

UNIVERSITÄT REGENSBURG

FORTGESCHRITTENPRAKTIKUM

Versuch: Optik an 2D-Quantentöpfen

Praktikanten: Erik Fabrizzi, Fabian Tanzer



11. März 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitung	2
1.1	Direkte und indirekte Halbleiter	2
1.2	Eindimensionaler Potenzialtopf	3
1.3	Lumineszenz	5
1.4	Energie des emittierten Photons	5
1.5	Exziton	6
2	Durchführung	7
2.1	Messung der Breite der Quantentopfe	7
2.2	Der Einfluss der Quantentopf-Tiefe auf das Spektrum	9
2.3	Abhängigkeit von der Temperatur	10
3	Fazit	12
4	Anhang:Code	12

1 Vorbereitung

Bei diesem Praktikumsversuch wird die Photolumineszenz untersucht. Dabei wird das Modell „Teilchen im Kastenpotential“ experimentell veranschaulicht. Um dies zu verwirklichen werden GaAs Quantentöpfe in AlGaAs eingebettet.

1.1 Direkte und indirekte Halbleiter

Ein Halbleiter zeichnet sich dadurch aus, dass Valenzband und Leitungsband so liegen, dass die Elektronen vom Valenzband ins Leitungsband wechseln können und umgekehrt. Bei Metallen überlappt das Valenzband und das Leitungsband. Bei Isolatoren ist dagegen der Abstand zwischen Valenzband und Leitungsband so groß, dass die Elektronen nicht von einem ins andere übergehen können. Dies ist in Abb. 2 gut dargestellt.

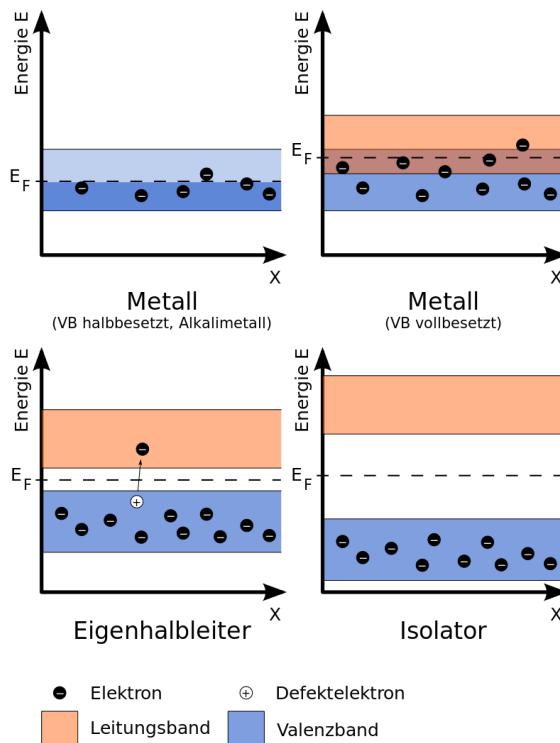


Abb. 1: Vergleich der Energiebänder bei Metallen, Halbleitern und Isolatoren [2]

Liegen „[...] das Minimum des Leitungsbandes und das Maximum des Valenzbandes bei demselben \vec{k} “ [1, S.3], so spricht man von einem **direkten Halbleiter**. Ist das nicht der Fall, so spricht man von einem **indirekten Halbleiter**. Geht ein Elektron beim indirekten Halbleiter vom Valenzband ins Leitungsband, so muss eine Impulsänderung durch Phononen¹ stattfinden. Gitterschwingungen führen bekanntlich zu höheren Temperaturen, welche in diesem Versuch aber unbedingt vermieden werden sollen. Deshalb werden bei diesem Versuch auch direkte Halbleiter verwendet.

¹Gitterschwingungen

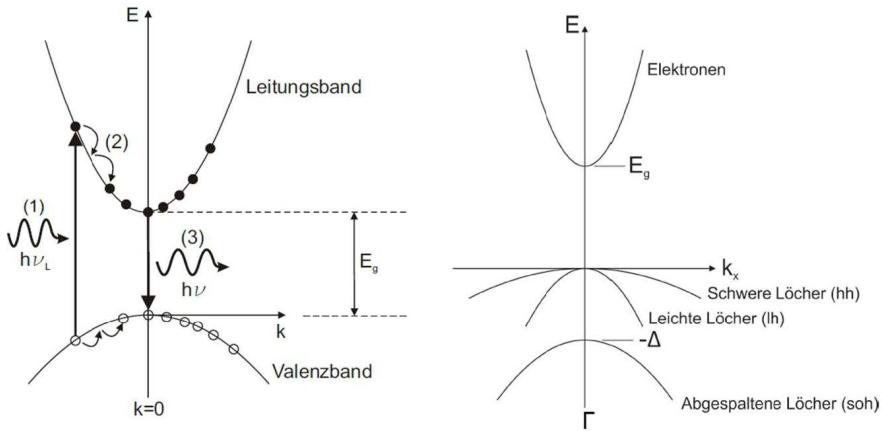


Abb. 2: Übergang eines Elektrons im direkten Halbleiter (links) und die Auswirkung verschiedener Arten von Löchern auf die Bandstruktur (rechts) [1].

