7. Sabiendo que $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = -1$, calcular $\det \begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix}$.

Prestando atención se puede ver que ambas matrices son equivalentes por filas, primero vamos a llevar la primer matriz mediante operaciones por filas para que sea igual a la segunda:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} \xrightarrow[F_2 \cdot 2]{F_1 \cdot (-2)} \begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2 + F_3} \begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ x & y & z \end{bmatrix} \xrightarrow{F_3 \cdot 3} \begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix}$$

La operación elemental F_2+F_3 no afecta al determinante, por otro lado, $F_1(-2)$, $F_2 \cdot 2$ y $F_3 \cdot 3$ si lo modifican, (*)

entonces $\det \begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = (-1).(-2).2.3 = 12$

(*) Sea $c \in \mathbb{K}$, $A \in M_n(\mathbb{K})$, $1 \leq r,s \leq n$ con $r \neq s$ y B la matriz que se obtiene de A multiplicando la fila r por c, entonces $\det(B) = c.\det(A)$