

NOMBRE Y APELLIDO:

CARRERA:

CONDICIÓN (R o L):

**Para aprobar el examen, debe estar correctamente resuelto en un 50%, lo que equivale a 50 puntos.*

Quienes hayan regularizado la materia durante el segundo cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje **extra de acuerdo a la notas de los parciales.*

Los alumnos en **Condición Regular no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición.*

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Parte Práctica

Ejercicio 1. (a) (10 pts.) Describir de manera paramétrica el conjunto solución del sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ -y + 3z = 0 \end{cases}$$

(b) (5 pts.) (solo alumnos libres) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior.

Ejercicio 2. (10 pts.) Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ la matriz

(a) Calcular el determinante de A .

(b) Calcular la inversa de A .

Ejercicio 3. (15 pts.) Sea W el subespacio de \mathbb{R}^4 generado por los vectores

$$(1, 1, 0, 0), (-1, 1, -1, 0), (0, 2, -1, 0), (-1, 3, -2, 0).$$

- Describir W implícitamente.
- Dar una base de W y completarla a una base de \mathbb{R}^4 .

Ejercicio 4. (15 pts.) Definir una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{P}^4$ que satisfaga

$$T(1, -1, 0) = 0, \quad T(0, 1, -1) = x^2$$

- (a) Dar la matriz de T en las bases canónicas $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ y $\{1, x, x^2, x^3\}$.
- (b) Dar una base de la imagen e indicar la dimensión del núcleo.

Ejercicio 5. (15 pts.) Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Calcular los autovalores de A .
- (b) Decidir si A es diagonalizable.

Ejercicio 6. (15 pts.)

- (a) Sea S un conjunto LI en un espacio vectorial V . Mostrar que S es una base o existe un vector $v \in V$ tal que $S \cup \{v\}$ es LI.
- (b) Usar el punto anterior para mostrar que todo espacio vectorial no nulo de dimensión finita tiene una base.

Ayuda: Si $0 \neq v \in V$, entonces $\{v\}$ es un conjunto LI.

Ejercicio 7. (15 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar o dar un contraejemplo según el caso.

- (a) Sea A una matriz $n \times n$ invertible, I la matriz identidad. Entonces $A + I$ es invertible o $A - I$ es invertible.
- (b) Sea V un espacio vectorial y $U \subset V$ un subespacio. Entonces $W = \{v \in V : v \notin U\} \cup \{0\}$ es un subespacio de V .
- (c) Sean $T, S : V \rightarrow V$ dos transformaciones lineales. Si c es un autovalor de T y d es un autovalor de S , entonces $c + d$ es un autovalor de $T + S$.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	7
Puntaje							
P. Extra							Total