1.2 Eindimensionaler Potenzialtopf

Bettet man eine dünne Schicht GaAs in $Al_xGa_{1-x}As$ ein, so „passen sich die Bänder so an, dass Banddiskontinuitäten ΔE_{LB} bzw. entstehen, da GaAs eine kleinere Bandlücke als $Al_0,32Ga_{0,68}As$ hat“ [1, S.4]. In diesem Fall sind die Elektronen nicht in der xy-Ebene eingeschränkt, sondern nur in z-Richtung. Deshalb ist diese Anordnung von Heterostrukturen die Realisierung des „Teilchen im eindimensionalen Kasten“ Problems (s. Abbildung 5). Im Gegensatz zu den häufig in der Theoretischen Physik betrachteten Modell des unendlichen Potentialtopfs ist dieser hier aber nicht unendlich tief.

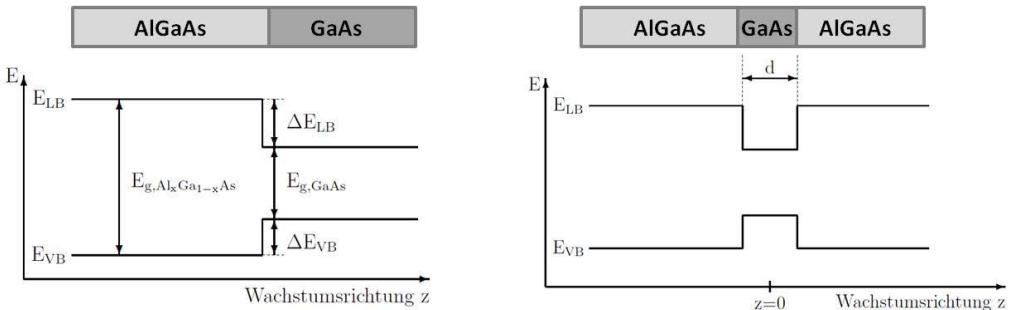


Abb. 3: Anordnung der Leitungs- und Valenzbandkante als Funktion des Ortes bei Heterostrukturen.

Links: GaAs auf $Al_xGa_{1-x}As$

Rechts: Eine dünne Schicht GaAs der Dicke d ist in $Al_xGa_{1-x}As$ eingebettet und führt zur Ausbildung von rechteckigen Potentialtopfen für Elektronen und Löcher. [1]

Betrachtet man Volumenhalbleiter, „[...] also Halbleiterkristalle deren räumliche Ausdehnung groß gegenüber den relevanten Längenskalen ist“ [1, S.3], so spielen Quantisierungseffekte keine Rolle. Wird die Schichtdicke von GaAs allerdings so gering, dass der Quantentopf nur noch in der Größenordnung der De-Broglie-Wellenlänge der Elektronen ist, so lassen sich Quantisierungseffekte in (o.B.d.A) z-Richtung nicht mehr vernachlässigen.

Die Schrödinger-Gleichung wird in

$$\Psi(x, y, z) = \psi(x, y)\phi(z) \quad (1)$$

separiert.

Die Gesamtenergie eines Teilchen ist

$$E_{ges}(n, \vec{k}) = E_n + E(\vec{k}) \quad (2)$$

wobei:

E_n : Quantisierte Energie des n-ten Niveaus

Ziel im Folgenden ist es, die Energie zu berechnen. Dazu wird die 1-dim SG gelöst:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*(z)} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right] \phi(z) = E(z) \quad (3)$$

wobei:

m^* : Effektive Masse des Teilchens

m_w^* : Effektive Masse des Teilchens im Topf (engl. „well“)

m_b^* : Effektive Masse des Teilchens in der Barriere

Die effektive Masse hängt vom Ort ab. Das Teilchen hat also im GaAs-Quantentopf eine andere effektive Masse als im umgebenden Barrierenmateriel AlGaAs.

Unendliche Potentialtiefe ($V_0 = \infty$):

Zunächst wird die Betrachtung für einen unendlich tiefen Potentialtopf durchgeführt (s. Abbildung 4 links). Dafür erhält man als Lösung die Energieniveaus

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m_w^*} \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 \quad (4)$$

Endliche Potentialtiefe ($V_0 \neq \infty$):

Wählt man den Nullpunkt der z-Achse klug (s. Abbildung 4 rechts), so lässt sich die SG folgendermaßen schreiben:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_w^*} \frac{d^2}{dz^2} \right] \varphi(z) = E \varphi(z) \quad \text{für } |z| \leq \frac{d}{2} \quad (\text{Quantentopf}) \quad (5)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_w^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_0 \right] \varphi(z) = E \varphi(z) \quad \text{für } |z| > \frac{d}{2} \quad (\text{Barriere}) \quad (6)$$

(7)

