

# Grundbegriffe der Informatik

## Tutorium 36

Termin 1 | 28.10.2016

Thassilo Helmold

KIT – Karlsruher Institut für Technologie



# Inhalt

Organisatorisches

Information

Mengen

Potenzmengen

Paare

Organisatorisches

Information

Mengen

Potenzmengen

Paare

# Älber mich

Thassilo Helmold  
Informatik, 5. Fachsemester (Bachelor)

# Tutorium

Hier werden die Inhalte der Vorlesung anhand von Beispielen erläutert und angewendet sowie Aufgaben gemeinsam gerechnet. Hier könnt ihr also aktiv werden.

Wichtig: Dies ist **kein** Ersatz für die Vorlesung. Wir können (und werden) nicht alles im Tutorium wiederholen.

Hier könnt ihr Fragen stellen! (Und bekommt auch meistens eine Antwort...)

# Voraussetzungen

- Besuch der Vorlesung oder Ansehen der Aufzeichnung
  - Wirklich!
- Mitarbeit, Fragen stellen
- Interesse an den Inhalten

# Übungsblätter

## Übungsblätter

Die Übungsblätter bitte handschriftlich, mit Deckblatt (Tutoriums-Nummer!) und getackert rechtzeitig abgeben!

Keine Plagiate, keine Gruppenabgabe!

**Achtung:** Dieses Jahr wird es nur ca. 6–7 Blätter geben!  
(Ausgabe alle 2 Wochen, jeweils ~ 2 Wochen Bearbeitungszeit)

## Leistungen

- Übungsschein: 50% aller erreichbarer Punkte  
Wichtig: Versuchen im ersten Semester (da im Zweiten nicht angeboten)!
- Klausur  
Teilnahme auch ohne Übungsschein möglich.

# Kontaktmöglichkeiten

## Tutorium

- Mail: [thassilo.helmold@student.kit.edu](mailto:thassilo.helmold@student.kit.edu)
- Folien bekommt ihr im ILIAS.

## Vorlesung

- Forum: ILIAS
- Bitte alle fachlichen und allgemein organisatorischen Fragen im Forum!
- Dozent: [sebastian.stuecker@kit.edu](mailto:sebastian.stuecker@kit.edu) (Bitte immer Name und Matrikelnummer mit angeben!)



# Ressourcen

- Vorlesungsfolien
- Skript
- Archiv ([gbi.ira.uka.de](http://gbi.ira.uka.de))

# Weitere Ressourcen

- EDX ([edx.org](https://edx.org))
- Coursera ([coursera.org](https://coursera.org))

## Persönliche Empfehlungen

- Design and Analysis of Algorithms (für Algo I)
- From Nand to Tetris
- CS50x

Organisatorisches

Information

Mengen

Potenzmengen

Paare

# Nachricht, Information, ...

## Nachricht

Mitteilung, bei der vom Medium und den Einzelheiten der Signale abstrahiert wird.

## Information

Bedeutung, die einer Nachricht zugeordnet wird (kontextabhängig!).

## Informationsgehalt

Bei gleicher Wahrscheinlichkeit: Anzahl der Elemente...

Naturalis:  $\log_e$

Hartley:  $\log_{10}$

Shannon:  $\log_2$

Mehr dazu in TGI

Organisatorisches

Information

Mengen

Potenzmengen

Paare

# Problem

Wir haben „ein Universum“ an Elementen (Filme, Serien, Schauspieler):

*U* enthält Sherlock, Benedict Cumberbatch, Lea Thompson, Martin Freeman, The Imitation Game, Mark Gatiss, Christopher Lloyd, Crispin Glover, Zurück in die Zukunft, Michael Fox, Keira Knightley, ...

# Mengen

Mengen sind eines der Grundelemente der Mathematik.

Sammelt bitte 5 Minuten lang  
(alleine / mit eurem Nebensitzer / in Kleingruppen)  
alles, was ihr über Mengen bereits wisst.

# Mengen

## Definition

Eine **Menge**  $M$  ist eine Ansammlung verschiedener Objekte. Ein Objekt aus der Menge nennt man ein **Element** der Menge. Man schreibt

$$m \in M \quad M = \{m_1, m_2, m_3\} \quad M = \{m \mid m \geq 0\} \quad M = \emptyset = \{\}$$

Die Reihenfolge der Aufzählung ist dabei irrelevant, Elemente kommen nicht doppelt vor. Die leere Menge  $\emptyset$  enthält keine Elemente.

