurde auf der Widerstandsbox 0.1% für den Bereich 100Ω – 10kΩ und 1% für den Bereich 10kΩ – 1MΩ gegeben. Aus unseren Messdaten ergibt sich Abb. 1. Aus dem Achsenabschnitt können wir den Serienleitwert bestimmen:

$$G_S = b^{-1} = (18 \pm 1)mS \quad (4)$$

* Email: egerlanc@physik.hu-berlin.de

† Email: max.pfeifer@physik.hu-berlin.de

Die Abweichung der Steigung von 1 werden wir als systematischen Fehler der Messung interpretieren. Wir müssen also für die folgenden Diagramme den Leitwert wie folgt korrigieren: $G_{exp} \rightarrow a^{-1}G_{exp}$. Diese Kalibrierung erlaubt es uns im nächsten Teil die ermittelten Leitwerte korrekt zu ermitteln und ein somit ein akkurates Ergebnis für die Quantisierung des Leitwertes zu erhalten.

III.2. Serienleitwert MODFET

Nun untersuchen wir den MODFET, welchen wir (an einem Messstab befestigt) in flüssiges Helium getaucht haben. Zusätzlich wird eine Gate-Spannung angelegt, in deren Abhängigkeit wir der Leitwert bestimmen. Für diesen Teil des Experimentes verwenden wir zunächst die Struktur G. In Abb. 2 sind 2 der 3 Bereiche des MODFET gut zu sehen. Im Koordinatenursprung erkennen wir den Sperrbereich des Transistors in dem kein Drain-Strom fließt, der Transistor sperrt. Im Anschluss befindet sich der lineare Bereich, in dem sich der Transistor wie ein ohmscher Widerstand verhält, es gilt: $R = U/I \rightarrow G = I/U$.

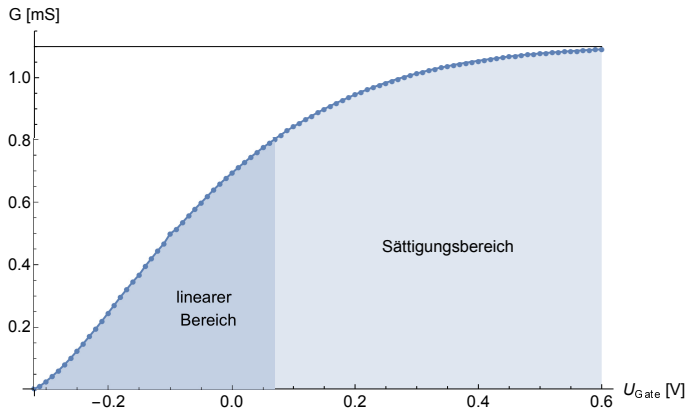


Abbildung 2. Struktur G, Bereiche des Feldeffekttransistors

Der Leitwert nähert sich gegen Ende des linearen Bereiches einem Maximum an, der dem Serienleitwert entspricht. In diesem sogenannten Sättigungsbereich verhält sich der Transistor wie eine nur noch durch die Eingangsspannung gesteuerte Stromquelle, die Gatespannung ändert den Stromfluss nicht mehr. Der Sättigungsleitwert ist in Abb. 2 als schwarze Linie gekennzeichnet und wurde mit $G_{sat} \approx 1.2 \text{ mS}$ abgeschätzt. Dieser entspricht einem Serienwiderstand von $R_s \approx 833 \Omega$. Wir verwenden den Serienwiderstand im nächsten Abschnitt um die Quantisierung des Leitwertes zu plotten.

III.3. Quantisierter Leitwert

In diesem Versuchsteil werden wir den quantisierten Leitwert in Abhängigkeit von der Gatespannung beobachten

können. Hierfür entnehmen wir aus [1] den folgenden Zusammenhang:

$$R = R_s + R_n \quad (5)$$

Hierbei ist $R = G_{exp}^{-1}$ der Gesamtwiderstand der Schaltung ermittelt aus dem gemessenen Leitwerten, R_s der Serienwiderstand den wir im vorherigen Teil ermittelt haben und $R_n = 1/G_n$ mit $G_n = n * \frac{2e^2}{h}$ der (quantisierte) Widerstand der Struktur. Wir verwenden die Struktur I um den quantisierten Leitwert nachzuweisen. Wir berechnen ihn nach obiger Gleichung mit:

$$G_n = \frac{1}{G_{exp}^{-1} - R_s} \quad (6)$$

Nach Messen der Leitwerte G_{exp} und Korrektur mit dem Serienwiderstand R_s ergibt sich Abb. 3:

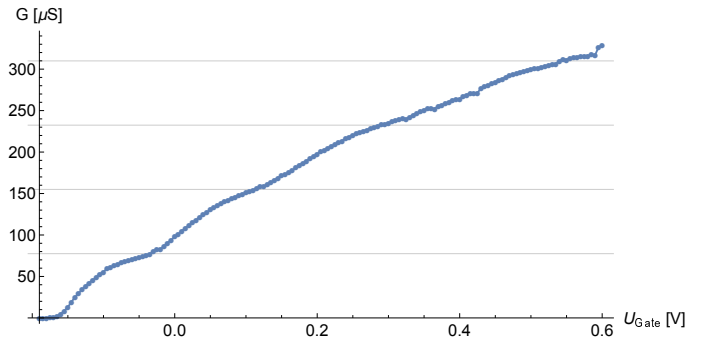


Abbildung 3. Struktur I, quantisierter Leitwert

Als Orientierung sind hier Linien für die Vielfachen von $\frac{2e^2}{h} \approx 77.5 \mu\text{S}$ eingezeichnet. Die Ausbildung der Plateaus ist erkennbar, wenn auch nicht stark ausgeprägt. Als Referenz befinden sich in Anhang A vom Versuchsbetreuer gegebene Daten einer anderen Struktur, in der die Quantisierung deutlicher erkennbar ist.

