Grundbegriffe der Informatik Aufgabenblatt 11

Matr.nr.:				
Nachname:				
Vorname:				
Tutorium:	Nr.	Name des Tutors:		
Ausgabe:	14. Januar 20	015		
Abgabe:	23. Januar 20	anuar 2015, 12:30 Uhr		
	im GBI-Briefkasten im Untergeschoss			
von Gebäude 50.34				
Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie				
• rechtzeitig,				
 in Ihrer eigenen Handschrift, 				
 mit dieser Seite als Deckblatt und 				
• in der oberen linken Ecke zusammengeheftet				
abgegeben werden.				
Vom Tutor auszufüllen:				
erreichte Punkte				
Blatt 11:		/ 17 + 0		
Blätter 1 – 11	L:	/ 188 + 21		

Aufgabe 11.1 (2 + 1 + 4 = 7 Punkte)

Der ebenso geniale wie umsichtige Wissenschaftler und Superbösewicht Doktor Meta ist besorgt. Nach seiner (verspäteten) Rückkehr bezog er sofort wieder seine geheime unterirdische Basis unter den Straßen von Karlsruhe. Nun hat er die Vermutung, dass seine Schergen vertrauliche Informationen über ihn preisgeben. Mit Hilfe einer amerikanischen Sicherheitsbehörde hört er ihren E-Mail-Verkehr ab und kommt zu dem Schluss, dass ungerade Ziffern sowie nicht durch zwei oder drei teilbare Anzahlen des Buchstaben a besonders problematisch sind. Um zu verhindern, dass die Schergen weiterhin derart empfindliche Daten weitergeben, muss er diese E-Mails entweder blockieren oder verändern.

a) Geben Sie graphisch einen endlichen Mealy-Automaten $\mathcal{A} = (Z, z_0, X, f, Y, h)$ mit $X = Z_{10}$ und $Y = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ an so, dass die Abbildung

$$X^* \to Y^*,$$
 $w \mapsto g^{**}(z_0, w),$

der Homomorphismus $\varphi \colon X^* \to Y^*$ ist, welcher eindeutig festgelegt ist durch

$$\forall x \in Y : \varphi(x) = x,$$
$$\forall x \in X \backslash Y : \varphi(x) = \epsilon.$$

- b) Was ist die kleinste Anzahl an Zuständen, die benötigt werden, um die vorangegangene Teilaufgabe mit einem Moore- anstelle eines Mealy-Automaten zu lösen?
- c) Geben Sie graphisch einen endlichen Akzeptor $\mathcal{A} = (Z, z_0, X, f, F)$ mit $X = \{a, b\}$ an so, dass die von \mathcal{A} akzeptierte formale Sprache $L(\mathcal{A})$ die formale Sprache

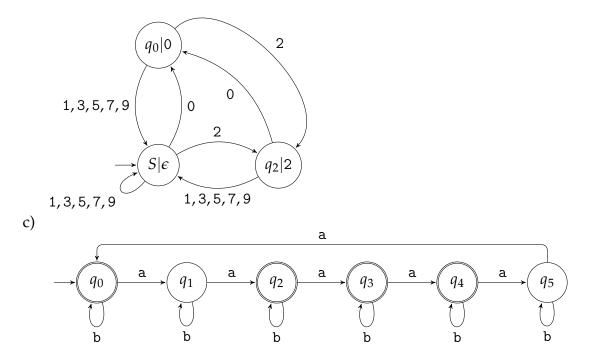
$$\{w\in X^*\mid \exists n\in\mathbb{N}_0:N_\mathtt{a}(w)\in\{2n,3n\}\}$$

ist, wobei $N_{\rm a}(w)$ die Anzahl der Vorkommen von a in w bezeichne.