## Beispiel

Wichtige Mengen sind

$$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C} \quad \mathbb{N}_+, \mathbb{N}_0$$

Es gilt:

$$-5 \in \mathbb{Z} \quad -5 \notin \mathbb{N} \quad \{2, 1, 3, 1, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$



# Teilmengen

## Definition

Die Anzahl der Elemente in einer endlichen Menge (Kardinalität) bezeichnet man mit  $|M|$ . Es gilt

$$|M \cup N| = |M| + |N| - |M \cap N|$$

## Definition

Eine Menge  $N$  ist eine **Teilmenge** von  $M$ , wenn jedes Element aus  $N$  auch in  $M$  enthalten ist.

$$N \subseteq M \iff \forall n \in N : n \in M$$

## Definition

Zwei Mengen  $N$  und  $M$  sind **gleich**, wenn sie die gleichen Elemente enthalten.

$$N = M \iff N \subseteq M \text{ und } M \subseteq N$$

# Teilmengen

## Beispiel

$$|\{1, 2, 3, 2, 1\}| = 3$$

$$|\emptyset| = 0$$

$$\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\{1, 2\} \not\subseteq \{Hund, Katze, Maus\}$$

## Lemma

Es gilt:

$$N \subseteq M \iff N \setminus M = \emptyset$$

# Mengengleichheit: Beispiel

- Sei  $A$  und  $M$  beliebige Mengen. Zeigen Sie das gilt

$$A = \underbrace{(A \setminus M)}_{T_1} \cup \underbrace{(A \cap M)}_{T_2}$$

- Richtung:  $A \subseteq T_1 \cup T_2$
- Wähle  $x \in A$  und wende Fallunterscheidung an
- Fall 1: Ist  $x \in M$  so gilt  $x \in A$  und  $x \in M$ , und damit  $x \in A \cap M = T_2$
- Fall 2 : Ist  $x \notin M$  so gilt  $x \in T_1$  da  $T_1 = \{x \in A \text{ und } x \notin M\}$
- Richtung :  $T_1 \cup T_2 \subseteq A$
- Wähle  $x \in T_1 \cup T_2$ . Dies bedeutet  $x \in T_1$  oder  $x \in T_2$ .
- Fall 1:  $x \in T_1$ . Aus Definition folgt  $x \in A$
- Fall 2:  $x \in T_2$ . Somit  $x \in A$  und  $x \in M$ .

## Zurück zu unserem Problem

$U = \{ \text{Sherlock, Benedict Cumberbatch, Lea Thompson, Martin Freeman, The Imitation Game, Mark Gatiss, Christopher Lloyd, Crispin Glover, Zurück in die Zukunft, Michael Fox, Keira Knightley, ...} \}$

Ordnen wir diese in eine Teilmenge  $M$  für Filme/Serien und jeweils eine Teilmenge  $A_m$  für die Schauspieler eines Films  $m \in M$ .

$M = \{ \text{The Imitation Game, Sherlock, Zurück in die Zukunft} \}$

$A_{\text{Sherlock}} = \{ \text{Benedict Cumberbatch, Martin Freeman, Mark Gatiss} \}$

$A_{\text{ImitationGame}} = \{ \text{Benedict Cumberbatch, Keira Knightley} \}$

$A_{\text{BTTF}} = \{ \text{Michael J. Fox, Christopher Lloyd, Lea Thompson, Crispin Glover} \}$

# Schnitt und Vereinigung

## Definition

Sind  $M$  und  $N$  zwei Mengen, so definiert man

$$M \cap N = \{x \mid x \in M \text{ und } x \in N\} \quad M \cup N = \{x \mid x \in M \text{ oder } x \in N\}$$

als den **Durchschnitt** und die **Vereinigung**.

Zwei Mengen  $M, N$  heißen **disjunkt**, wenn ihr Durchschnitt leer ist, sie also keine gemeinsamen Elemente besitzen.

$$M \cap N = \emptyset$$

## Beispiel

$$\{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\} \quad \{1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$$

# Schnitt und Vereinigung

## Definition

Seien  $A$  und  $B$  zwei beliebige Mengen, so gilt

$$A \setminus B = \{x \in A \text{ und } x \notin B\}$$

## Weitere Beispiele

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\mathbb{N}_+ \cup \{0\} = \mathbb{N}_0$$

# Eine Menge Mengen...

## Aufgabe

Es seien  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{3\}$ ,  $C = \{1, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3\}$  Mengen.

