

1. Для уравнения $y' = f(x, y)$ построить разностную схему

$$\frac{y_k - y_{k-2}}{2h} = a_1 f_k + a_0 f_{k-1} + a_{-1} f_{k-2}$$

с наивысшим порядком аппроксимации на решении. Определить этот порядок.

Указание. Выполнить разложения в ряд Тейлора слагаемых в левой и правой частях, привести подобные слагаемые отдельно в левой и правой частях и применить метод неопределенных коэффициентов. Для трех неизвестных a_1, a_0, a_{-1} записать три алгебраических уравнения.

2. Исследовать устойчивость разностной схемы при $\theta \in [0, 1]$. Использовать условие корней для однородного разностного уравнения:

$$\theta \frac{y_{k+1} - y_k}{h} + (1 - \theta) \frac{y_k - y_{k-1}}{h} = f_k.$$