

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

**Лабораторна робота №4**  
З дисципліни «Методи оптимізації та планування»  
**Проведення трьох факторного експерименту**  
**при використанні рівняння регресії з урахуванням ефекту взаємодії**

ВИКОНАВ:  
Студент II курсу ФІОТ  
Групи ІВ-91  
Каптур М.І. - 9112

ПЕРЕВІРИВ:  
асистент  
Регіда П.Г.

Київ 2021 р.

**Мета:**

Провести повний трьохфакторний експеримент. Знайти рівняння регресії адекватне об'єкту.

**Варіант завдання:**

| Варіант | X <sub>1</sub> |     | X <sub>2</sub> |     | X <sub>3</sub> |     |
|---------|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|
|         | min            | max | min            | max | min            | max |
| 112     | 10             | 60  | -70            | -10 | 60             | 70  |

**Лістинг програми:**

```
import random, math
import numpy as np
from scipy.stats import f, t
from functools import partial

m = 3
N = 8
x1min, x2min, x3min = 10, -70, 60
x1max, x2max, x3max = 60, -10, 70

X_max = [x1max, x2max, x3max]
X_min = [x1min, x2min, x3min]

x_av_min = (x1min + x2min + x3min) / 3
x_av_max = (x1max + x2max + x3max) / 3
Y_max = int(round(200 + x_av_max, 0))
Y_min = int(round(200 + x_av_min, 0))
X0 = 1

X_matr = [[-1, -1, -1], [-1, -1, 1], [-1, 1, -1], [-1, 1, 1], [1, -1, -1],
           [1, -1, 1], [1, 1, -1], [1, 1, 1]]
x_12_13_23 = [[1, 1, 1], [1, -1, -1], [-1, 1, -1], [-1, -1, 1], [-1, -1, 1],
               [-1, 1, -1], [1, -1, -1], [1, 1, 1],]
x_123 = [-1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1]
x_for_beta = [[1, -1, -1, -1], [1, -1, -1, 1], [1, -1, 1, -1], [1, -1, 1, 1],
               [1, 1, -1, -1], [1, 1, -1, 1], [1, 1, 1, -1], [1, 1, 1, 1]]
X_matr_natur = [[10, -70, 60], [10, -70, 70], [10, -10, 60], [10, -10, 70],
                 [60, -70, 60], [60, -70, 70], [60, -10, 60], [60, -10, 70],]
x_12_13_23_natur = [[X_matr_natur[j][0] * X_matr_natur[j][1],
                      X_matr_natur[j][0] * X_matr_natur[j][2],
                      X_matr_natur[j][1] * X_matr_natur[j][2]] for j in
range(N)]
x_123_natur = [X_matr_natur[j][0] * X_matr_natur[j][1] * X_matr_natur[j][2]
for j in range(N)]

flag = False
while not flag:
    Y_matr = [[random.randint((Y_min), (Y_max)) for i in range(m)] for j in
range(N)]

    Y_average = [sum(j) / m for j in Y_matr]

    results_nat = [
        sum(Y_average),
        sum([Y_average[j] * X_matr_natur[j][0] for j in range(N)]),
        sum([Y_average[j] * X_matr_natur[j][1] for j in range(N)]),
        sum([Y_average[j] * X_matr_natur[j][2] for j in range(N)]),
        sum([Y_average[j] * x_12_13_23_natur[j][0] for j in range(N)]),
        sum([Y_average[j] * x_12_13_23_natur[j][1] for j in range(N)]),
```

```

sum([Y_average[j] * x_12_13_23_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([Y_average[j] * x_123_natur[j] for j in range(N)]),
]

mj0 = [N,
sum([X_matr_natur[j][0] for j in range(N)]),
sum([X_matr_natur[j][1] for j in range(N)]),
sum([X_matr_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][0] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][1] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
]
mj1 = [sum([X_matr_natur[j][0] for j in range(N)]),
sum([X_matr_natur[j][0] ** 2 for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][0] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][1] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * X_matr_natur[j][2] for j in
range(N)]),
sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][2] for j in
range(N)]),
]
mj2 = [sum([X_matr_natur[j][1] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][0] for j in range(N)]),
sum([X_matr_natur[j][1] ** 2 for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * X_matr_natur[j][0] for j in
range(N)]),
sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * X_matr_natur[j][2] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][1] for j in
range(N)]),
]
mj3 = [sum([X_matr_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][1] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([X_matr_natur[j][2] ** 2 for j in range(N)]),
sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][0] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][0] for j in
range(N)]),
]
mj4 = [sum([x_12_13_23_natur[j][0] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * X_matr_natur[j][0] for j in
range(N)]),
sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
sum([x_12_13_23_natur[j][0] ** 2 for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][2] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(x_12_13_23_natur[j][0] ** 2) * X_matr_natur[j][2] for j in
range(N)]),
]
mj5 = [sum([x_12_13_23_natur[j][1] for j in range(N)]),