Man berechne folgende Mengen:

$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cap C = \{1\}$$

$$A \setminus C = \{2\}$$

$$B \setminus A = \{3\}$$

$$A \cup (B \setminus C) = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 3\}$$

$$(A \setminus C) \cup B = \{2, 3\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

Organisatorisches

Information

Mengen

Potenzmengen

Paare



## ... in einer Menge! (Potenzmengen)

### Definition

Die **Potenzmenge**  $2^M$  oder auch  $\mathcal{P}(M)$  ist die Menge aller möglicher Teilmengen von  $M$ . Es gilt also

$$2^M = \{N \mid N \subseteq M\}$$

### Beispiel

Betrachten wir nun  $M = \{1, 2, 0\}$ .

Dann gilt

$$2^M = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$$

Beachte: Es gilt immer  $M \in 2^M$  und  $\emptyset \in 2^M$

# Potenzmengen

## Aufgabe

Wie viele Elemente enthält  $2^M$ ?

$$2^{|M|}$$

## Aufgabe

Geben Sie eine Abbildung  $\phi: 2^M \longrightarrow 2^M$  so an, dass für jedes  $L \in 2^M$  und für jedes  $w \in M$  gilt:

$w \in L$  genau dann, wenn  $w \notin \phi(L)$ .

$$\begin{aligned}\phi: 2^M &\longrightarrow 2^M, \\ L &\mapsto M \setminus L.\end{aligned}$$

## Zurück zu unserem Problem

Ordnen wir diese in eine Teilmenge  $M$  für Filme/Serien und jeweils eine Teilmenge  $A_m$  für die Schauspieler eines Films  $m \in M$ .

$M = \{ \text{The Imitation Game, Sherlock, Zurück in die Zukunft} \}$

$A_{\text{Sherlock}} = \{ \text{Benedict Cumberbatch, Martin Freeman, Mark Gatiss} \}$

$A_{\text{ImitationGame}} = \{ \text{Benedict Cumberbatch, Keira Knightley} \}$

$A_{\text{BTTF}} = \{ \text{Michael J. Fox, Christopher Lloyd, Lea Thompson, Crispin Glover} \}$

$A_{\text{Sherlock}} \cap A_{\text{ImitationGame}} = \{ \text{Benedict Cumberbatch} \}$

Organisatorisches

Information

Mengen

Potenzmengen

Paare

# Paare

## Definition

Seien  $A$  und  $B$  zwei Mengen und  $a \in A$ ,  $b \in B$ .

$$(a, b)$$

heißt **Paar** mit der ersten Komponente  $a$  und der zweiten Komponente  $b$ .

In Paaren können Elemente mehrfach vorkommen, und die Reihenfolge der Elemente ist wichtig.

## Beispiel

$$(KI, T) = (KI, T) \quad (KI, T) \neq (T, KI) \quad (1, 1)$$

# Paare

Das Konzept der Paare lässt sich auf das Konzept der Mengen zurückführen.

## Aufgabe

Gegeben sei die Menge  $M = \{m_1, m_2\}$ .

Wie kann man die Paare  $(m_1, m_2)$  und  $(m_2, m_1)$  eindeutig darstellen, nur unter Verwendung von Mengen und  $m_1, m_2$ ?

## Lösung

Wir definieren:

$$(m_1, m_2) := \{m_1, m_2, \{m_1\}\} \text{ und } (m_2, m_1) := \{m_1, m_2, \{m_2\}\}$$

## Was ihr nun wissen solltet

- wie man mit Mengen umgeht
- wie man mit noch mehr Mengen umgeht
- was Paare sind

## Was nächstes Mal kommt

- wie man mehr als zwei Elemente geordnet zusammenbringt (Tupel)
- wie man mit Relationen Ordnung in das Chaos bringt
- ... und noch vieles mehr!

## HOW TO WRITE GOOD CODE:

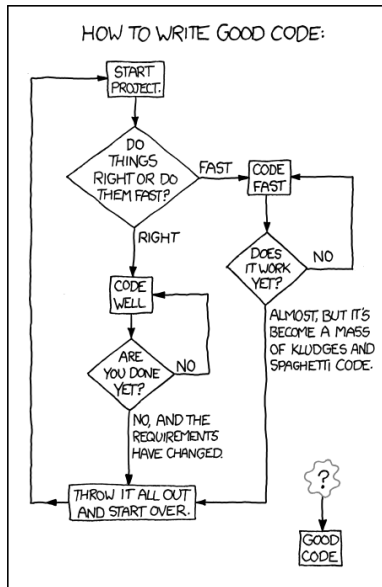


Abbildung: <http://xkcd.com/844>



# Credits

Vorgänger dieses Foliensatzes wurden erstellt von:

Thassilo Helmold

Philipp Basler

Nils Braun

Dominik Doerner

Ou Yue