

## **Demostraciones a evaluarse en el final.**

En lo que sigue los resultados numerados corresponden a la numeración del apunte de la materia [ÁLGEBRA II / ÁLGEBRA - NOTAS DEL TEÓRICO, S. Riveros, A. Tiraboschi, A. García Iglesias] que se puede descargar del aula virtual.

La lista que sigue incluye sólo los enunciados, se evaluará además las demostraciones de estos enunciados. La lista no incluye las definiciones relevantes que serán evaluadas también en el examen.

### **Unidad II.**

**1) Teorema:** Si  $A$  es una matriz  $m \times n$ , con  $m < n$ , entonces el sistema homogéneo  $AX = 0$  tiene soluciones no triviales.

**2) Teorema 2.7.6.**

**3) Teorema:** Sea  $A$  una matriz  $n \times n$ . Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

(i)  $A$  es invertible.

(ii) El sistema homogéneo  $AX = 0$  admite sólo la solución trivial

(iii) El sistema  $AX = Y$  admite solución, para todo  $Y \in F^{n \times 1}$ .

### **Unidad III.**

**4) Teorema.** Sea  $A, B$  matrices  $n \times n$ . Entonces  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$ .

**5) Teorema.** Sea  $A$  una matriz  $n \times n$ . Entonces  $A$  es invertible si y sólo si  $\det(A) \neq 0$ .

### **Unidad IV.**

**6) Teorema:** Sea  $V$  un espacio vectorial generado por un conjunto finito de vectores  $\beta_1, \dots, \beta_m$ . Entonces todo conjunto linealmente independiente de vectores de  $V$  es finito y contiene a lo sumo  $m$  elementos.

**7) Corolario 3.3.4.**

**8) Teorema 3.3.13.**

**9) Teorema:** Sea  $V$  un espacio vectorial de dimensión finita y sea  $W$  un subespacio de  $V$ . Entonces todo subconjunto linealmente independiente de  $W$  es finito y es parte de una base de  $W$ .

**10) Corolario 3.3.11.**

### **Unidad V.**

**11) Teorema 4.1.3.**

**12) Teorema 4.2.8.**

**13) Teorema 4.2.9.**

**14) Teorema 4.3.8.**

**Unidad VI.**

**15) Teorema:** Sea  $V$  un espacio vectorial de dimensión finita. Sean  $T: V \rightarrow V$  un operador lineal en  $V$  y sea  $c \in F$ . Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- (i)  $c$  es autovalor de  $T$ .
- (ii) El operador  $c \text{Id} - T$  no es invertible
- (iii)  $\det(c \text{Id} - T) = 0$ .

**16) Teorema:** Sea  $V$  un espacio vectorial de dimensión finita y sea  $T: V \rightarrow V$  un operador lineal en  $V$ . Sean además  $c_1, \dots, c_k \in F$  los autovalores distintos de  $T$  y  $W_1, \dots, W_k$  los autoespacios asociados a  $c_1, \dots, c_k$ , respectivamente. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- (i)  $T$  es diagonalizable.
- (ii) El polinomio característico de  $T$  es  $f_T = (x - c_1)^{d_1} \dots (x - c_k)^{d_k}$ , donde  $d_i = \dim W_i$ .
- (iii)  $\dim W_1 + \dots + \dim W_k = \dim V$