14 DER BEGRIFF DES ALGORITHMUS

14.1 Lösen einer Sorte quadratischer Gleichungen

14.2 Zum informellen Algorithmusbegriff

Die Eigenschaften, die man allgemein beim klassischen Algorithmusbegriff fordert, noch mal kurz durchgehen; sollten erst mal alle plausibel sein.

- *endliche Beschreibung*
- *elementare Anweisungen*
- *Determinismus*
- zu *endlichen Eingabe* wird *endliche Ausgabe* berechnet
- *endliche viele Schritte*
- funktioniert für *beliebig große Eingaben*
- *Nachvollziehbarkeit/Verständlichkeit* für jeden (mit der Materie vertrauten)

14.3 Informelle Einführung des Hoare-Kalküls

Die Studenten müssen sich erst mal dran gewöhnen, dass es sinnvoll ist, sich irgendwelche Zusicherungen zu überlegen, die an gewissen Stellen im Algorithmus gelten (sollen).

Als Beispiel für die *if–then–else* Regel fülle man nach und nach aus:

$\{ x = a \wedge y = b \}$
if $x > y$
then
    $\{ \dots \}$
    $z \leftarrow x$
    $\{ \dots \}$
else
    $\{ \dots \}$
    $z \leftarrow y$
    $\{ \dots \}$
fi
$\{ z = \min(a, b) \}$

$\{\ x = a \wedge y = b\ \}$

if $x > y$

then

$\{\ x = a \wedge y = b \wedge x > y\ \}$

$\{\ y = \min(a,b)\ \}$

$z \leftarrow y$

$\{\ z = \min(a,b)\ \}$

else

$\{\ x = a \wedge y = b \wedge \neg(x > y)\ \}$

$\{\ x = \min(a,b)\ \}$

$z \leftarrow x$

$\{\ z = \min(a,b)\ \}$

fi

$\{\ z = \min(a,b)\ \}$

14.4 Ein Algorithmus zur Multiplikation nichtnegativer ganzer Zahlen

Annäherung an Schleifeninvarianten

dafür finde ich Tabellen wie etwa der folgenden Form extrem hilfreich

	P_i	X_i	Y_i
$i = 0$	0	6	9
$i = 1$	0	3	18
$i = 2$	18	1	36
$i = 3$	54	0	72

Verifikation einer while-Schleife

Grundbereich sei $\mathbb{Z}$

$\{ x = a \wedge y = b \}$
$\{ \dots \}$
while $y \neq 0$
do
  $\{ \dots \}$
  $y \leftarrow y - 1$
  $\{ \dots \}$
  $x \leftarrow x + 1$
  $\{ \dots \}$
od
$\{ \dots \}$
$\{ x = a + b \}$

Herumspielen und -phantasieren («jeden Ball aus Eimer y nehmen und in Eimer x stecken») führt (hoffentlich) zu

$$x + y = a + b$$

als Schleifeninvariante I

Setzt man I in unser Schema ein und wenden im Schleifenrumpf HT-A an, so ergibt sich:

$\{\ x = a \wedge y = b\ \}$

$\{\ x + y = a + b\ \}$

while $y \neq 0$

do

$\{\ x + y = a + b \wedge y \neq 0\ \}$

$\{\ x + 1 + y - 1 = a + b\ \}$

$y \leftarrow y - 1$

$\{\ x + 1 + y = a + b\ \}$

$x \leftarrow x + 1$

$\{\ x + y = a + b\ \}$

od

$\{\ x + y = a + b \wedge \neg(y \neq 0)\ \}$

$\{\ x = a + b\ \}$

An allen drei Stellen, an denen zwei Zusicherungen direkt untereinander stehen, sieht man, dass jeweils die zweite aus der ersten folgt wie es von Regel HT-E verlangt wird.

Es ist auch lehrreich, sich anzusehen, was passiert, wenn zu Beginn b, also y, negativ ist!

Wie man sieht, ist *ncht* garantiert, dass das Programm jemals hält.