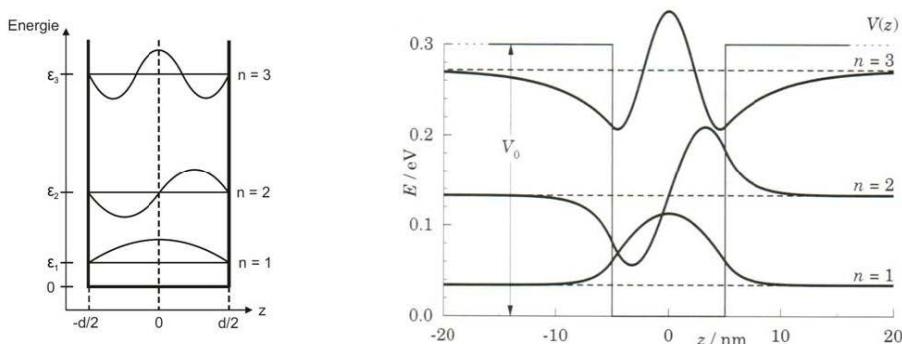


Abb. 4: Wellenfunktionen der ersten drei quantisierten Energieniveaus im Quantentopf mit unendlicher Tiefe (links) und endlicher Tiefe (rechts). [1]

Die Randbedingungen lauten hier, dass an der Grenzfläche zwischen Quantentopf und der Barriere die Wellenfunktion und der Teilchenfluss erhalten bleiben müssen. Also müssen folgende Gleichungen erfüllt sein:

$$\varphi_w(\pm \frac{d}{2}) = \varphi_b(\pm \frac{d}{2}) \quad (8)$$

$$\frac{1}{m_w^*} \frac{d\varphi_w(z)}{dz} \Big|_{z=\pm \frac{d}{2}} = \frac{1}{m_b^*} \frac{d\varphi_b(z)}{dz} \Big|_{z=\pm \frac{d}{2}} \quad (9)$$

Daraus ergibt sich dann folgender Zusammenhang zwischen der Quantentopfbreite d und der Quantisierungsenergie E_n :

$$\sqrt{\frac{m_b^* E_n}{m_w^*(V_0 - E_n)}} \tan \left(\sqrt{\frac{2m_w^* E_n}{\hbar^2}} \frac{d}{2} \right) = 1 \quad \text{für } n = 1, 3, \dots \quad (10)$$

$$\sqrt{\frac{m_b^* E_n}{m_w^*(V_0 - E_n)}} \cot \left(\sqrt{\frac{2m_w^* E_n}{\hbar^2}} \frac{d}{2} \right) = -1 \quad \text{für } n = 2, 4, \dots \quad (11)$$

1.3 Lumineszenz

„[W]ird ein physikalisches Gesetz durch von außen zugeführte Energie in einen angeregten Zustand versetzt und emittiert beim Übergang in seinen Grundzustand unter Aussendung von Photonen Licht [...]“ [3]². Unter Licht versteht man auch Strahlung außerhalb des sichtbaren Bereichs.

Photolumineszenz:

Werden Photonen, die eine größere Energie als die Bandlücke des Halbleiters haben, auf einen Halbleiter gesendet, so werden diese von ihm absorbiert. Dadurch werden Elektronen vom Valenzband in das Leitungsband angehoben. Einige „relaxieren dann in den energetisch günstigeren Zustand an der Leitungsbandkante“ [1, S.3]. Von dort kann das angeregte Elektronen von Leitungsband wieder zurück ins Valenzband gehen und mit einem Loch rekombinieren. Da dabei ein Photon emittiert wird, spricht man auch von **strahlender Rekombination**.

Elektrolumineszenz:

Hier werden die Elektronen nicht durch die Anregung mit einem Photon ins Leitungsband gehoben, sondern durch das Anlegen einer elektrischen Spannung. Der restliche Mechanismus ist analog zur Photolumineszenz.

Es gibt noch viele weiteren Lumineszenzarten, wie zum Beispiel die Chemilumineszenz oder Biolumineszenz.

1.4 Energie des emittierten Photons

Als Intrabandübergänge werden Übergänge innerhalb eines Bandes bezeichnet. Ein Beispiel hierfür wäre ein Übergang vom Elektronenzustand E_2 nach E_1 . Diese liegen jedoch im infraroten Bereich und werden deshalb hier vernachlässigt bzw. nicht betrachtet.

Für Interbandübergänge, also Übergänge zwischen verschiedenen Bändern (Hier: Leitungsband und Valenzband) gilt die Paritätserhaltung. Es muss also gelten:

$$\Delta n = |n - m| \quad \text{gerade} \quad (12)$$

wobei:

- n: Quantenzahl für Elektronen im Leitungsband
- m: Quantenzahl für Löcher im Valenzband

²Fluoreszenz: Zwischen der Absorption der Energie und der Emission findet kein Aktivierungsprozess statt.
Phosphoreszenz: Ein angeregter Zwischenzustand kann die Energie für eine gewisse Zeit einfrieren.

Je größer Δn ist, desto unwahrscheinlicher und damit weniger sichtbar sind die Übergänge.