```

```

        sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * X_matr_natur[j][2] for j in
range(N)]),
        sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
        sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][0] for j in
range(N)]),
        sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][2] for j in
range(N)]),
        sum([x_12_13_23_natur[j][1] ** 2 for j in range(N)]),
        sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][0] for j in
range(N)]),
        sum([(x_12_13_23_natur[j][1] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
    ]
    mj6 = [sum([x_12_13_23_natur[j][2] for j in range(N)]),
sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * X_matr_natur[j][2] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][0] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(x_12_13_23_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][0] for j in
range(N)]),
    ]
    mj7 = [sum([x_123_natur[j] for j in range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][0] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][2] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][1] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(X_matr_natur[j][2] ** 2) * x_12_13_23_natur[j][0] for j in
range(N)]),
sum([(x_12_13_23_natur[j][0] ** 2) * X_matr_natur[j][2] for j in
range(N)]),
sum([(x_12_13_23_natur[j][1] ** 2) * X_matr_natur[j][1] for j in
range(N)]),
sum([(x_12_13_23_natur[j][2] ** 2) * X_matr_natur[j][0] for j in
range(N)]),
sum([x_123_natur[j] ** 2 for j in range(N)])
    ]

    B_nat1 = np.linalg.solve([mj0, mj1, mj2, mj3, mj4, mj5, mj6, mj7],
results_nat) # list of B's
    B_nat = list(B_nat1)

    B_norm = [
        sum(Y_average) / N,
        sum([Y_average[j] * X_matr[j][0] for j in range(N)]) / N,
        sum([Y_average[j] * X_matr[j][1] for j in range(N)]) / N,
        sum([Y_average[j] * X_matr[j][2] for j in range(N)]) / N,
        sum([Y_average[j] * x_12_13_23[j][0] for j in range(N)]) / N,
        sum([Y_average[j] * x_12_13_23[j][1] for j in range(N)]) / N,
        sum([Y_average[j] * x_12_13_23[j][2] for j in range(N)]) / N,
        sum([Y_average[j] * x_123[j] for j in range(N)]) / N,
    ]

    print("Матриця планування експерименту:")
    print("N      " + "x1  " + "x2  " + "x3      " + "Y1" + " " * 8 + "Y2" + " " *
8 + "Y3")
    for i in range(N):
        print("{0:=d} {1:=4d} {2:=3d} {3:=3d} {4:=9.5f} {5:=9.5f}")

```

```

{6:=9.5f}").format(i + 1,X_matr[i][0], X_matr[i][1], X_matr[i][2],
Y_matr[i][0], Y_matr[i][1], _matr[i][2]))
print('##' * 40, '\n')

def criterion_of_Student(value, criterion, check):
    if check < criterion:
        return 0
    else:
        return value

y1_nat = B_nat[0] + B_nat[1] * X_matr_natur[0][0] + B_nat[2] *
X_matr_natur[0][1] + B_nat[3] * X_matr_natur[0][2] + \
    B_nat[4] * x_12_13_23_natur[0][0] + B_nat[5] *
x_12_13_23_natur[0][1] + B_nat[6] * x_12_13_23_natur[0][2] + \
    B_nat[7] * x_123_natur[0]
y1_norm = B_norm[0] + B_norm[1] * X_matr[0][0] + B_norm[2] * X_matr[0][1]
+ B_norm[3] * X_matr[0][2] + B_norm[4] * \
    x_12_13_23[0][0] + B_norm[5] * x_12_13_23[0][1] + B_norm[6] *
x_12_13_23[0][2] + B_norm[7] * x_123[0]

dx = [(X_max[i] - X_min[i]) / 2) for i in range(3)]
A = [sum(Y_average) / len(Y_average), B_nat[0] * dx[0], B_nat[1] * dx[1],
B_nat[2] * dx[2]]

S_kv = [(sum([(Y_matr[i][j] - Y_average[i]) ** 2) for j in range(m)]) /
m) for i in range(N)]

Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)

f1 = m - 1
f2 = N
p = .95
q = 1 - p
# for N=8
Gt_dict = {2: 5157, 3: 4377, 4: 3910, 5: 3595, 6: 3362, 7: 3185, 8: 3043,
9: 2926, 10: 2829, 16: 2462}

def kohren(f1=f1, f2=f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)

Gt = kohren()

if Gp < Gt:
    print('Дисперсії однорідні')

    flag = False
else:
    print('Дисперсії неоднорідні')
    m += 1
S_average = sum(S_kv) / N

S2_beta_s = S_average / (N * m)

S_beta_s = S2_beta_s ** .5

beta = [(sum([x_for_beta[j][i] * Y_average[j] for j in range(N)]) / N)
for i in range(4)]
ts = [(math.fabs(beta[i]) / S_beta_s) for i in range(4)]
tabl_Stud = [

