1. Sea $(\mathbb{K}, +, .)$ un cuerpo y sea 0 el elemento neutro de $+$. Demostrar que:

   (a) $a.0 = 0$, para todo $a \in \mathbb{K}$.

   (b) Si $a, b \in \mathbb{K}$ y $a.b = 0$ entonces $a = 0$ o $b = 0$.

a) $a.0 \overset{\text{neutro } +}{=} a.0 + 0 \overset{a-a=0}{=} a.0 + a - a \overset{\text{asoc.}}{=} (a.0 + a) - a \overset{\text{neutro.}}{=} (a.0 + a.1) - a \overset{\text{dist.}}{=} (a.(0+1)) - a \overset{\text{def.} +}{=} a.1 - a = a - a = 0$

b) Caso $a = 0$ ✓

Caso $a \neq 0$

Si $a \neq 0 \Rightarrow$ existe a^{-1}

Si $ab = 0 \Rightarrow a^{-1}(ab) = a^{-1}.0 = 0$ (porque $ab=0$)

$a^{-1}ab \overset{\text{asoc.}}{=} (a^{-1}a)b = 1b = b$, entonces $b = 0$.