

Correlación

Extracto de “Visión por Computador. Fundamentos y métodos”. Arturo de la Escalera. Prentice Hall, 2001

Copia para el alumno con fines didácticos

4.1.2. Correlación.

La correlación $g(x)$ entre dos funciones $f(x)$ y $h(x)$ es:

$$g(x, y) = h(x, y) \circ f(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{i=\infty} \sum_{j=-\infty}^{j=\infty} f^*(i, j) h(x + i, y + j)$$

donde f^* es el complejo conjugado¹. En la imagen 4.3 puede verse la correlación entre dos señales. El funcionamiento es parecido al de la convolución. Así, si se tienen las funciones:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 2 & 1 < x < 3 \\ 1 & 3 < x < 4 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} 2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Entonces, el resultado es:

$$-1 < x < 0$$

$$g(x) = \int_0^{x+1} 2 \cdot 1 \, di = 2(x + 1)$$

$$0 < x < 1$$

$$g(x) = \int_0^1 2 \cdot 1 \, di + \int_1^{x+1} 2 \cdot 2 \, di = 2 + 4x$$

$$1 < x < 2$$

$$g(x) = \int_{x-1}^1 2 \cdot 1 \, di + \int_1^{x+1} 2 \cdot 2 \, di = 4 + 2x$$

$$2 < x < 3$$

$$g(x) = \int_{x-1}^3 2 \cdot 2 \, di + \int_3^{x+1} 2 \cdot 1 \, di = 12 - 2x$$

$$3 < x < 4$$

$$g(x) = \int_{x-1}^3 2 \cdot 2 \, di + \int_3^4 2 \cdot 1 \, di = 18 - 4x$$

$$4 < x < 5$$

$$g(x) = \int_{x-1}^4 2 \cdot 1 \, di = 2(5 - x)$$

Observando el resultado anterior puede deducirse que una posible aplicación de la correlación es la localización de un patrón dentro de una imagen, ya que el valor donde la correlación es máxima corresponde a las coordenadas donde ese patrón se encuentra (figura 4.4). Si embargo si se toma el segundo caso de la misma figura se ve que si un objeto engloba a otro dará la misma respuesta. Otro caso en el que la

¹ En el caso de imágenes, al ser números reales f^* es igual a f .

correlación fallaría sería si buscamos un objeto grande y oscuro si también está presente otro objeto más pequeño, pero mucho más claro. Para solucionar esto se tiene la *correlación normalizada*, que evita además posibles cambios en los niveles de gris entre el modelo que se busca y el objeto presente en la imagen.

$$g(x,y) = \frac{\sum_i \sum_j (f(x+i, y+i) - \bar{f})(h(i,j) - \bar{h})}{\sqrt{\sum_j \sum_j (f(x+i, y+i) - \bar{f})^2 \sum_j \sum_j (h(i,j) - \bar{h})^2}}$$

En la figura 4.5 puede verse el uso de la correlación normalizada. En este caso se trata de buscar un componente electrónico en la imagen. Puede observarse que la correlación no es inmune a cambios en la escala, ni a la rotación del objeto.

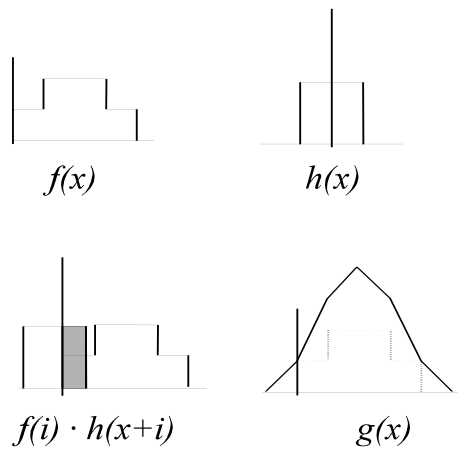


Figura 4.3. Correlación.