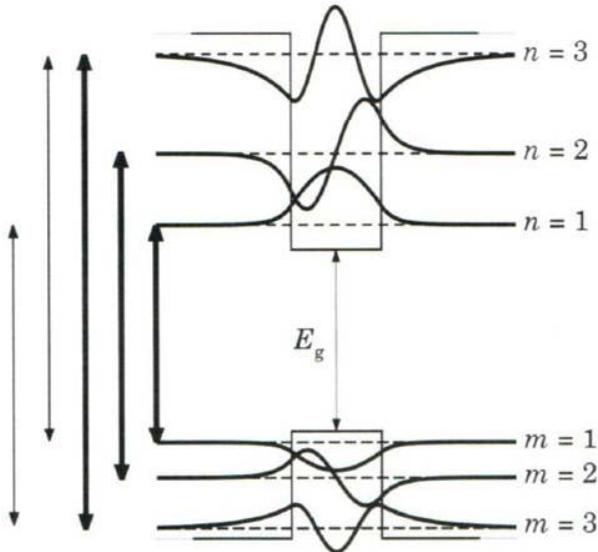


Abb. 5: Erlaubte Interbandübergänge in einem Quantentopf. In Fettdruck dargestellte Pfeile sind die wahrscheinlichsten Übergänge $\Delta n = 0$. Gezeigt sind nur die Übergänge für eine Lochsorte. [1]

Da bei tiefen Temperaturen die Elektronen und Löcher in die jeweils energetisch günstigsten Zustände ($n = 1, m = 1$) relaxieren, werden auch nur die Energien E_1^{LB} und E_1^{VB} beachtet. Zudem sind in diesem Versuch fast nur schwere Löcher beteiligt, da diese eine geringere Quantisierungsenergie E_1 als leichte Löcher haben. Aus Abbildung 5 ist ersichtlich, dass es nicht reicht, nur die Energie der Bandlücke zu überwinden, sondern dass auch noch die Zustandsenergien E_1^{LB} und E_1^{VB} überwunden werden müssen. Bei direkten Halbleitern werden also bei der Rekombination Photonen mit der Energie

$$E^{\text{photon}} = E_{\text{gap}} + E_1^{\text{LB}} + E_1^{\text{VB}} \quad (13)$$

ausgesendet.

1.5 Exziton

Beim Mechanismus der Photolumineszenz treten, wie oben beschrieben, ein negativ geladenes Elektron und ein positiv geladenes Loch auf. „Zwischen [...] [diesen] wirkt durch die Coulomb-Wechselwirkung eine anziehende Kraft“[1, S. 7]. Es entsteht also eine Bindung zwischen diesen. Man kann also von einem Elektron-Loch-Paar sprechen, welches als **Exziton** bezeichnet wird. Da durch Exzitonen eine zusätzliche Bindungsenergie auftritt, muss Gleichung 13 zu folgender Gleichung korrigiert werden:

$$E^{\text{photon}} = E_{\text{gap}} + E_1^{\text{LB}} + E_1^{\text{VB}} - E^{\text{exc}} \quad (14)$$

wobei:

E_{gap} : Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband

E_1^{LB} : Energie eines Elektrons im ersten Niveau im Leitungsband

E_1^{VB} : Energie eines schweren Lochs im ersten Niveau im Valenzband

Also nimmt die Energie der emittierten Strahlung durch die Beachtung von Exzitonen ab.

2 Durchführung

In dieser Versuchsreihe werden wir versuchen, einige Eigenschaften verschiedener Teile eines Halbleiterwafers zu bestimmen, indem wir die in der theoretischen Einführung erörterten Prinzipien anwenden. Insbesondere:

- Wir werden die Breite der Quantentopfe auf einer Probe bestimmen.
- Wir werden beobachten, wie eine unterschiedliche Konzentration von Aluminium das Spektrum beeinflusst.
- Wir werden beobachten, wie die Temperatur das Spektrum beeinflusst.

2.1 Messung der Breite der Quantentopfe

Im ersten Teil des Experiments werden wir versuchen, die Breite der in die Struktur eingebetteten Quantentopfe zu messen. Das erhaltene Spektrum ist:

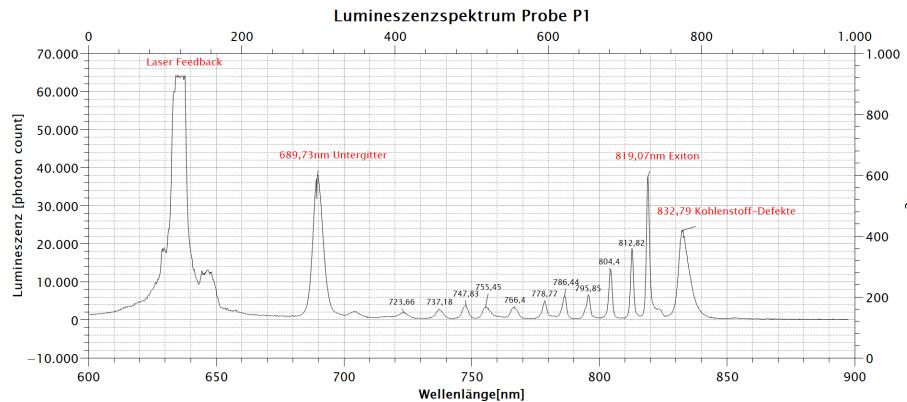


Abb. 6: Gemessenes Spektrum der Probe P1, schwarz markierte Peaks zeigen Quantentopfe, rot markierte Peaks zeigen andere Merkmale des Spektrums

