În cadrul acestui task, ne propunem să analizăm și să comparăm performanțele mai multor metode de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare, utilizate în optimizarea numerică. Sunt evaluate atât metode directe, cât și metode iterative, prin prisma criteriilor de convergență, precizie, complexitate computațională și scalabilitate.

Algoritmii analizați

1. **Eliminarea Gauss**
   Este o metodă directă ce transformă sistemul Ax=bAx = bAx=b într-un sistem triunghiular superior, urmat de substituție inversă. Este precisă, dar poate deveni ineficientă pentru sisteme mari sau matrici sparse.

2. **Jacobi**
   Metodă iterativă potrivită pentru matrici diagonal dominante. Fiecare componentă a soluției este calculată independent, bazându-se doar pe valorile anterioare. Prezintă o convergență mai lentă decât Gauss-Seidel, dar este ușor de paralelizat.

3. **Gauss-Seidel**
   O îmbunătățire a metodei Jacobi, care folosește imediat valorile actualizate. Are o convergență mai rapidă și este recomandată pentru probleme sparse, însă este sensibilă la ordinea ecuațiilor.

4. **Least-Squares (LS)**
   Se aplică sistemelor supradeterminate și oferă o soluție care minimizează eroarea pătratică // Ax−b // 2\|Ax - b\|^2 // Ax−b // 2. Este utilă în regresii liniare sau în contexte cu date experimentale zgomotoase.

5. **Algoritmul Kaczmarz**
   Metodă iterativă bazată pe proiecții succesive pe hiperplane, foarte eficientă în sisteme mari și sparse. Poate convergen rapid în practică, mai ales în implementări stocastice.

6. **Descompunerea LU**
   Metodă directă ce implică factorizarea matricii A în produsul a două matrici triunghiulare L și U. Este eficientă pentru rezolvări multiple cu aceleași coeficiente A, dar vectori b diferiți.

Criterii de comparație

Metodă	Tip	Precizie	Convergență	Cost Computațional	Scalabilitate	Stabilitate
Eliminare Gauss	Directă	Exactă	-	Ridicat ($O(n^3)$)	Redusă	Bună

Jacobi	Iterativă	Aproximativă	Lentă	Redus (pe iter.)	Bună	Depinde de A
Gauss-Seidel	Iterativă	Aproximativă	Mai rapidă	Redus (pe iter.)	Bună	Mai sensibilă
Least-Squares	Directă	Minime pătrate	-	Mediu	Bună	Stabilă
Kaczmarz	Iterativă	Aproximativă	Rapidă	Foarte redus	Excelentă	Bună
Descompunere LU	Directă	Exactă	-	Ridicat ($O(n^3)$)	Redusă	Stabilă dacă A bine condiționată

Concluzii

- Pentru **sisteme mici și dense**, metodele directe (Gauss, LU) oferă soluții rapide și precise.
- Pentru **sisteme mari și sparse**, metodele iterative (Jacobi, Gauss-Seidel, Kaczmarz) sunt preferabile datorită eficienței computaționale.
- **Algoritmul Kaczmarz** se remarcă prin simplitate și performanță în practică.
- **Metoda Least-Squares** este indispensabilă în cazurile în care sistemul nu are soluție exactă, fiind esențială în modelarea datelor.