**NOMBRE Y APELLIDO:**
**CARRERA:**
**CONDICIÓN (R o L):**

**Para aprobar el examen, debe estar correctamente resuelto en un 50%, lo que equivale a 50 puntos.*

**Quienes hayan regularizado la materia durante el segundo cuatrimestre de 2017 tendrán un puntaje* **extra** *de acuerdo a la notas de los parciales.*

**Los alumnos en* **Condición Regular** *no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 1: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición.*

**Justificar todas las respuestas.** No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Ejercicio 1. (a) *(10 pts.)* Describir explícitamente todas las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y-z+2w=0 \\ 2x+y+z+w=0 \\ 3x+2y+3w=0 \\ x-y+z+2w=0 \end{cases}$$

Mostrar todos los pasos intermedios realizados para hallar la solución.

(b) *(5 pts.)* (**solo alumnos libres**) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior.

Ejercicio 2. *(10 pts.)* Calcular la inversa de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 3. *(20 pts.)* Sea $V=\mathbb{R}^6$ y sean $W_1$ y $W_2$ los siguientes subespacios de $V$:

$$W_1 = \{(u,v,w,x,y,z) : u+v+w=0, x+y+z=0\};$$
$$W_2 = <(1,-1,1,-1,1,-1),(1,2,3,4,5,6),(1,0,-1,-1,0,1),(2,1,0,0,0,0)>.$$

(a) Determinar un conjunto de generadores de $W_1 \cap W_2$.

(b) Determinar un conjunto de generadores de $W_1 + W_2$.

Ejercicio 4. *(25 pts.)* Sea $T:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, la transformación lineal definida

$$T(x,y,z) = (6x-y+8z, 4x-y-2z, -4x-4y+12z).$$

(a) Dar una base del núcleo y la imagen de $T$.

(b) Dar la matriz $[T]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{C}}$ de $T$ en la base canónica $\mathcal{C}=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$.

(c) Dar la matriz $[T]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$ de $T$ en la base $\mathcal{B} = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$.

(d) Calcular los autovalores de $T$

(e) Decidir si $T$ es diagonalizable.

Ejercicio 5. *(15 pts.)* Demostrar las siguientes afirmaciones.

(a) Sea $V$ espacio vectorial. Si $S$ es un subconjunto linealmente independiente de $V$ y $v$ no pertenecea a $< S >$ entonces $S \cup \{v\}$ es linealmente independiente.

(b) Sea $T : V \to V$ un operador lineal del espacio vectorial $V$. Si $c$ es autovalor de $T$ entonces $c$ es raíz del polinomio característico de $T$.

Ejercicio 6. *(15 pts.)* Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta con una demostración o contraejemplo, según corresponda.

(a) Si $A, B$ matrices $n \times n$ y $AB$ es inversible, entonces $A$ y $B$ son inversibles.

(b) Si $V$ espacio vectorial y $W_1, W_2$ subespacios vectoriales de $V$, entonces la unión $W_1 \cup W_2$ es un subespacio vectorial de $V$.

(c) $\det \begin{bmatrix} a+a' & b \\ c+c' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & b \\ c' & d \end{bmatrix}$.

| Ejercicio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Puntaje | | | | | | |

| **P. Extra** |
|---|
| |

| **Total** |
|---|
| |