Da wir wissen, dass es in unserer Probe 10 Quantentopfe gibt, können wir bestimmen, welche Peaks für uns von Interesse sind, nämlich die zwischen 720 nm und 812 nm. Die anderen beobachtbaren Peaks sind:

- **638 nm:** Dieser Peak wird durch die Reflexion des Lasers auf der Probe erzeugt und von unserem Messsystem erfasst.
- **690 nm:** Hier können wir einen Peak beobachten, der auf die optischen Eigenschaften des Untergitters des verwendeten Materials zurückzuführen ist.
- **820 nm:** Der hier beobachtete Peak ist das Ergebnis der Absorption durch die Exitonen, die bei der Anregung entstehen.
- **832 nm:** Dieser Peak kann auf einige Defekte in der Struktur der verwendeten Halbleiter-Heterostruktur zurückgeführt werden, wie z. B. Kohlenstoffeinlagerungen.

Kehren wir nun zu unserem Quantentopfe zurück. Unter Verwendung der Gleichung 11 können wir ableiten, dass für ein Teilchen (sowohl Elektron als auch Löcher) im Grundzustand eines Quantentopfes das:

$$d = \frac{2\hbar}{\sqrt{2m_w^*E_1}} \arctan \left(\sqrt{\frac{m_w^*(V_0 - E_1)}{m_b^*E_1}} \right) \quad (15)$$

Wobei V_0 und E_1 die Werte des Grundzustands bzw. der Topftiefe für Leitungsband im Falle von Elektronen und von Valenzband im Falle von Löchern annehmen. Unter Verwendung von $\frac{V_0^{LB}}{V_0^{VB}} \approx \frac{65}{35}$ und $E_{gap}^{Al_0.32Ga_0.68As} = E_{gap}^{GaAs} + V_0^{LB} + V_0^{VB}$ jeweiliges V_0 können wie folgt abgeleitet werden:

$$V_0^{LB} = 0.65(E_{gap}^{Al_0.32Ga_0.68As} - E_{gap}^{GaAs}) = 0.26\text{eV} \quad (16)$$

für Elektronen im Leitungsband und für die Löcher im Valenzband als:

$$V_0^{VB} = 0.35(E_{gap}^{Al_0.32Ga_0.68As} - E_{gap}^{GaAs}) = 0.14\text{eV} \quad (17)$$

Weitere für unsere Berechnung relevante Konstanten finden Sie in der Tabelle 1.

Al _{0.32} Ga _{0.68} As	GaAs
$E_{gap}^{Al_0.32Ga_0.68As} = 1.918\text{eV}$	$E_{gap}^{GaAs} = 1.519\text{eV}$
$m_b^e = 8.55 \times 10^{-32}\text{kg}$	$m_w^e = 6.10 \times 10^{-32}\text{kg}$
$m_b^l = 3.61 \times 10^{-31}\text{kg}$	$m_w^l = 3.10 \times 10^{-31}\text{kg}$

Tabelle 1: Lücken und Massen für Elektronen und (schwere) Löcher in Materie.

Um konkrete Werte für die Breite der Quantentopfe zu erhalten, sind wir wie folgt vorgegangen: Man betrachte die beiden Funktionen $d(E_1^{VB})$ und $d(E_1^{LB})$, hier ausgewertet bis zur jeweiligen Bandlückenenergie:

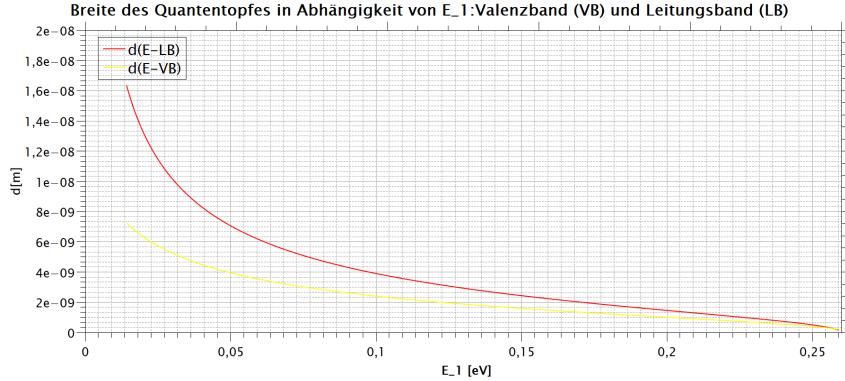


Abb. 7: Breite eines Quantentopfes in Abhängigkeit von seiner Grundzustandsenergie, sowohl für Valenzband als auch für Leitungsband

Durch Umformulierung der Gleichung 14 aus der theoretischen Einführung zu diesem Experiment können wir feststellen, dass:

$$E_1^{LB} + E_1^{VB} = E_{ph} - E_{gap} + E_{exc} = E_{rst} \quad (18)$$

(Ab jetzt wird angenommen, dass E_{exc} , die auf das Exzitonenpaar bezogene Energie, gleich 0,0093eV ist.).