Lösung 11.1

a)
$$2|2 4|4 0|0 6|6 8|8 1|\epsilon, 3|\epsilon, 5|\epsilon, 7|\epsilon, 9|\epsilon$$

b) Es sind mindestens 6 Zustände notwendig, nämlich je einen für die Ausgaben 0, 2, ..., 8 und einen für die Ausgabe ϵ . Diese Anzahl an Zuständen ist außerdem hinreichend, wie der folgende Moore-Automat andeutet, bei dem die Zustände für die Ausgaben 4, 6 und 8 und die entsprechenden Kanten aus Platzgründen nicht aufgeführt sind.



Aufgabe 11.2 (2 + 6 = 8 Punkte)

Es sei $D=Z_{10}$, es sei $A=\{a,b,c,\ldots,z\}$ und es sei $S=\{\ldots,\}$. Weiter sei $L_B=A\cdot (A\cup D)^*$ die Sprache aller Bezeichner, es sei $L_F=D^+\cdot \{.\}\cdot D^+\cdot \{f\}$ jene aller Fließkommazahlen und es sei $L_U=(D\cup A\cup \{.\})^*\setminus (L_B\cup L_F)$ jene aller andersgearteten Wörter.

Die Abbildung $\varphi: (D \cup A \cup S)^* \to \{B, F, U\}^*$ sei induktiv definiert durch

$$\forall v \in (D \cup A \cup \{.\})^* : \varphi(v) = \epsilon,$$

$$\forall v \in (D \cup A \cup \{.\})^* : \varphi(v;) = \begin{cases} \mathsf{B}, & \text{falls } v \in L_B, \\ \mathsf{F}, & \text{falls } v \in L_F, \\ \mathsf{U}, & \text{falls } v \in L_U, \end{cases}$$

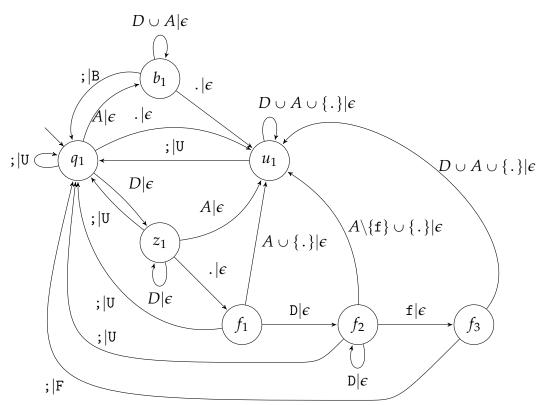
$$\forall v \in (D \cup A \cup \{.\})^* : \forall w \in (D \cup A \cup S)^* : \varphi(v;w) = \varphi(v;) \cdot \varphi(w).$$

- a) Geben Sie φ (;), φ (42.0f), φ (42.0f;) und φ (42i;0.33f;int;0.3141;) an.
- b) Geben Sie graphisch einen endlichen Mealy-Automaten $\mathcal{A}=(Z,z_0,X,f,Y,g)$ an so, dass die Abbildung

$$(D \cup A \cup S)^* \to \{\mathtt{B},\mathtt{F},\mathtt{U}\}^*,$$
$$w \mapsto g^{**}(z_0,w),$$

die Abbildung φ ist. Dabei dürfen Sie für jede Teilmenge M des Eingabealphabets X und jeden Buchstaben y des Ausgabealphabets Y anstelle einer Kante mit der Beschriftung m|y für jedes $m \in M$ abkürzend nur eine Kante mit der Beschriftung M|y zeichnen.

a)
$$\varphi(;) = U$$
 $\varphi(42.0f) = \epsilon$ $\varphi(42.0f;) = F$ $\varphi(42i;0.33f;int;0.3141;) = UFBU$ b)



Aufgabe 11.3 (2 Punkte)

Geben Sie einen endlichen Akzeptor mit Eingabealphabet $X = \{a, b\}$ an, der die formale Sprache aller Wörter über X erkennt, in denen nicht das Teilwort aba vorkommt.

Lösung 11.3

