NOMBRE Y APELLIDO:
CARRERA:
CONDICIÓN (R o L):

**Para aprobar el examen, debe estar correctamente resuelto en un 50%, lo que equivale a 50 puntos.*

Quienes hayan regularizado la materia durante el segundo cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje* **extra *de acuerdo a la notas de los parciales.*

Los alumnos en* **Condición Regular *no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición.*

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Ejercicio 1. (a) *(10 pts.)* Describir de manera paramétrica el conjunto solución del sistema homogéneo:

$$\begin{cases} 2y + z = 0 \\ -x + y + 2z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

(b) *(5 pts.)* (**solo alumnos libres**) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior.

Ejercicio 2. *(10 pts.)* Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ la matriz

(a) Calcular el determinante de A.

(b) Calcular la inversa de A.

Ejercicio 3. *(15 pts.)* Sea $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4\} \subset \mathbb{R}^4$ donde

$$v_1 = (-1, 0, 1, 2) \quad v_2 = (3, 4, -2, 5) \quad v_3 = (0, 4, 1, 11) \quad v_4 = (1, 4, 0, 9).$$

(a) Describir implícitamente el subespacio $W = \langle S \rangle$, es decir, hallar un sistema de ecuaciones lineales homogéneas para las cuáles el espacio de soluciones sea exactamente W.

(b) Si $W_1 = \langle v_1, v_2, v_3 + v_4 \rangle$ y $W_2 = \langle v_3, v_4 \rangle$ describir $W_1 \cap W_2$ implícitamente.

Ejercicio 4. *(15 pts.)* Sea $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, la transformación lineal definida

$$T(x, y) = (x - y, x + y, 2x + 3y).$$

(a) Dar una base del núcleo y la imagen de T.

(b) Dar la matriz de T en las bases $\mathcal{B}_2 = \{(1,0),(1,1)\}$ y $\mathcal{B}_3 = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$ de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, respectivamente.

Ejercicio 5. *(15 pts.)* Sea $A = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$.

(a) Calcular los autovalores de A.

(b) Decidir si A es diagonalizable.

Ejercicio 6. *(15 pts.)*

(a) Si A, B son matrices $n \times n$ inversibles, entonces AB es una matriz inversible.

(b) Sea V espacio vectorial y sea $T : V \to V$ una aplicación lineal. Sean $v_1, \dots, v_m$ autovectores de T, con autovalores $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ respectivamente. Si $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ son distintos entre si, entonces $v_1, \dots, v_m$ son linealmente independientes.

Ejercicio 7. *(15 pts.)* Sea $T : V \to W$ una transformación lineal entre dos espacios vectoriales. Supongamos que $T(v_1) = w_1, \dots, T(v_n) = w_n$, para vectores $v_1, \dots, v_n$ de V y $w_1, \dots, w_n$ de W. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta con una demostración o contraejemplo, según corresponda.

(a) Si $w_1, \dots, w_n$ es un conjunto linealmente independiente, entonces $v_1, \dots, v_n$ linealmente independiente.

(b) Si $w_1, \dots, w_n$ genera W, entonces $v_1, \dots, v_n$ genera V.

(c) Si $v_1, \dots, v_n$ genera V, entonces $w_1, \dots, w_n$ genera $\mathrm{Im}(T)$.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	7
Puntaje							

P. Extra

Total