Man kann leicht feststellen, dass es entweder ein oder kein Tupel von Werten (E_1^{LB}, E_1^{VB}) gibt, die beide gleichzeitig Bedingungen erfüllen können (18):

$$d(E_1^{VB}) = d(E_1^{LB}) \quad (19)$$

Der von solchen Paaren angegebene Breitenwert entspricht der Breite des Quantentopfes für jeden gemessenen Peak (E_{ph}). Ein Skript zur Durchführung einer solchen Aufgabe wird im Anhang 4 vorgestellt. Hier sind unsere Ergebnisse im Vergleich zu den Werten, die für einen unendlich tiefen Quantentopf ermittelt wurden: Man kann sehen, dass die unendlich tiefe Quantentopf-Näherung

$\lambda[nm]$	$E_{ph}[eV]$	$E_1^{LB}[eV]$	$E_1^{VB}[eV]$	$d[nm]$	$d_{approx}[nm]$
723	1.7150	0.1497	0.0554	2.44	7.6
738	1.6810	0.1274	0.0437	3.00	8.2
748	1.6580	0.1119	0.0363	3.47	8.8
756	1.6410	0.1000	0.0312	3.90	9.4
766	1.6190	0.0844	0.0248	4.58	10.4
778	1.5940	0.0661	0.0181	5.66	11.5
786	1.5780	0.0542	0.0141	6.64	13.0
804	1.5430	0.0271	0.0061	10.86	15.1
812	1.5270	0.0143	0.0030	16.30	18

nicht gut ist, da sie nicht einmal für unterschiedliche Breiten angemessen skaliert zu sein scheint.

2.2 Der Einfluss der Quantentopf-Tiefe auf das Spektrum

In diesem nächsten Abschnitt werden wir fünf Proben untersuchen, die alle von demselben Wafer stammen, der während der Wachstumsphase nicht gedreht wurde und daher je nach Position auf dem Wafer eine unterschiedliche Aluminiumkonzentration aufweist, was sich in unterschiedlichen Quantentopf-Tiefen äußert, je nach Abstand vom Aluminium-Eintrittspunkt in der Wachstumskammer. Um diesen Effekt zu untersuchen, konzentrieren wir uns auf den neunten Quantentopf, der unserer Meinung nach in den gesammelten Daten am besten zu beobachten war:

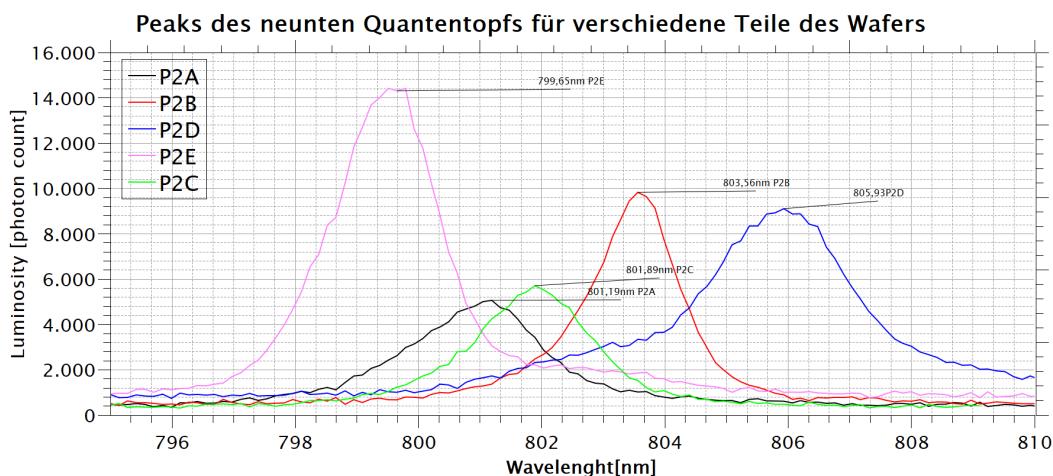


Abb. 8: Peaks des neunten Quantentopfs für Proben, die auf verschiedenen Sektoren eines ungleichmäßig gewachsenen Wafers genommen wurden

Wie erwartet verschiebt sich die Position des Peaks von Probe zu Probe, und man kann auch feststellen, dass die Peaks $P2A < P2C < P2B$ gruppiert zu sein scheinen, da sie gleichermaßen

dem Galum ausgesetzt waren und die gleiche Quantentopf-Tiefe haben, während die Peaks $P2E < P2D$ weit voneinander entfernt sind. Vergleicht man dieses Muster mit der Erkenntnis, dass eine höhere Quantentiefe einer höheren Grundzustandsenergie entspricht, kann man die Position des Aluminium-Eintrittspunktes bzw. des Wafer-Eintrittspunktes erahnen:

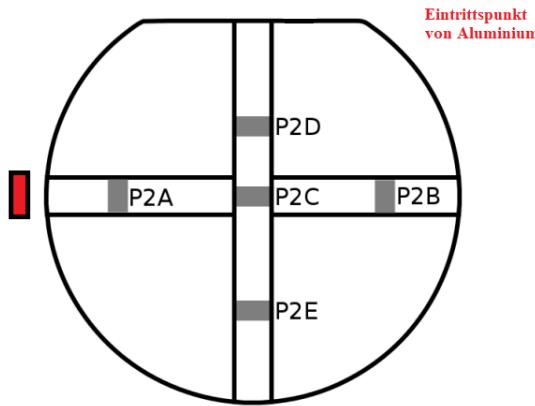


Abb. 9: Schematische Darstellung des Wafers mit Markierung der Entnahmestellen der Proben, die vermutete Aluminiumeintrittsstelle ist rot markiert

2.3 Abhängigkeit von der Temperatur

In diesem Teil des Experiments wollen wir beobachten, wie das Spektrum unserer Proben durch die Temperatur beeinflusst wird. Dazu haben wir die Probe nach dem Abkühlen auf 4,2 K wieder aus dem flüssigen Helium genommen und ihr Spektrum gemessen, während sie sich erwärmte.