III.4. Fehler und Ergebnisanalyse

Die schwache Ausprägung der Plateaus kann mehrere Gründe haben. Die wichtigste Voraussetzung für die Berechnung in Abschnitt I ist die Quantisierung der Elektronen, d.h. das Ausbilden von Wellen senkrecht zur Bewegungsrichtung. Dies ist nur gewährleistet, wenn ein ballistischer Transport von Elektronen stattfindet. Ballistischer Transport heißt, dass die mittlere freie Weglänge der Elektronen größer ist als die geometrische Ausdehnung der Engstelle. In anderen Worten: die Streuung der Elektronen muss so gering wie möglich sein! Dies wurde im Experiment u.A. dadurch gewährleistet, indem die Temperatur auf $T = 4 \text{ K}$ abgesenkt wurde. Allerdings sind weitere Effekte wie die Streuung an Unreinheiten, anderen Elektronen oder Phononen nicht quantifiziert wurden, womit nicht bestätigt werden kann, dass

die Annahme des ballistischen Transports gerechtfertigt ist. Diese Überlegungen wollen wir wie folgt illustrieren: Bei $T = 4K$ haben 0.02% der Elektronen eine Energie, die höher als die Fermi-Energie ist und verstoßen somit gegen unsere Voraussetzungen. Angesichts der niedrigen Zahl können wir die Temperatur als Fehler also erst einmal vernachlässigen. Schwerwiegender ist, dass wir nichts über die Abmessungen des Punktkontakts wissen und somit nicht rechnerisch nachprüfen können, ob die mittlere freie Weglänge tatsächlich wesentlich kleiner ist, als die Geometrie des Kontakts. Neben diesen Unsicherheiten welche aus dem theoretischen Konstrukt entstehen, gibt es auch experimentelle Unsicherheiten, die nicht berücksichtigt wurden. So wurde keine Analyse zum Rauschen der Elektronik durchgeführt, welche auf Grund der geringen Größenordnung der verwandten Spannungen/Ströme einen Einfluss haben könnte.

IV. SCHLUSSFOLGERUNG

Die Quantisierung des Leitwertes an einem Punktkontakt konnte in diesem Versuch nachgewiesen werden. Die Ausbildung der Plateaus, welche uns die Quantisierung anzeigen, sind in Abb. 3 nicht so stark wie gewünscht bzw. nicht so stark wie in den Referenzdaten in Anhang A (Abb.4). Die möglichen Gründe hierfür, aufgeteilt in theoretisch/konzeptionelle und experimentelle, wurden bereits in Abschnitt III.4. diskutiert.

Zusammenfassend kann man sagen, dass der Versuch ein verhältnismäßig einfach zu realisierendes und für den Ausführenden interessantes Experiment zeigt, indem man das quantenmechanische Phänomen der Quantisierung direkt beobachten kann.

-
- [1] S. F. Fischer et al. : F-Praktikumsversuch Quantisierter Leitwert von Punktkontakten (Versuchsskript) (2011)
 - [2] B. J. van Wees et al. : Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas, Physical Review Letters Vol. 60 Nr.9 (1988)

Anhang A: Referenzdaten und Grafiken

Vom Versuchsleiter wurden uns noch die Daten der folgenden Grafiken gegeben.

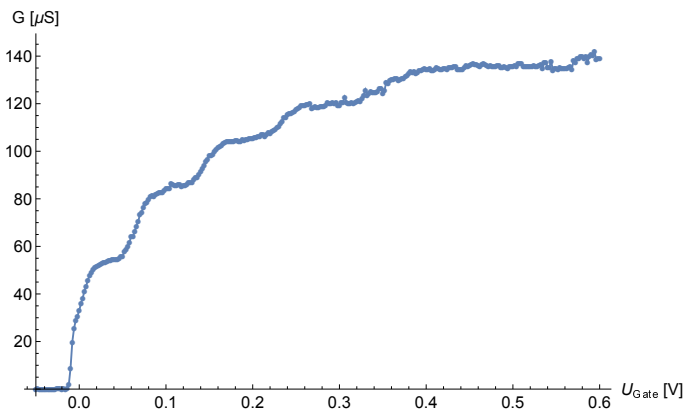


Abbildung 4. Struktur L, quantisierter Leitwert

Es sind nur die experimentell ermittelten Leitwerte G_{exp} dargestellt, da uns keine weiteren Informationen (insbesondere die Kalibrierung mit Widerstandsbox) vorliegen. Nichtsdestotrotz ist die Quantisierung des Leitwerts in Abb. 4 und Abb. 5 deutlicher erkennbar, als dies bei unseren Daten der Fall ist.

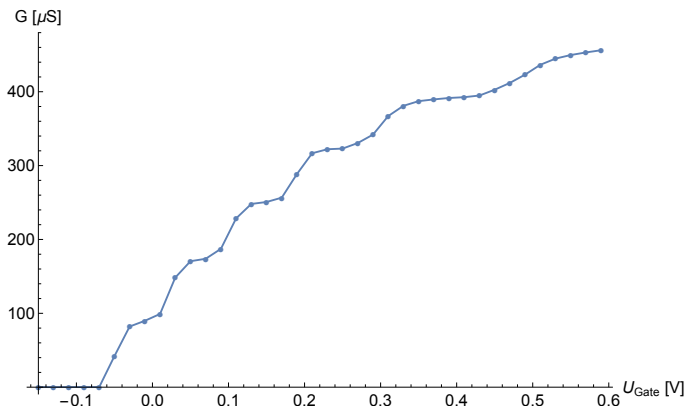


Abbildung 5. Struktur Lfein, quantisierter Leitwert