4 WÖRTER

4.1 WÖRTER

- **Achtung:** Wir schreiben seit diesem Semester $\mathbb{Z}_n$ (und nicht mehr $\mathbb{G}_n$). **Bitte beachten!**
- Ist die Definition $\mathbb{Z}_n = \{i \in \mathbb{N}_0 \mid 0 \leq i \text{ und } i < n\}$ klar? Können alle so etwas lesen?
- Ist auch $\mathbb{Z}_0 = \{\}$ klar?

Umständliche formale Definition von „Wort“

- Noch mal deutlich sagen: Zweck der umständlichen formalen Definition von „Wort“ ist, an einem einfachen Beispiel ein paar vielleicht noch unvertraute Dinge zu üben wie induktive Definitionen und typische Beweismethoden. Zu letzteren gehört vollständige Induktion, aber auch einfachere Vorgehensweisen. Siehe Skript.
- Beachte: wir lassen nur *surjektive* Abbildungen $w : \mathbb{Z}_n \to B$ als Wörter zu. (Ansonsten gäbe es mehrere verschiedene leere Wörter.)
- Nichtsdestotrotz sagen wir, dass $w : \mathbb{Z}_n \to B$ ein Wort *über dem Alphabet* A ist, auch wenn A größer ist als B.

4.2 DAS LEERE WORT

- Das leere Wort sollte zumindest informell klar werden.
- An die formalistische Definition $\varepsilon : \{\} \to \{\}$ müssen sich etliche vermutlich erst noch gewöhnen.
- Was für eine Abbildung $\varepsilon : \{\} \to \{\}$ ist, sieht man auf dem Weg, dass das jedenfalls eine Relation $R \subseteq \{\} \times \{\}$ sein muss.
  - klar machen, dass $\{\} \times \{\} = \{\}$
  - damit gibt es für dieses R, also ε nur eine Möglichkeit
- Wichtig: ε hat zwar Länge 0, besteht also „aus keinen Symbolen“, ist aber trotzdem „etwas“. Die Menge $M = \{\varepsilon\}$, die das leere Wort enthält, ist *nicht* die leere Menge, sondern M enthält genau ein Element. Also $M \neq \emptyset$ und $|M| = 1$.

4.3 MEHR ZU WÖRTERN

4.4 KONKATENATION VON WÖRTERN

- jedes Wort kann man auffassen als die Konkatenation seiner Symbole, z. B. `hallo` = `h`·`a`·`l`·`l`·`o`.
- evtl: auf wieviele verschiedene Arten kann man `abc` als Kontatenation nichtleerer Wörter schreiben?

  vier: `abc`, `a`·`bc`, `ab`·`c`, `a`·`b`·`c`

- evtl: auf wieviele verschiedene Arten kann man `hallo` als Kontatenation nichtleerer Wörter schreiben?

  das sind $2^{5-1} = 16$, oder?
- noch mal ganz klar sagen, dass bei Konkatenation die *Reihenfolge wichtig* ist. $\mathtt{OTTO} \neq \mathtt{TOTO}$

4.4.1 Konkatenation mit dem leeren Wort

- Ist $w \cdot \varepsilon = w$ klar?
- und $\varepsilon \cdot \varepsilon \cdot w \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon = w$ auch?

4.4.2 Eigenschaften der Konkatenation

4.4.3 Beispiel: Aufbau von E-Mails

Das ist natürlich nicht für die Klausur relevant.

4.4.4 Iterierte Konkatenation

Potenzen von Wörtern

- klar machen,
  - was ist $\mathtt{a}^k$, was ist $\mathtt{b}^k$?
  - was ist $\mathtt{a}^k\mathtt{b}^k$?
  - was ist $(\mathtt{ab})^k$?

4.5 FORMALE SPRACHEN

Formale Sprachen, Beispiele

- Def: $L \subseteq A^*$
- Bitte darauf achten, dass nicht Wörter und Sprachen durcheinander geworfen werden:
  - `abb` ist etwas anderes als $\{\mathtt{abb}\}$.
  - Und $\{\mathtt{abb}\}^*$ gibt es, aber $\mathtt{abb}^*$ **gibt es nicht** (bis jetzt).
- formale Sprache aller Schlüselwörter in Java: eine endliche Sprache $L = \{\mathtt{class}, \mathtt{if}, \mathtt{int}, \dots\}$
- formale Sprache L aller Wörter über $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, in denen nirgends das Teilwort `ab` vorkommt.
  - das kann man z. B. so hinschreiben: $L = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \smallsetminus \{w_1\mathtt{ab}w_2 \mid w_1, w_2 \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\}$
  - man überlege, was dann noch übrig bleibt
  - positiv formuliert: In den erlaubten Wörtern muss erst ein beliebiges Wort (evtl. leer) nur aus `b` kommen und danach ein beliebiges Wort (evtl. leer) nur aus `a`.
  - man kann also auch schreiben $L = \{w_1w_2 \mid w_1 \in \{\mathtt{b}\}^* \text{ und } w_2 \in \{\mathtt{a}\}^*\}$

4.6 binäre operationen

- Beispiele für kommutative und nichtkommutative Operationen
- Beispiele für assoziative Operationen
- fällt Ihnen auch eine („natürliche") nichtassoziative Operation ein?