Spektrum des P3 zu verschiedenen Zeiten während der Aufwärmphase

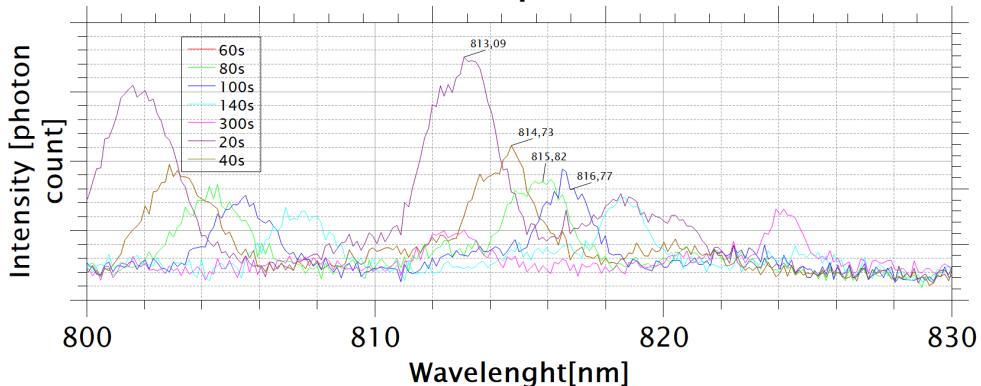


Abb. 10: Peaks des zehnten Quantentopfs zu verschiedenen Zeitpunkten des Erwärmungsprozesses

Wie man in diesem Ausschnitt des Spektrums sehen kann (Abbildung 10) gibt es zwei Haupteffekte:

- Rotverschiebung der Peaks.
- Verringerung der Intensität der Peaks.

Die Rotverschiebung ist auf die Änderung der Bandlückenenergie in GaAs zurückzuführen, die bei höheren Temperaturen abnimmt. Die Verringerung der Intensität der Peaks lässt sich dadurch erklären, dass sich die Elektronen und Löcher durch die thermische Anregung freier in den Bändern bewegen und auf nicht strahlende Weise rekombinieren können. Unter Verwendung einiger der in der theoretischen Einführung besprochenen Konzepte ist es möglich, die Probendaten zu verwenden, um die Temperatur zu messen, bei der jede Messung durchgeführt wurde. Leider haben wir bei der Einrichtung des automatischen Messgeräts einen Fehler gemacht und zu lange mit jeder Messung gewartet, so dass wir einen Datensatz erhalten haben, der kaum die Peaks der Exitonvernichtung zeigt, die für unsere Berechnungen perfekt gewesen wären, da sie nahe der Bandlückenenergie liegen.

Stattdessen wurden die Peaks des zehnten Quantentopfs verwendet, die um die Energie des Quantentopfs korrigiert wurden:

$\lambda[nm]$	Egap[eV]	Temperature[K]
813.2	1.517375	26
814.8	1.5143	46
816	1.5124	56
816.7	1.51149	61
818.5	1.50742	77
824	1.497475	112

Die erhaltenen Werte scheinen plausibel zu sein, auch wenn nicht genügend Punkte und signifikante Werte für die Lumineszenz erfasst wurden, um eine sinnvolle Beziehung zwischen Temperatur und Lumineszenz abzuleiten, die vermutlich exponentiell abnimmt.

3 Fazit

Abgesehen von einigen Problemen mit dem letzten Experiment waren unsere Versuche insgesamt erfolgreich. Wir haben viel über das Verhalten endlicher Quantentopfe gelernt und darüber, wie man sie erzeugen und ihre Energieeigenwerte mit verschiedenen Produktionstechniken beeinflussen kann. Es wurde auch viel über die Methoden der Photolumineszenzuntersuchung von Quantensystemen gelernt. Es war wirklich interessant, eines der Themen, die täglich in den Quantenmechanik-Kursen behandelt werden, hautnah zu erleben, und wir können diesen Versuch stark empfehlen.