```

```

12.71,
4.303,
3.182,
2.776,
2.571,
2.447,
2.365,
2.306,
2.262,
2.228,
2.201,
2.179
]
f3 = f1 * f2

student = partial(t.ppf, q=1 - 0.025)
criterion_of_St = student(df=f3)

result_2 = [criterion_of_Student(B_nat[0], criterion_of_St, ts[0]) +
             criterion_of_Student(B_nat[1], criterion_of_St, ts[1]) *
X_matr_natur[i][0] +
             criterion_of_Student(B_nat[2], criterion_of_St, ts[2]) *
X_matr_natur[i][1] +
             criterion_of_Student(B_nat[3], criterion_of_St, ts[3]) *
X_matr_natur[i][2] for i in range(N)]

znach_koef = []
for i in ts:
    if i > criterion_of_St:
        znach_koef.append(i)
    else:
        pass

d = len(znach_koef)
f4 = N - d
f3 = (m - 1) * N

deviation_of_adequacy = (m / (N - d)) * sum([(result_2[i] - Y_average[i])
** 2 for i in range(N)])

Fp = deviation_of_adequacy / S2_beta_s

fisher = partial(f.ppf, q=1 - 0.05)
Ft = fisher(dfn=f4, dfd=f3)

print("Значення після критерія Стюдента:")
print("Y1 = {0:.3f}; Y2 = {1:.3f}; Y3 = {2:.3f}; Y4 =
{3:.3f}.".format(result_2[0],
result_2[1],
result_2[2],
result_2[3]))
print("Y1a = {0:.3f}; Y2a = {1:.3f}; Y3a = {2:.3f}; Y4a =
{3:.3f}.".format(Y_average[0],
Y_average[1],
Y_average[2],
Y_average[3]))

if Fp > Ft:

```

```

        print('Fp = {} > Ft = {}'.format(round(Fp, 3), Ft))
        print('Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості
{}'.format(round(q, 2)))
    else:
        print('Fp = {} < Ft = {}'.format(round(Fp, 3), Ft))
        print('Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості
{}'.format(round(q, 2)))
        flag = True

```

### Результат виконання роботи:

```

Дисперсії однорідні
Значення після критерія Стюдента:
Y1 = 202.234;   Y2 = 202.234;   Y3 = 202.234;   Y4 = 202.234.
Y1a = 205.667;   Y2a = 215.667;   Y3a = 225.333;   Y4a = 221.000.
Fp = 304.843 > Ft = 2.6571966002210865
Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05
Матриця планування експерименту:
N   x1  x2  x3   Y1      Y2      Y3
1 -  1 -  1 -  1 216.00000 208.00000 230.00000
2 -  1 -  1   1 225.00000 235.00000 234.00000
3 -  1   1 -  1 220.00000 210.00000 229.00000
4 -  1   1   1 233.00000 221.00000 235.00000
5   1 -  1 -  1 204.00000 221.00000 228.00000
6   1 -  1   1 215.00000 231.00000 240.00000
7   1   1 -  1 213.00000 236.00000 215.00000
8   1   1   1 218.00000 237.00000 236.00000
#####

Дисперсії однорідні
Значення після критерія Стюдента:
Y1 = 218.344;   Y2 = 230.345;   Y3 = 218.344;   Y4 = 230.345.
Y1a = 218.000;   Y2a = 231.333;   Y3a = 219.667;   Y4a = 229.667.
Fp = 2.507 < Ft = 2.741310828338778
Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05

```

### Висновок:

В даній лабораторній роботі я провів повний трьох факторний експеримент з трьома статистичними.