Graphen:

- zur Motivation:
  - Einbahnstraßensystem, ...
  - wie würde man Zweibahnstraßen modellieren? die Fahrspuren für beide Richtungen separat
  - **Achtung:** analoge Idee für Autobahmodellierung (mehrere Spuren in die gleiche Richtung zwischen zwei Knoten) geht nicht: $E \subseteq V \times V$ erlaubt nur: es gibt *keine* Kante von x nach y oder es gibt *eine* Kante. sogenannte Mehrfachkanten sind bei uns nicht möglich.
- Beispiele malen:
  - einschließlich Extremfälle mit 0 Kanten bzw. maximal vielen Kanten; mit Schlingen und ohne Schlingen.
  - Sonderfälle wie Bäume (siehe weiter unten) und Zyklen
  - Beim Malen darauf hinweisen, dass man den gleichen Graphen unterschiedlich hinmalen kann, z. B. den K_4 mit sich kreuzenden Kanten oder ohne.
- Eigenschaften von Graphen an Beispielen diskutieren
  - beim Straßensystem: Man möchte von jedem Knoten zu jedem kommen.
  - Wenn die Knoten Rechner sind und die Kanten Kabel: Man möchte von x nach y nur über möglichst „wenige" Kanten laufen müssen (egal wo x und y)
  - Wenn die Knoten Rechner sind und die Kanten Kabel: es sollen viele gleichzeitig Daten austauschen können: von einer Hälfte in die andere möglichst viele Kanten (egal welche Knoten in der einen Hälfte sind und welche in der anderen)
- Wenn ein Graph n Knoten hat:
  - Wieviele Kanten kann er maximal haben, wenn Schlingen erlaubt sind? n^2
    Begründung: klar
  - Wieviele Kanten kann er maximal haben, wenn er schlingenfrei ist? $n(n-1)$
    Begründung: $n^2 - n$

Definition Teilgraph:

- Beachte: zu jeder Kante, die man in E' haben will, müssen auch Anfangs- und Endknoten in V' vorhanden sein!
- hinreichend großes Beispiel machen, bei dem sowohl $(\{0,1,2\}, \{(0,1),(0,2)\})$ als auch $(\{3,4,5\},\{(3,4),(3,5)\})$ Teilgraph ist:
  - **Achtung:** formal sind das verschiedene (Teil-)Graphen
  - **aha:** aber sie sehen gleich aus: so was nennt man isomorphe Graphen (ohne dass wir das an dieser Stelle schon formalisieren wollen)

Definition Pfade:

- Beispiel machen, in dem zwar ein Pfad von x nach y existiert, aber nicht umgekehrt.
- beachte: für aufeinanderfolgende Knoten im Pfad muss die Kante in die richtige Richtung weisen!
- Beachte: Knoten dürfen in Pfad mehrfach vorkommen
- Beispiel machen, in dem von x nach y unterschiedlich lange Pfade vorkommen.

Pfade, E^*

- E^2 ist wieder Relation auf V: kann man also als Graph malen: Beispiel machen
- analog für $E^3, \ldots$
- und E^* ist auch wieder eine Relation auf V: kann man also als Graph malen: Beispiel: aus Zyklus der Länge 5 wird der sogenannte vollständige Graph K_5

Definition ungerichteter Graph:

- **Achtung:** man reite noch mal auf der Formalisierung von Kanten herum:
  - für $x \neq y$ ist $\{x, y\}$ eine zweielementige Menge, *ohne* eine Festlegung von Reihenfolge
  - für $x = y$ ist die Menge $\{x, y\} = \{x\}$ eine *ein*elementige Menge
- Wie ist das mit der Anzahl Kanten eines ungerichteten Graphen mit n Knoten:
  - Wieviele Kanten kann er maximal haben, wenn er schlingenfrei ist? $n(n-1)/2$
    Begründung: von jedem Knoten zu jedem *anderen*; durch zwei weil sonst jede Kante zweimal gezählt.
  - Wieviele Kanten kann er maximal haben, wenn er Schlingen haben darf ist? $n(n+1)/2$
    Begründung: $n + n(n-1)/2 = n(n+1)/2$

Äquivalenzrelationen:
Falls schon Fragen kommen: mit dem Bild einer Nicht-Äquivalenzrelation anfangen und so lange Pfeile dazu malen, bis alle Forderungen erfüllt sind:

- Schlingen an allen Knoten
- zu jedem Pfeil hin auch der zurück
- wenn ein Pfad von x nach y existiert, dann auch eine direkte Kante

Ergebnis: einige Klumpen, äh, Cliquen (die den Äquivalenzklassen entsprechen)

kantenmarkierte Graphen:

- Noch mal einen Huffman-Baum hinmalen und diskutieren
- für Zahlen als Kantenmarkierungen siehe gleich

Graphen mit gewichteten Kanten

- Beispielgraphen hinmalen und die Studenten kurze und lange Wege suchen lassen
- Beispielgraphen hinmalen und die Studenten große Flüsse suchen lassen.

