5. Determinar para qué valores de $c \in \mathbb{R}$, las siguientes matrices son invertibles.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & c & -c \\ -1 & 2 & -1 \\ c & -c & c \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & c & 3 \\ c & 2 & c \\ 5 & c & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & c & -1 \\ c & 1 & 1 \\ 0 & 1 & c \end{bmatrix}$$

Sea $M \in M_n(\mathbb{K})$, sabemos que M es invertible si y sólo si $\det(M) = 0$, usemos ésto para resolver el ejercicio:

$$\det(A) = \det \begin{bmatrix} 0 & c & -c \\ -1 & 2 & -1 \\ c & -c & c \end{bmatrix} = 0 + (-c^2) + (-c^2) - (-2c^2) - (-c^2) - 0 = c^2$$, por lo tanto A es invertible si $c \neq 0$.

$$\det(B) = \det \begin{bmatrix} 4 & c & 3 \\ c & 2 & c \\ 5 & c & 4 \end{bmatrix} = 32 + 5c^2 + 3c^2 - 30 - 4c^2 - 4c^2 = 2$$, por lo tanto B es invertible para todo c.

$$\det(c) = \det \begin{bmatrix} 1 & c & -1 \\ c & 1 & 1 \\ 0 & 1 & c \end{bmatrix} = c + 0 + (-c) - 0 - c^3 - 1 = -c^3 - 1$$, por lo tanto C es invertible con $c \neq -1$.