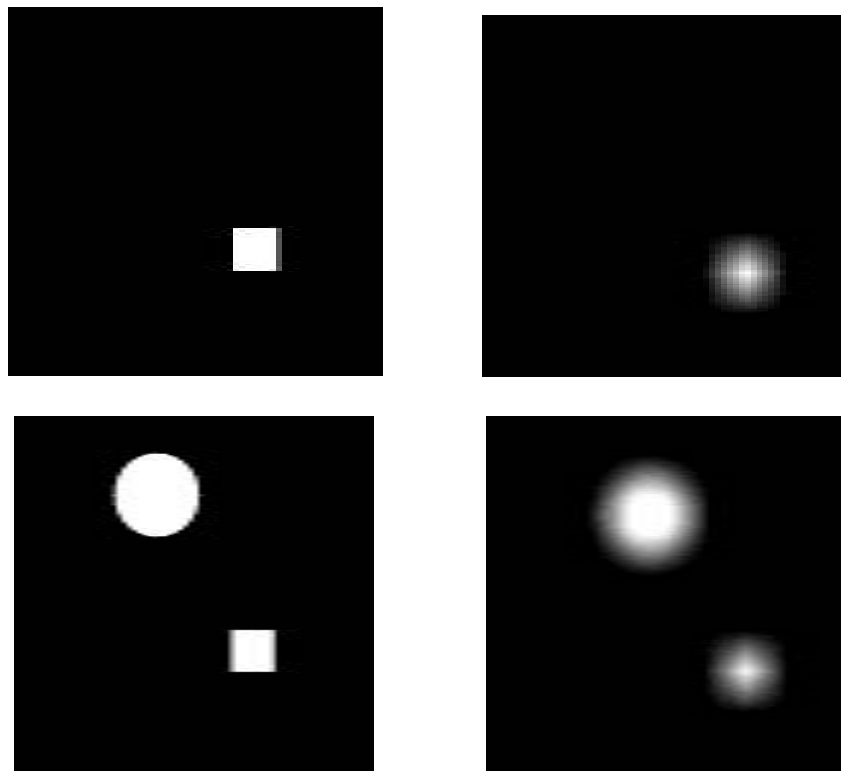


Figura 4.4 Detección de un cuadrado mediante correlación.

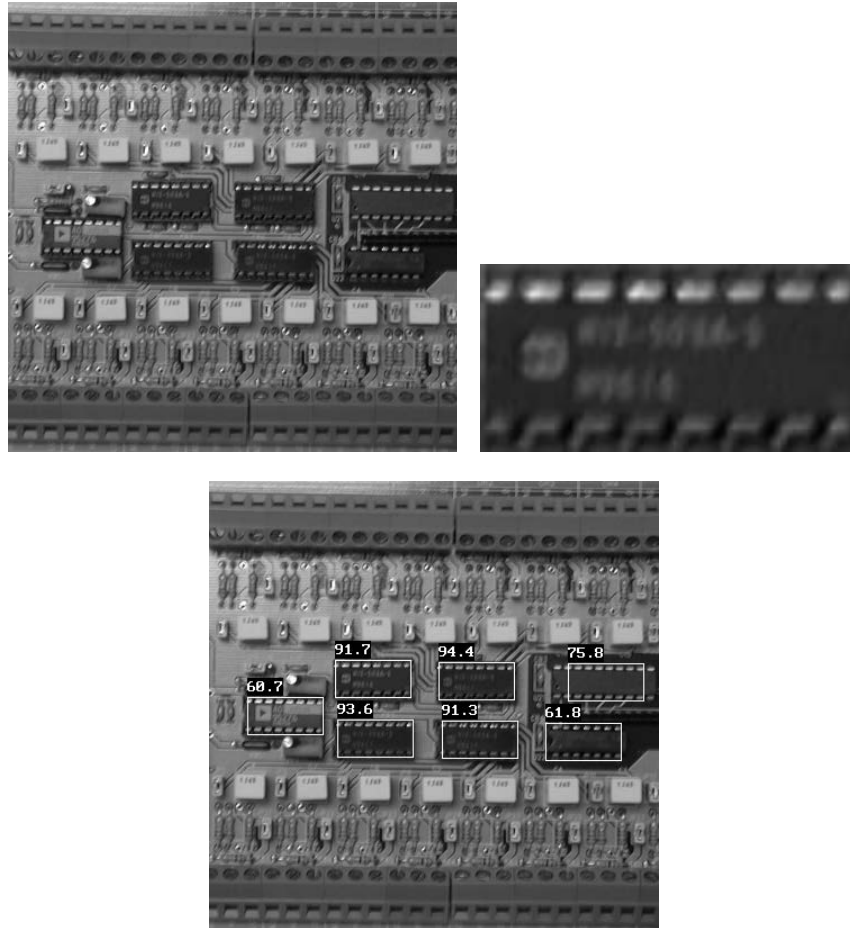


Figura 4.5. Correlación normalizada. (a) imagen (b) modelo ampliado (c) resultados de la correlación normalizada