

- 5. Tres profesores están comparando las notas de los exámenes finales que han tomado. Cada profesor tiene 99 alumnos. En la clase A un estudiante obtuvo 1 punto, otro obtuvo 99 puntos y el resto obtuvieron 50 puntos. En la clase B, 49 estudiantes lograron una puntuación de 1, un estudiante logró 50 puntos y 49 alumnos llegaron a los 99 puntos. En la clase C, un estudiante logró 1 punto, otro estudiante 2 puntos, otro estudiante 3 puntos y así sucesivamente hasta llegar al estudiante número 99 que logró 99 puntos.

- a) ¿Hay alguna clase que tenga un promedio de notas superior a las demás o todos son iguales?
- b) ¿Hay alguna clase que tenga una desviación estándar de notas superior a las demás o todas son iguales?

$$a) \bar{A} = \frac{1 + 97 \cdot 50 + 99}{99} = \frac{4950}{99} = 50$$

$$\bar{B} = \frac{49 \cdot 1 + 50 + 49 \cdot 99}{99} = \frac{4950}{99} = 50$$

$$\bar{C} = \frac{\sum_{n=1}^{99} n}{99} = \frac{4950}{99} = 50$$

Todas las clases tienen el mismo promedio de notas.

b) Veiremos el desvío estándar muestral corregido:

$$S_A^2 = \frac{1}{98} (49^2 + 97 \cdot 0 + 49^2) = \frac{2}{98} 49^2 = \frac{1}{49} 49^2 = 49 \Rightarrow S_A = 7$$

$$S_B^2 = \frac{1}{98} (49 \cdot 49^2 + 0 + 49 \cdot 49^2) = \frac{49}{98} (49^2 + 49^2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 49^2 = 49^2 \Rightarrow S_B = 49$$

$$S_C^2 = \frac{1}{98} (49^2 + 48^2 + \dots + 0^2 + 1^2 + \dots + 49^2) = \frac{2}{98} \left(\sum_{n=1}^{49} n^2 \right) \stackrel{\textcircled{a}}{=} \frac{1}{49} 242550 = 825 \Rightarrow S_C \approx 28.72$$

$$\textcircled{a} \sum_{n=1}^n n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

De lo anterior deducimos que la clase B muestra la mayor varianza y por lo tanto la mayor desviación estándar.