4 Anhang:Code

```
import numpy as np
mwe=6.1e-32
mbe=8.55e-32
#3.61e-31 heavy
#7.93e-32 light
mwl=3.61e-31
#3.10e-31 heavy
#9.76e-32 light
mbl=3.10e-31

"""

lambda: 723 Ev: 1.715
lambda: 738 Ev: 1.681
lambda: 748 Ev: 1.658
lambda: 756 Ev: 1.641
lambda: 766 Ev: 1.619
lambda: 778 Ev: 1.594
lambda: 786 Ev: 1.578
lambda: 804 Ev: 1.543
lambda: 812 Ev: 1.527
"""

ve=0.260
vl=0.140
e_ex=0.0093
#e_ph=[1.715,1.681,1.658,1.641,1.619,1.594,1.578]
#e_ph=[1.578,1.543,1.527]
e_gap=1.519
#e_rest= e_ph-e_gap+e_ex
#print(e_rest)
hbar=1.05457168236e-34
evTojoule=1.60217653e-19

def d_of_ln(x):
    return (2*(hbar)/np.sqrt(2*mwe*x*evTojoule))*np.arctan(np.sqrt(mwe*(ve-x)/(mbe*x)))

def d_of_vln(x):
    return (2*(hbar)/np.sqrt((2*mwl*x*evTojoule)))*np.arctan(np.sqrt(mwl*(vl-x)/(mbl*x)))

def eligible_pair(linspace,linspace2,boundary):
    #print("Triggered")
```

```

upper_bound=(boundary*0.001)+boundary
lower_bound=boundary-(boundary*0.001)
for i in linspace:
    for l in linspace2:
        ubound=d_of_vln(l)+d_of_vln(l)*0.001
        dbound=d_of_vln(l)-d_of_vln(l)*0.001
        if((i+l<upper_bound and i+l>lower_bound) and (d_of_ln(i)<ubound and
            d_of_ln(i)>dbound)):
            value_a = d_of_ln(i)
            #print(f"found elegible pair:{i}(lb) and {l}(vb) sum:{i+l}")
            #print(f"d_lb: {d_of_ln(i)} d_lb: {d_of_vln(l)}")
            #print("")
            return i,l,((value_a)*(10**9))
    return False

# search for e_ph=[1.715,1.681,1.658,1.641,1.619,1.594,1.578]
e_ph=[1.715,1.681,1.658,1.641,1.619,1.594,1.578]
a_lin=np.linspace(0.04,0.150,2000)
b_lin=np.linspace(0.007,0.06,2000)
print("| E_ph | E_lb | E_vb | d[nm] |")
for i in e_ph:
    #print(i)
    e_rest= i-e_gap+e_ex
    E_lb,E_vb,d=elegible_pair(a_lin,b_lin,e_rest)
    print(f"|{i:.4f}|{E_lb:.4f}|{E_vb:.4f}|{d:.4f}|")

# search for e_ph=[1.578,1.543,1.527]
e_ph=[1.578,1.543,1.527]
a_lin=np.linspace(0.001,0.0542,2000)
b_lin=np.linspace(0.001,0.0141,2000)
for i in e_ph:
    #print(i)
    e_rest= i-e_gap+e_ex
    E_lb,E_vb,d=elegible_pair(a_lin,b_lin,e_rest)
    print(f"|{i:.4f}|{E_lb:.4f}|{E_vb:.4f}|{d:.4f}|")

```

Abbildungsverzeichnis

1	Vergleich der Energiebänder bei Metallen, Halbleitern und Isolatoren [2]	2
2	Übergang eines Elektrons im direkten Halbleiter (links) und die Auswirkung verschiedener Arten von Löchern auf die Bandstruktur (rechts) [1].	3
3	Anordnung der Leitungs- und Valenzbandkante als Funktion des Ortes bei Heterostrukturen. Links: GaAs auf $Al_xGa_{1-x}As$ Rechts: Eine dünne Schicht GaAs der Dicke d ist in $Al_xGa_{1-x}As$ eingebettet und führt zur Ausbildung von rechteckigen Potentialtopfen für Elektronen und Löcher. [1]	3
4	Wellenfunktionen der ersten drei quantisierten Energieniveaus im Quantentopf mit unendlicher Tiefe (links) und endlicher Tiefe (rechts). [1]	4
5	Erlaubte Interbandübergänge in einem Quantentopf. In Fettdruck dargestellte Pfeile sind die wahrscheinlichsten Übergänge $\Delta n = 0$. Gezeigt sind nur die Übergänge für eine Lochsorte. [1]	6
6	Gemessenes Spektrum der Probe P1, schwarz markierte Peaks zeigen Quantentopfe, rot markierte Peaks zeigen andere Merkmale des Spektrums	7
7	Breite eines Quantentopfes in Abhängigkeit von seiner Grundzustandsenergie, sowohl für Valenzband als auch für Leitungsband	8
8	Peaks des neunten Quantentopfs für Proben, die auf verschiedenen Sektoren eines ungleichmäßig gewachsenen Wafers genommen wurden	9
9	Schematische Darstellung des Wafers mit Markierung der Entnahmestellen der Proben, die vermutete Aluminiumeintrittsstelle ist rot markiert	10
10	Peaks des zehnten Quantentopfs zu verschiedenen Zeitpunkten des Erwärmungsprozesses	10

Literaturverzeichnis

- [1] *Optik an 2D-Quantenfilmen*. Universität Regensburg.
- [2] Wikipedia. Halbleiter. <https://de.wikipedia.org/wiki/Halbleiter>. (accessed 18.03.2022).
- [3] Wikipedia. Lumineszenz. <https://de.wikipedia.org/wiki/Lumineszenz>. (accessed 21.03.2022).