

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

## для поступающих в магистратуру

- 1.⑤ Найти все значения вещественного параметра  $\alpha$ , при которых несобственный интеграл

$$\int_1^{+\infty} x^\alpha \cos(x^\alpha) dx$$

- а) сходится абсолютно;
- б) сходится условно;
- в) расходится.

Ответ обосновать.

- 2.⑤ Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения

$$xy''(x) + (1 - 2x)y'(x) = (1 - x)y(x), \quad x > 0.$$

Ответ обосновать.

- 3.⑤ Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\int_S \frac{xy}{1+z} dS,$$

где поверхность

$$S = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ x \geq 0, \ y \geq 0 \}.$$

Система координат декартова прямоугольная. Ответ обосновать.

- 4.⑤ Найти решение  $u = u(x, y, z)$  задачи Коши

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = z \frac{\partial u}{\partial z},$$

$$u(x, 0, z) = \frac{z}{2 - \cos x}.$$

Ответ обосновать.