1. Sea $(\mathbb{K}, +, .)$ un cuerpo y sea 0 el elemento neutro de $+$. Demostrar que:

   (a) $a \cdot 0 = 0$, para todo $a \in \mathbb{K}$.

   (b) Si $a, b \in \mathbb{K}$ y $a \cdot b = 0$ entonces $a = 0$ ó $b = 0$.

a) $a.0 \overset{\text{neutro} +}{=} a.(0+0) \overset{\text{dist.}}{=} a.0 + a.0$

Entonces, tenemos:

$a.0 = a.0 + a.0$

$(a.0) - (a.0) = (a.0 + a.0) - a.0$

$0 = a.0$

b) Si $a=0$, $a.b = 0.b = 0$.

Si $b=0$, $a.b = a.0 = 0$.

Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$ y asumimos que $ab=0$ nos llevaría a una contradicción, ya que ab sería un natural mayor a 0 por definición.

Por lo tanto, si $a.b=0$ con $a,b \in \mathbb{N}$, $a=0$ ó $b=0$.